

Laboratorio di Ottica e Spettroscopia

Quinta lezione
Occhio agli spettri!
(Laboratorio III)

Antonio Maggio
Istituto Nazionale di Astrofisica
Osservatorio Astronomico di Palermo

Sommario 5^a lezione

Prima parte

- Rivisitazione dei principi di ottica geometrica introdotti nelle lezioni precedenti (test d'uscita)
- Strumenti ottici (macchine fotografiche, telescopi)
- Rivisitazione dei principi di ottica ondulatoria
- Discussione dei risultati del Laboratorio II (spaziatura dei solchi di un CD-ROM o un DVD)
- Proseguimento del Laboratorio II (misura dello spessore di un capello)

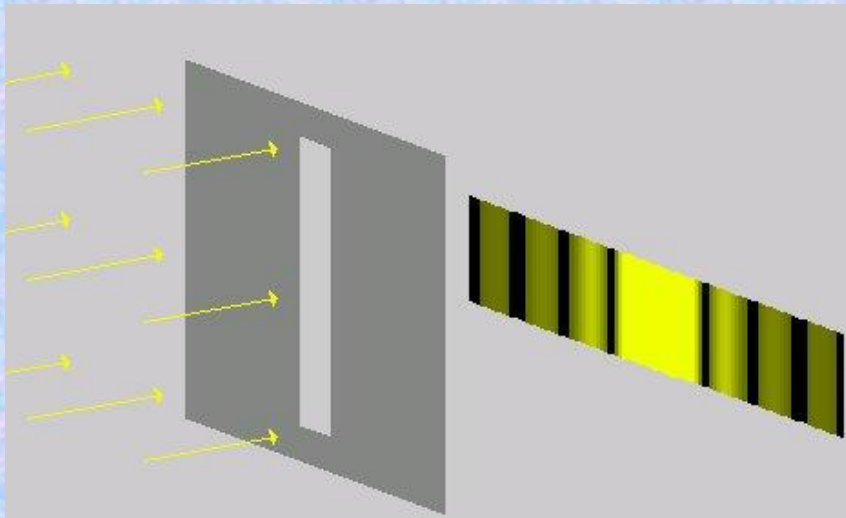
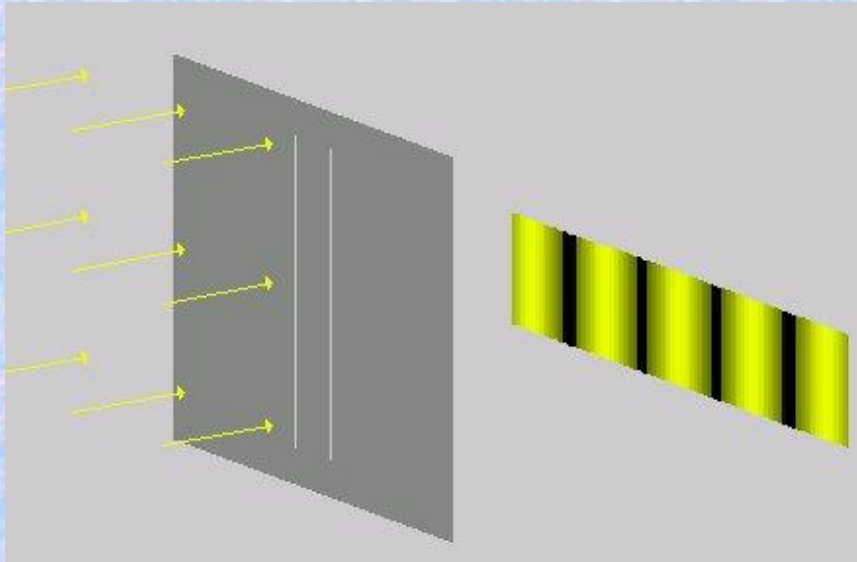
Seconda parte

- Come funziona uno spettroscopio e a che serve
- Laboratorio III: analisi spettroscopica qualitativa della luce proveniente da sorgenti diverse

Primi concetti

- La scienza si basa su esperimenti, osservazioni, misure di quantità fisiche e modelli
- Una stessa entità fisica, come la radiazione, può essere descritta con diversi modelli
- I diversi modelli possono essere utilizzati (o sono necessari) per spiegare fenomeni diversi
- E' importante distinguere tra modelli descrittivi, come il *modello a raggi*, e modelli fisici, come le *onde* o i *fotoni*

Modello a onde (Huygens)



- **La luce si propaga come un'onda:** solo con questo tipo di modello è possibile spiegare i fenomeni di interferenza e diffrazione della luce, analoghi a quelli che si verificano per le onde acustiche e meccaniche
- Qual è allora il significato dei "raggi di luce" (ottica geometrica) nel modello a onde?

Cos'è la radiazione

- La **radiazione** (luce) è il mezzo più veloce scelto dalla natura per trasportare **energia** attraverso lo spazio
- Vale il **principio di conservazione dell'energia**: l'energia trasportata dalla radiazione si può diffondere nello spazio, può cambiare forma, ma non può essere distrutta
- L'**ottica ondulatoria** è la teoria che spiega il comportamento della radiazione assumendo che questa sia composta da **onde**.
- L'**ottica geometrica** è una semplificazione dell'ottica ondulatoria in quanto spiega alcuni fenomeni considerando semplicemente due caratteristiche delle onde, la direzione e la velocità di propagazione (**modello a raggi**)

Modelli diversi per fenomeni diversi

- L'energia può essere trasportata tramite **onde** (in un liquido, lungo una corda oscillante) oppure a pacchetti, tramite **particelle** (come fa un qualsiasi proiettile)
- Per descrivere il funzionamento di sistemi ottici fatti con lenti e specchi e i fenomeni di propagazione della luce in diversi materiali è sufficiente una descrizione molto semplice, il *modello a raggi* (**Ottica geometrica**)
- Per spiegare altri fenomeni (ad es. quello dell'interferenza) è utile un modello a onde (**Ottica ondulatoria**)
- Per spiegare i fenomeni di emissione e assorbimento della radiazione occorre un modello a fotoni (**Ottica quantistica**)

Propagazione della luce attraverso una lente (ottica geometrica)

- **Equazione delle lenti sottili:** $1/d_o + 1/d_i = 1/f$
- **Ingrandimento:** $h_i = m h_o$ con $m = -d_i / d_o$
(d_o e d_i distanze oggetto e immagine dalla lente,
 f lunghezza focale, m ingrandimento, h_o dimensione
dell'oggetto, h_i dimensione dell'immagine)
- Derivazione geometrica per esercizio

Un'applicazione

- **Obiettivi di macchine fotografiche**
 - Caratterizzati da lunghezza focale, **f**, e **apertura $F = f / D$** , dove **D** è il diametro del foro da cui entra la luce. Esempio: obiettivo 28 mm F/8 significa $D = 28/8$ mm
 - La sequenza dei numeri F indicati convenzionalmente sugli obiettivi fotografici è 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16 (la quantità di luce raccolta raddoppia a ogni passo poichè l'area è proporzionale a D^2 e quindi a F^{-2})

Un'applicazione

• *Esercizio*

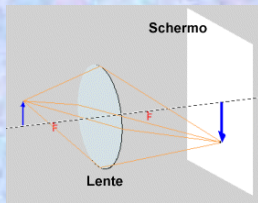
- In una macchina fotografica classica (non digitale) ogni fotogramma della pellicola (rivelatore) ha dimensioni $24 \times 36 \text{ mm}^2$.
- Quale può essere la dimensione massima di un oggetto posto a 20 m di distanza per essere fotografato per intero con un obiettivo da 28 mm di lunghezza focale?
- Come cambia questa dimensione se usiamo un obiettivo da 50 mm di focale?
- Di quanto si deve spostare la lente per mettere a fuoco un oggetto posto a 3 m invece che a 20 m di distanza?

Macchine fotografiche digitali

- Obiettivi con Lunghezza focale molto più piccola (5-10 mm)
- Come cambia la dimensione dell'immagine rispetto al caso di una macchina fotografica classica? Come cambia la quantità di luce raccolta dall'obiettivo?

• *Esercizio*

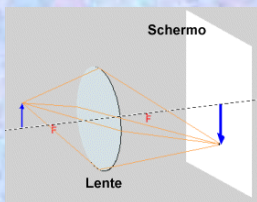
- Calcolare la dimensione del rivelatore (CCD) provando a fotografare un oggetto di dimensioni note a distanza nota
- Conoscendo il numero di pixel nell'immagine, calcolare la distanza minima tra due oggetti tale che essi siano visualizzati in 2 pixel adiacenti (risoluzione spaziale)



Esperienza con due lenti

- Sorgente (oggetto) a $d_o < f$ da una prima lente convessa, seguita da una seconda lente convessa e infine lo schermo
- In quali condizioni si forma un'immagine reale sullo schermo? In quali condizioni l'immagine è visibile con l'occhio?

Esperienze al banco ottico



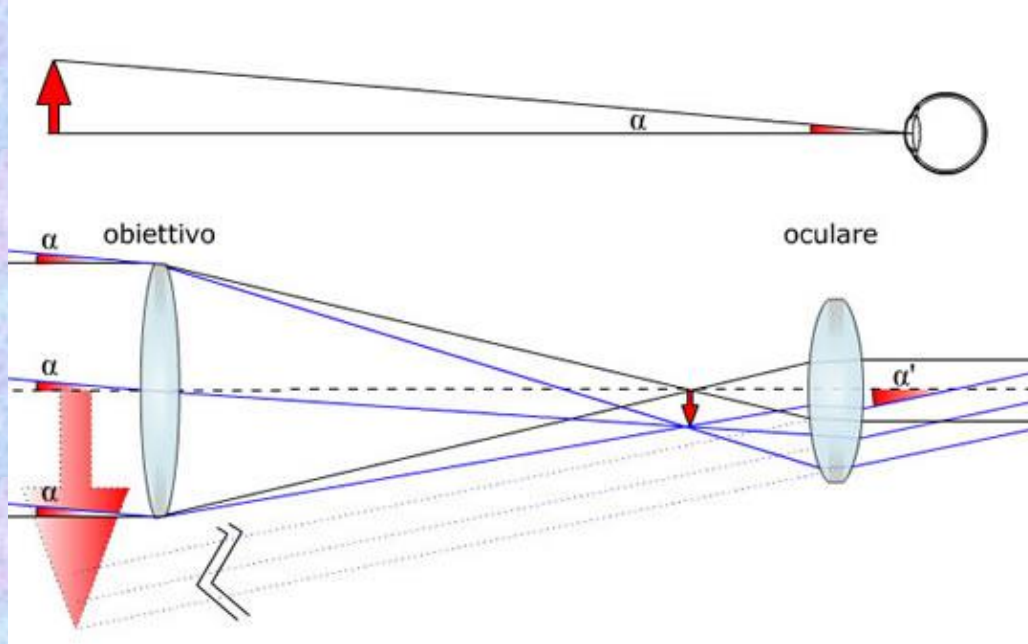
- Costruzione di un **telescopio** con due lenti di focale diversa (*l'immagine prodotta da una lente diventa l'oggetto per quella successiva; ciò è vero qualunque sia la combinazione di lenti, poiché - da un punto di vista fisico - le lenti sono elementi rifrangenti della radiazione, la quale viene comunque trasmessa da una parte all'altra*)
- **Previsione:** se l'immagine formata dalla prima lente viene messa nella posizione del fuoco della seconda lente o più vicina ($d \leq f$), cosa ci aspettiamo?

(La seconda funziona come una lente d'ingrandimento, usata in modo classico, si forma un'immagine virtuale ingrandita, visibile solo con i nostri occhi)

Se invece la seconda lente è posta a distanza $d > f$ dall'immagine formata dalla prima?

(Si forma un'immagine reale a una distanza calcolabile con la legge delle lenti sottili)

Il telescopio rifrattore Kepleriano



- Obiettivo e oculare sono lenti convergenti ($f > 0$)
- Le due lenti sono poste a distanza $f_1 + f_2$, quindi il fronte d'onda in uscita dall'oculare è...
- Se $f_{\text{obiettivo}} > f_{\text{oculare}}$ si ottiene un ingrandimento pari al loro rapporto

Sequenza degli esperimenti e dei concetti

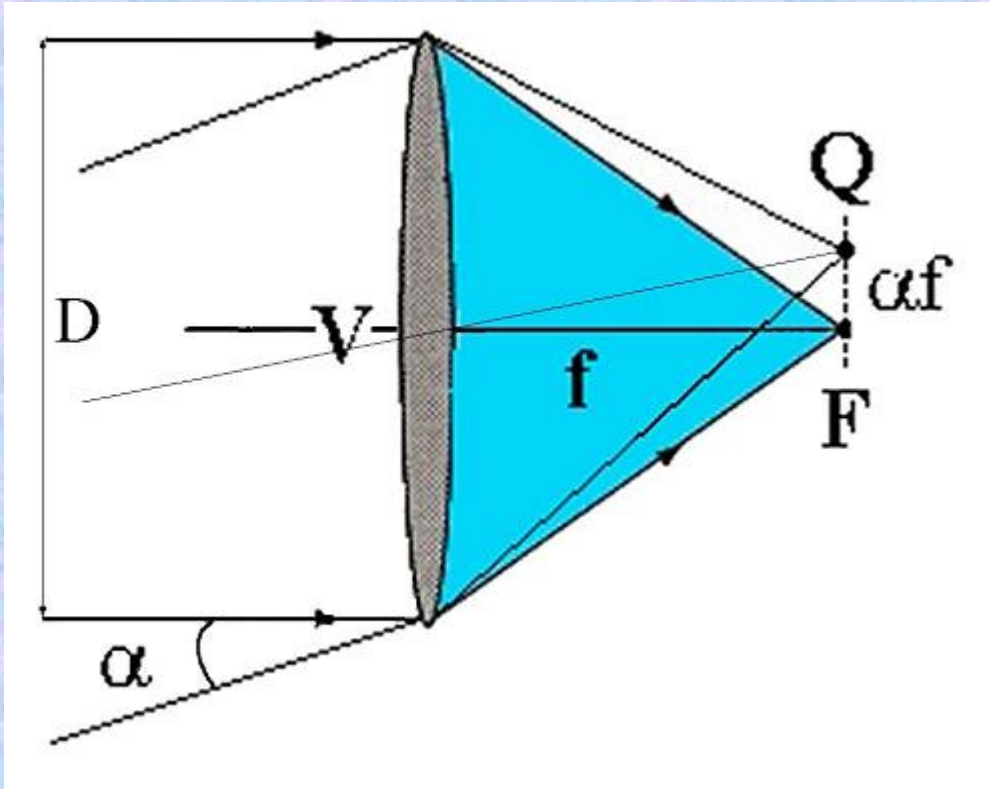
6. Un sistema di lenti può "convertire" una immagine virtuale in una reale o viceversa. Le dimensioni dell'immagine dipendono dal sistema.

- Un sistema ottico modifica il *fronte d'onda* della radiazione tramite effetti di rifrazione multipli

Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
<p>7. Con due lenti (<i>oculare</i> e <i>obiettivo</i>) convesse di focale diversa si può costruire un <i>telescopio rifrattore</i> (kepleriano)</p>	<ul style="list-style-type: none">• Se la 2^a lente è posta a distanza f_1+f_2 dalla 1^a lente, l'immagine prodotta è virtuale (non proiettabile, ma visibile con l'occhio). In altre parole, se l'immagine formata dalla 1^a lente (obiettivo) viene posta sul fuoco della 2^o lente (oculare), si formerà un fronte d'onda piano (raggi paralleli) che può essere focalizzato solo tramite il nostro occhio (terza lente) così formando un'immagine reale sulla retina.• La dimensione dell'immagine dipende dal rapporto f_1/f_2. L'ingrandimento angolare che si ottiene è pari infatti al rapporto delle lunghezze focali delle due lenti: $m = f_1/f_2$• Se invece la 2^a lente è posta a distanza maggiore ($> f_1+f_2$), essa produrrà una seconda immagine reale (proiettabile sullo schermo)

Dimensione sul piano focale



Supponiamo di osservare un oggetto a distanza molto grande con una lente caratterizzata dai seguenti parametri:

D = diametro

f = lunghezza focale

V = asse ottico

F = fuoco, sorgente in asse

Q = fuoco, sorgente fuori asse

Piano focale:

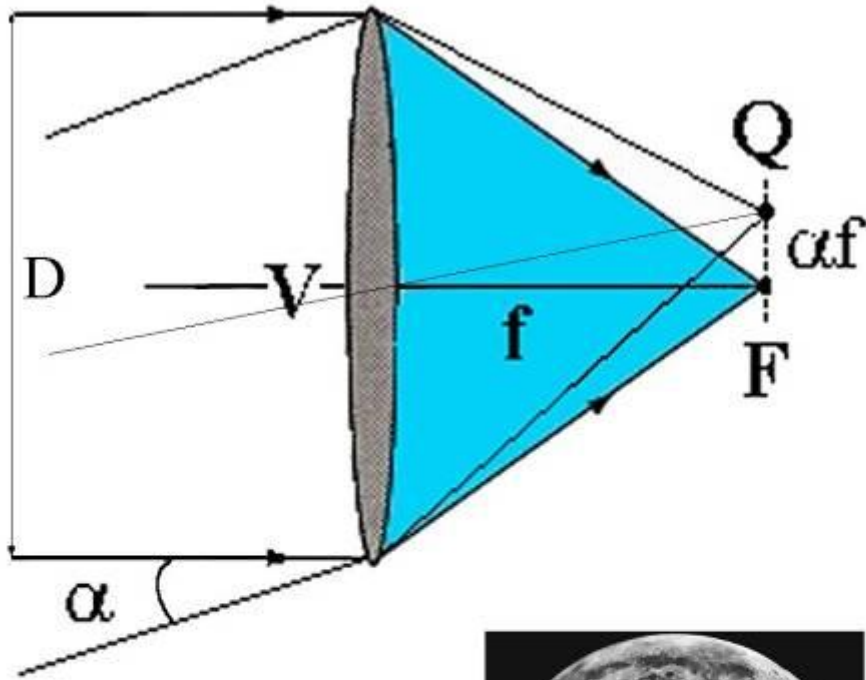
piano perpendicolare all'asse ottico, passante per F

α = dimensione angolare dell'oggetto

αf = dimensione lineare dell'immagine sul piano focale

(con buona approssimazione, se $\alpha \ll 1$ in radianti)

Esempio con la Luna



$$2\alpha(\text{Luna}) = 32'$$



Ogni punto della superficie lunare è una sorgente all'infinito, distante $0 \leq \theta \leq \alpha$ dal centro.

Ricordando che

$$\begin{aligned} 1 \text{ radiante} &= 180^\circ / \pi \approx 57.3^\circ \\ &= 206264.8'' \end{aligned}$$

La Luna è un oggetto di dimensione angolare

$2\alpha = 32/60 \times \pi/180 = 0.0093$ radianti che creerà un'immagine di dimensioni $h = 2\alpha f$ sul piano focale della lente.

Ad es., se $f = 700 \text{ mm}$,
 $h = 6.5 \text{ mm}$

La "scala" del telescopio

- Il parametro $s = 206264.8/f$ (**scala angolare**) (secondi d'arco per mm) indica l'estensione angolare di un oggetto la cui immagine sul piano focale è di 1 mm
- Per ottenere la **scala spaziale** dello strumento il parametro s va confrontato con le dimensioni dell'elemento di immagine del rivelatore posto sul piano focale (dimensioni dei pixel di un sensore CCD, tipico delle macchine fotografiche digitali): ad es., se $s = 10''/\text{mm}$ e il CCD ha pixel di lato $10 \mu\text{m} = 10^{-2} \text{ mm}$, avremo una scala spaziale di $0''.1$ per pixel

Ottica ondulatoria



- Gli effetti di **rifrazione** dipendono dal "colore" della radiazione: la luce rossa è meno deviata di quella violetta (*l'indice di rifrazione cresce con la frequenza*)

- Altri effetti dovuti alla natura ondulatoria della luce sono l'**interferenza** e la **diffrazione**; quest'ultima si manifesta solo quando le dimensioni dell'ostacolo (ad es. fenditura) sono confrontabili con la lunghezza d'onda della radiazione (*confrontare le lunghezze d'onda meccaniche, ad es. sonore, col quelle della radiazione visibile ai nostri occhi*).

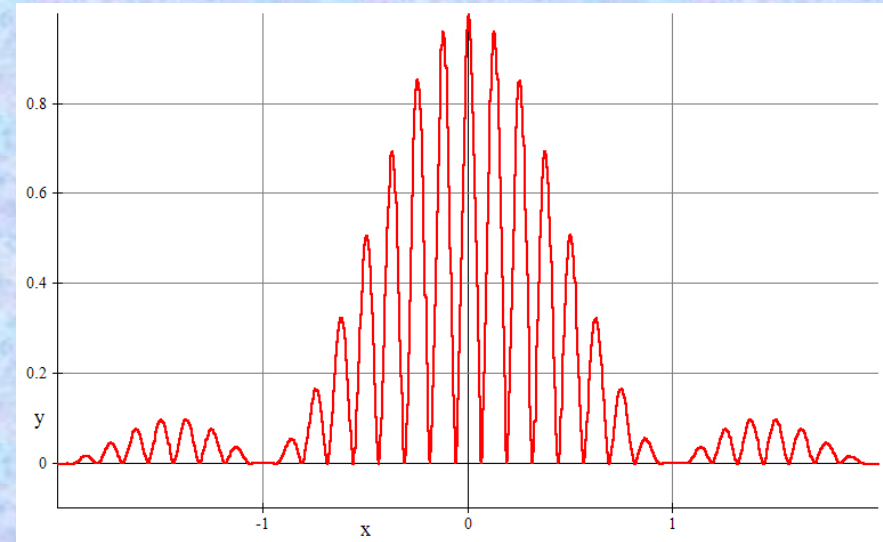
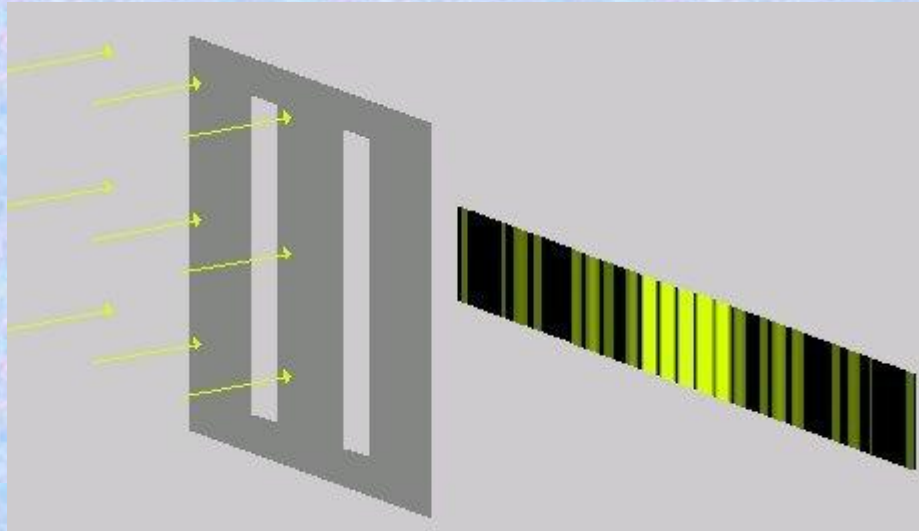
Diffrazione: alcune formule

- Condizione per il primo minimo (frangia scura) in una **figura di diffrazione** da una fenditura di ampiezza **a** :
 $a \sin \theta = \lambda$ (θ è l'angolo rispetto all'orizzontale)
- Se θ (in radianti) è piccolo **$\sin \theta \approx \theta$**
quindi **$\theta \approx \lambda / a$**
- Ampiezza angolare della frangia centrale generata dalla fenditura:
 $2 \theta \approx 2 \lambda / a$
- Distanza tra i due minimi d'intensità su uno schermo a distanza **L** dalla fenditura
 $D = 2 L \operatorname{tg} \theta \approx 2 L \theta$

Diffrazione da un sistema di fenditure

- Una serie di numerose fenditure (o solchi) finemente spaziate costituisce un *reticolo di diffrazione*
- Ciascuna delle fenditure (o solchi), quando viene illuminato da radiazione monocromatica coerente, diventa a sua volta una sorgente (principio di Huygens); tutti i segnali si sommano (con il segno stabilito dalla fase) quando raggiungono lo schermo (rivelatore)
- Condizione per l'interferenza costruttiva lungo *la direzione di dispersione* :
 $d \sin \theta = m \lambda$ con $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (*ordini spettrali*)
- Conoscendo la lunghezza d'onda λ della radiazione del laser, dalla misura degli angoli θ per i quali si verifica interferenza costruttiva è possibile ricavare la separazione d delle fenditure (o dei solchi)
- Discussione dei risultati del Laboratorio II

Effetto di interferenza+diffrazione



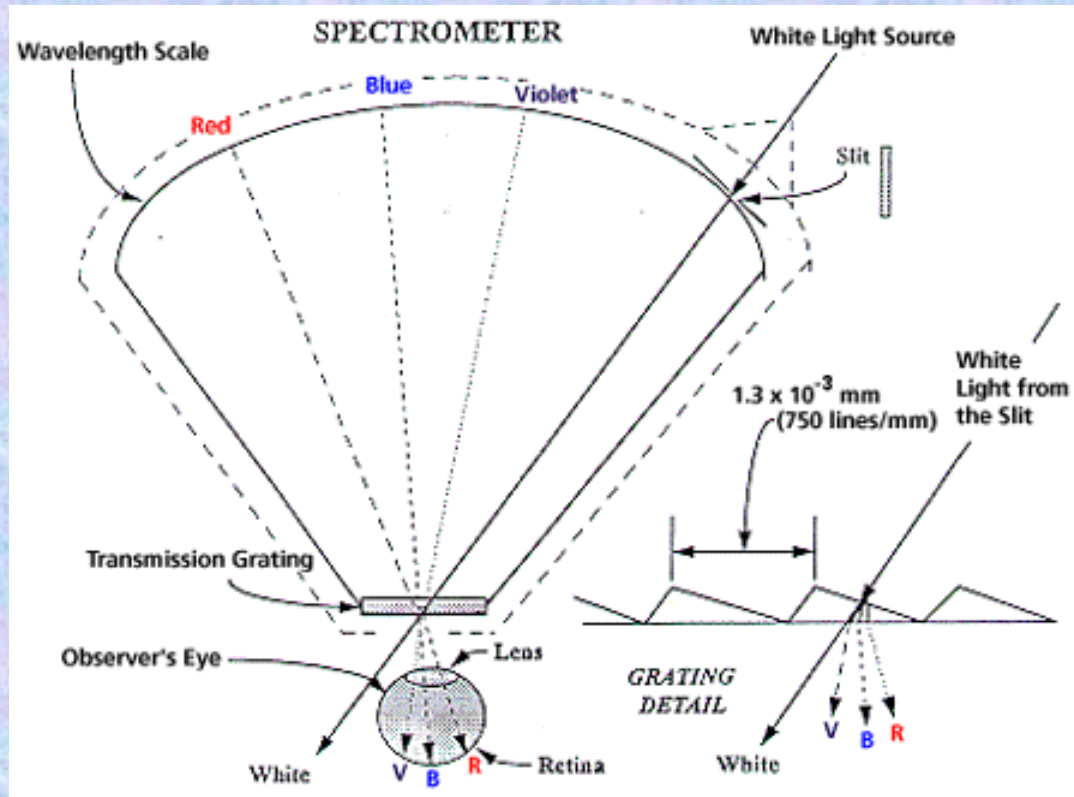
- Due fenditure di larghezza a e separazione d vengono illuminate da luce monocromatica di lunghezza d'onda λ . Le frange su uno schermo lontano sono rappresentate nel grafico a destra. Qual è il valore del rapporto d/a ?
- L'ampiezza dell'involucro centrale di frange, dovuto alla diffrazione, è proporzionale a $2\lambda/a$, mentre la spaziatura fine tra le frange, dovuta all'interferenza, è proporzionale a λ/d
- Si possono contare dal centro $d/a \approx 8$ minimi (punti di interferenza distruttiva) prima del termine dell'involucro centrale.

Realizzazione di uno spettroscopio

- **Previsione:** Cosa succede se illuminiamo un *reticolo di diffrazione* con luce bianca? Suggestimento: riflettere su qual è l'*asse di dispersione spettrale*, cosa succede alla radiazione incidente di diversa lunghezza d'onda e cosa succede se la sorgente è estesa
- **Verifica:** realizzazione di uno spettroscopio utilizzando un CD-ROM trasparente
- **Interpretazione:** ogni componente della radiazione a diversa lunghezza d'onda determina interferenza costruttiva in posizioni diverse dell'immagine spettrale
- **Domande:** Qual è la funzione della fenditura d'ingresso? Qual è la separazione angolare tra l'immagine centrale della sorgente (ordine $m = 0$) e il primo ordine spettrale ($m = 1$)?
- **Osservazioni spettroscopiche:** Cosa vediamo se la sorgente è una lampada a incandescenza? Se invece è una lampada a basso consumo o a neon? E se guardassimo il Sole?

Schema di uno spettroscopio

- *Spettroscopio a trasmissione* basato su un reticolo di diffrazione a dente di sega (*blazed*)



- Vengono realizzati anche *spettroscopi a riflessione*

Ottica ondulatoria



- Grazie alla dipendenza dalla lunghezza d'onda della diffrazione possiamo ottenere uno *spettro della radiazione*
- Sorgenti diverse hanno caratteristiche spettrali distinte che possono essere utilizzare per studiarne la natura

Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
<p>11. Una superficie con numerose scanalature (<i>reticolo</i>) produce una immagine (<i>spettro</i>) costituita da un gruppo di frange di diverso colore</p>	<ul style="list-style-type: none">• Le frange luminose di ciascun colore si formano nelle zone dell'immagine spettrale dove si realizza <i>interferenza costruttiva</i> delle onde• Un reticolo consente di riconoscere le componenti di diverso colore della radiazione (se questa non è monocromatica)
<p>12. Sorgenti diverse sono caratterizzati da spettri della radiazione diversi (<i>spettri continui</i> o <i>spettri a righe</i>)</p>	<ul style="list-style-type: none">• Gli spettri dipendono dalle caratteristiche della sorgente (lampada a incandescenza, neon, Sole)• L'analisi spettrale può fornire informazioni sulla natura del mezzo emittente (solido o gassoso)