

Laboratorio di Ottica e Spettroscopia

Terza lezione

Dai raggi di luce al modello a onde
(Introduzione alla spettroscopia)

Antonio Maggio e Luigi Scelsi
Istituto Nazionale di Astrofisica
Osservatorio Astronomico di Palermo

Sommario 3^a lezione

Prima parte

- Riassunto dei principi di ottica incontrati finora
- Qualche esercizio di *ottica geometrica* (modello "a raggi")
- Discussione dei risultati dell'esperienza (legge delle lenti sottili)

Seconda parte

- Fenomeni che non possono essere spiegati con l'ottica geometrica
- Esperienze con fenditure
- Interferenza e diffrazione
- Tecniche di misura tramite diffrazione

Riassunto esperienze precedenti

- Apertura di grandi dimensioni: molta luce, ma niente immagini
- *Foro stenopeico*: formazione di un'immagine ma debolmente luminosa (bassa sensibilità)
- *Lente concava* (convergente): formazione di un'immagine luminosa se l'oggetto (*sorgente*) e lo schermo (*rivelatore*) sono posti *a specifiche distanze dalla lente*, come determinato dall'esperienza in laboratorio

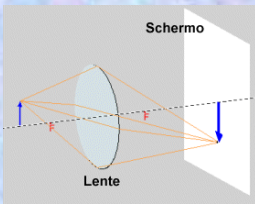
Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
<p>3. Una <i>lente convessa</i> raccoglie molta luce e genera un'immagine nitida, proiettabile solo in certe condizioni</p>	<ul style="list-style-type: none">• La lente modifica la direzione di propagazione della radiazione. Questo effetto si chiama <i>rifrazione</i>• La capacità di focalizzazione di una lente dipende da caratteristiche fisiche (<i>materiale della lente</i>) e da fattori geometrici (<i>forma della lente</i>)

Sequenza degli esperimenti e dei concetti

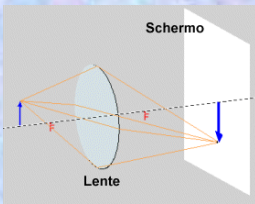
4. Le immagini reali si formano a una distanza dalla lente che dipende dalla distanza della sorgente

- Per ottenere una *immagine reale*, la sorgente deve essere a distanza maggiore della *lunghezza focale* altrimenti l'immagine è *virtuale* (non proiettabile ma visibile con l'occhio, come nell'uso comune di una lente d'ingrandimento)
- L'immagine reale si forma su uno schermo (*rivelatore*) posto a una distanza dalla lente che dipende dalla distanza della sorgente. Tale dipendenza si chiama
- *Equazione delle lenti sottili*, derivabile sperimentalmente (Laboratorio I) oppure con un'approccio puramente geometrico (tecnica dei "raggi principali").



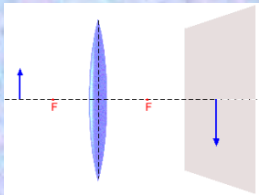
Equazione delle lenti sottili

- Per una lente convessa esiste una relazione tra d_o, d_i ed f (dove d_o e d_i sono le distanze dell'oggetto e dell'immagine da una lente di lunghezza focale f)
- Discutiamo i risultati dell'esperienza in laboratorio...
- **Equazione delle lenti sottili: $1/d_o + 1/d_i = 1/f$**



Equazione delle lenti sottili

- Tale relazione si può ricavare anche geometricamente tramite la *tecnica dei raggi principali*
- **Esercizio:** dimostrare che la relazione trovata tramite le misure in laboratorio è equivalente a quella che si può trovare geometricamente
- **Esercizio:** fissata $L = d_o + d_i$, dimostrate che ci sono due posizioni in cui si può piazzare la lente per formare un'immagine



Interpretazione fisica

- **Rifrazione della luce**

- Questo fenomeno è dovuto alla variazione della velocità della luce quando passa da un mezzo ad un altro. Vale il principio di Fermat: *il percorso della luce è quello che permette di raggiungere il punto di arrivo nel minor tempo possibile*. Da tale principio deriva la legge di Snell-Descartes

$$\text{sen } \theta_1 / \text{sen } \theta_2 = v_1 / v_2$$

- **Esercizio**: derivazione della legge di Snell-Descartes come soluzione del problema del bagnino

Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
<p>5. Quando la radiazione passa da un mezzo ad un altro (ad es. dall'aria al vetro) cambia la sua direzione di propagazione</p>	<ul style="list-style-type: none">• Questo effetto si chiama <i>rifrazione</i>• La rifrazione si deve al fatto che la luce si propaga nel vetro a velocità minore che nell'aria e quindi devia dalla direzione di propagazione in linea retta per soddisfare il Principio di Fermat• La capacità di focalizzazione di una lente dipende quindi da caratteristiche fisiche (<i>indice di rifrazione</i>) e da fattori geometrici (<i>curvatura</i>)

Propagazione della luce attraverso una lente

Modello fisico

- **Principio di Fermat:** $t = L / v$ deve essere minimo
- **Legge di Snell-Descartes:** $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$
- **Indice di rifrazione:** $n = c / v$

(t tempo di percorrenza, L lunghezza percorso, v velocità della luce in un mezzo, θ_1 angolo di ingresso, θ_2 angolo di uscita, c velocità della luce nel vuoto)

Modello geometrico

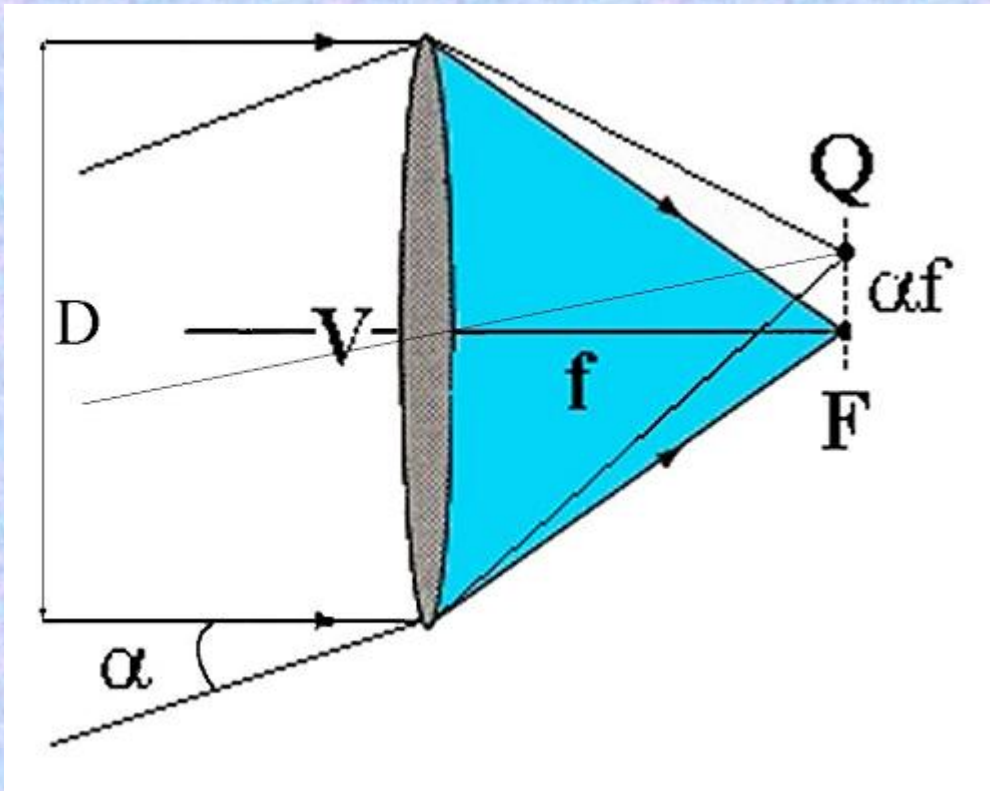
- **Equazione delle lenti sottili:** $1/d_o + 1/d_i = 1/f$
- **Ingrandimento:** $m = - d_i / d_o$ ($h_i = m h_o$)

(d_o e d_i distanze oggetto e immagine dalla lente, f lunghezza focale, m ingrandimento, h dimensione dell'oggetto o dell'immagine)

Applicazione a strumenti ottici

- **Piano focale:** piano perpendicolare all'asse ottico, passante per il fuoco della lente
- **Dimensione sul piano focale** dell'immagine di un oggetto che sottende un angolo di vista θ , prodotta da un sistema ottico con lunghezza focale f :
$$h = f \operatorname{tg} \theta \approx f \theta \quad [\theta \text{ in radianti, } f \text{ in mm}]$$

Dimensione sul piano focale



Supponiamo di osservare un oggetto a distanza molto grande con una lente caratterizzata dai seguenti parametri:

D = diametro

f = lunghezza focale

V = asse ottico

F = fuoco, sorgente in asse

Q = fuoco, sorgente fuori asse

Piano focale:

piano perpendicolare all'asse ottico, passante per F

α = dimensione angolare dell'oggetto

αf = dimensione lineare dell'immagine sul piano focale

(con buona approssimazione, se $\alpha \ll 1$ in radianti)

Applicazione a strumenti ottici

Definizioni

- **Energia raccolta:**
flusso \times area \times tempo di esposizione
[joule $m^{-2} s^{-1}$] \times [m^2] \times [s]
dove area = $\pi D^2/4$
- **Apertura di una lente (o di diaframma) di diametro D :**
numero $F = f / D$
- **Potere diottrico (numero di diottrie):**
 $1/f$ [f in metri]

Verso un'altro modello di radiazione



- Esperienze di riflessione e interferenza:

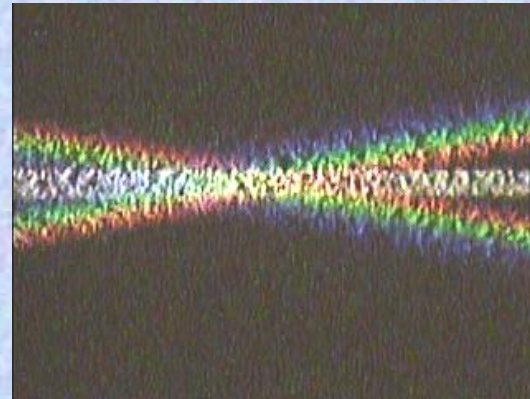
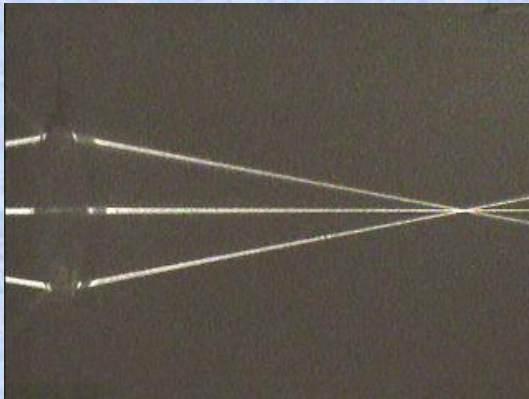
Un prisma o una goccia d'acqua illuminati creano un arcobaleno

Uno specchio riflette la luce, mentre la superficie di un CD-ROM genera effetti cromatici

Il modello a raggi (ottica geometrica) non è in grado di spiegare questi effetti. Serve un altro modello.

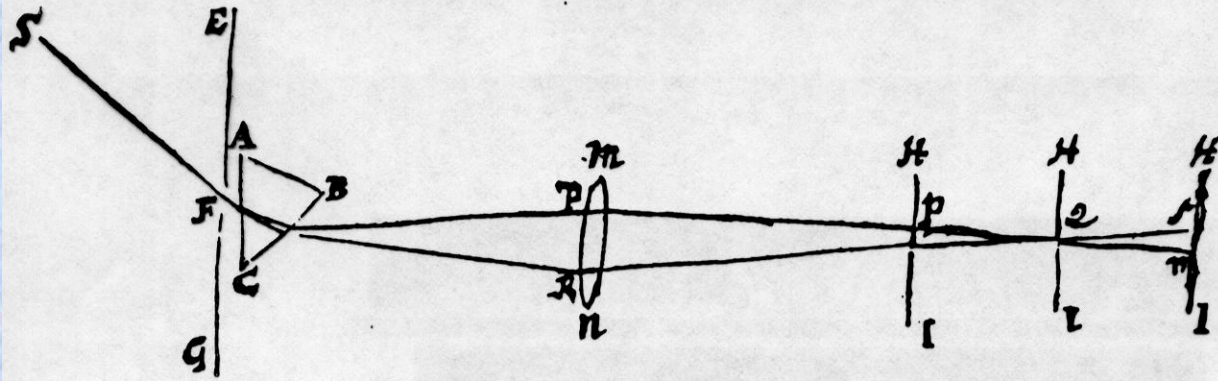
Il problema delle aberrazioni

- Aberrazioni: "difetti" di focalizzazione
- **Aberrazione cromatica** : un effetto fisico



- Causato dalla dipendenza dell'indice di rifrazione dal "colore" della radiazione
- A questa dipendenza si deve la **scomposizione spettrale** della luce che attraversa un prisma o una goccia d'acqua

Esperimenti di Newton con un prisma (1672)



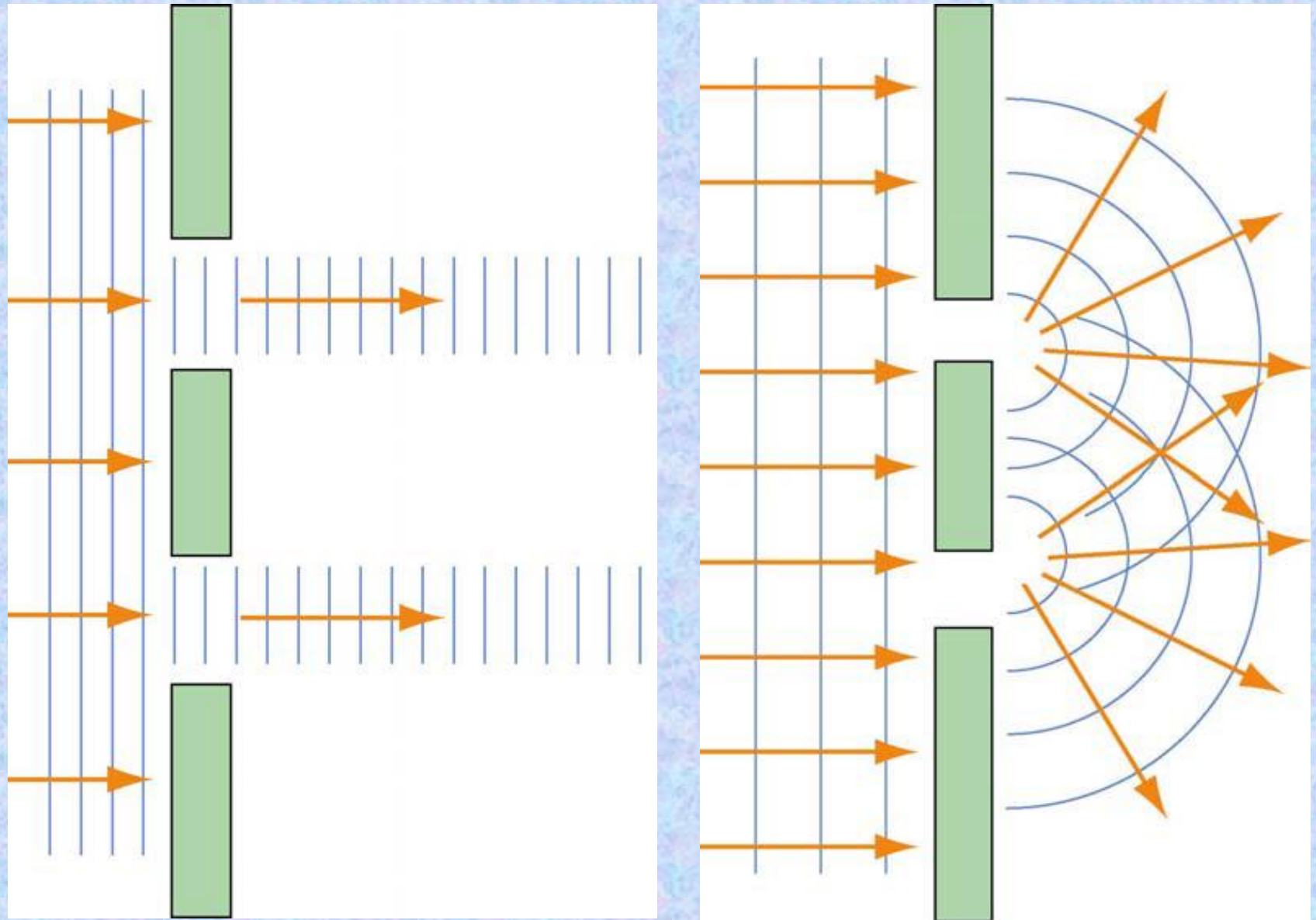
Newton's diagram showing how he combined the colours to make white light once more. Light from the Sun (left) enters the hole *F* and is separated into colours by the prism. The lens brings the colours together again. They fall on the screen *HI*, and if this is at *Q* they produce 'whiteness'. From *Philosophical Transactions*, 80, 19 Feb. 1672.

Il dibattito sulla natura della luce

Newton (1642-1727)

- Nel trattato *Opticks* (1704) descrive i suoi studi sulla scomposizione della luce solare tramite un prisma
- Newton sosteneva un *modello corpuscolare* della luce, costituita da getti di particelle ipotetiche di diverse dimensioni, cui corrispondevano i diversi colori
- Sosteneva che si trattasse di particelle perché la luce getta ombre nette, ovvero sembra propagarsi in linea retta come solo particelle di materia possono fare

Differenza tra particelle e onde



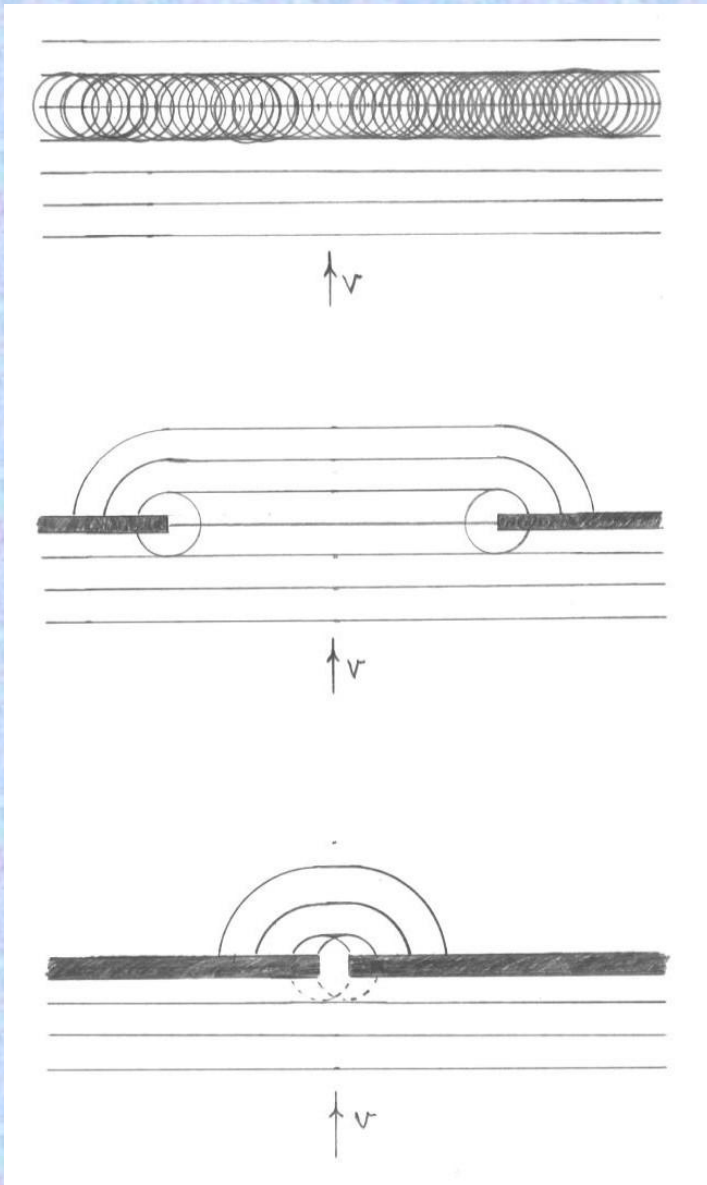
Problemi con il modello corpuscolare

- Due fasci di luce che si incrociano non mutano direzione di propagazione, come invece farebbero particelle che si scontrano
- La luce che passa da una fenditura abbastanza stretta si disperde lateralmente e appare uno schema di ombre alternate a strisce più luminose (esperienza con due matite o due dita)
- Il primo a descrivere quest'ultimo fenomeno fu Francesco Maria Grimaldi nel *De Lumine* (1665), chiamandolo **diffrazione**, ma la sua scoperta rimase ignorata per molti anni

Il dibattito sulla natura della luce

- 1690: Huygens enuncia la sua teoria ondulatoria (*Traité sur la lumiere*)
 - le onde luminose sono analoghe a quelle acustiche (meccaniche)
 - Ogni punto investito da un'onda (perturbazione) diventa a sua volta sorgente di onde che si continuano a propagare alla stessa velocità (*principio di Huygens*)
 - La luce, come altri tipi di onde meccaniche, può aggirare gli ostacoli, ovvero incurvarsi dopo essere passata attraverso una fessura sottile (*diffrazione*, fenomeno descritto dal Grimaldi nel *De Lumine*, 1665)
 - Huygens interpreta anche la legge di Snell (*rifrazione*) come effetto della variazione di velocità di propagazione della luce in mezzi diversi

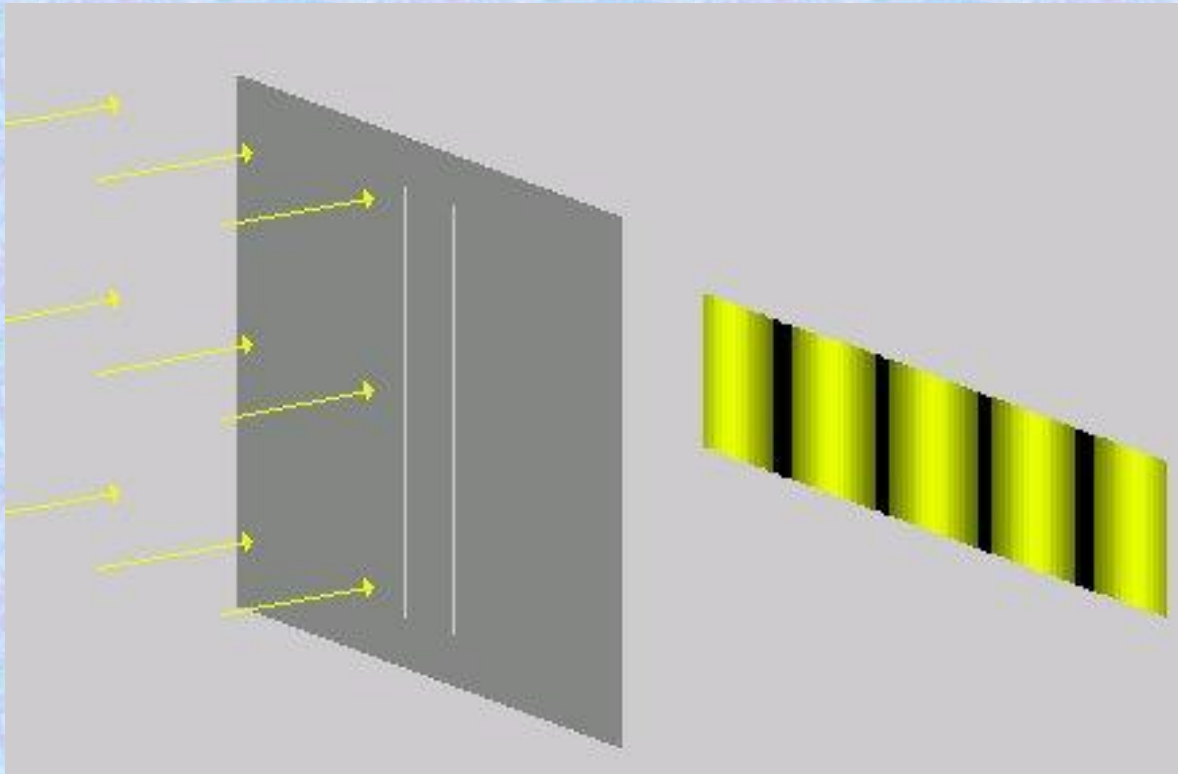
Il principio di Huygens e la diffrazione



- **Onda piana:** il fronte d'onda (retto) risulta dalla composizione delle onde generate da ogni singolo punto
- Nell'attraversare un ostacolo largo, l'onda agira i bordi
- Nel caso di una fenditura stretta, l'onda trasmessa assume un profilo quasi circolare

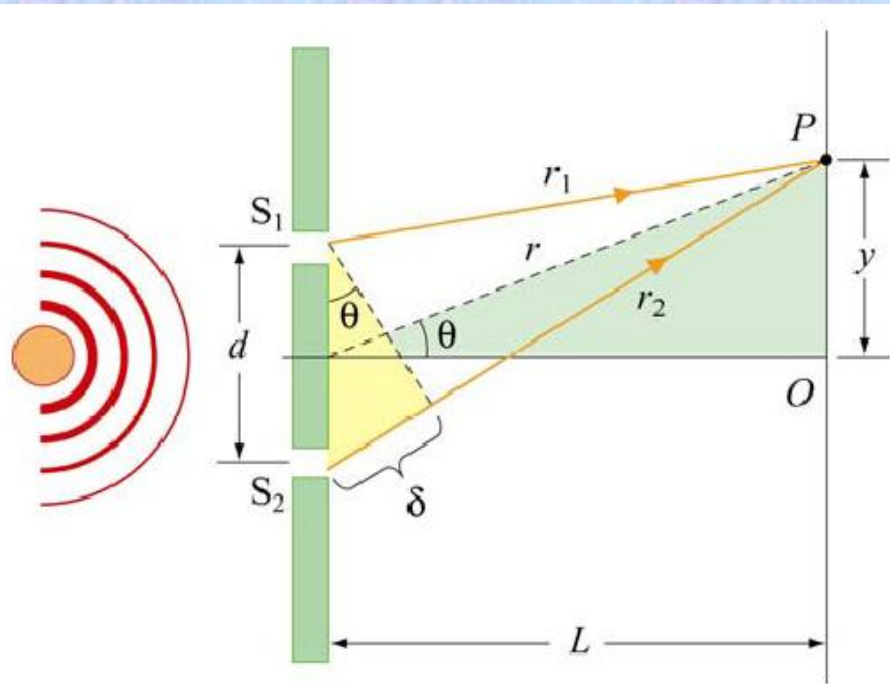
Il dibattito sulla natura della luce

- 1803: Thomas Young dimostra che la luce è fatta di onde
 - Cosa succede sommando la luce proveniente da due sorgenti (fenditure) vicine tra loro?



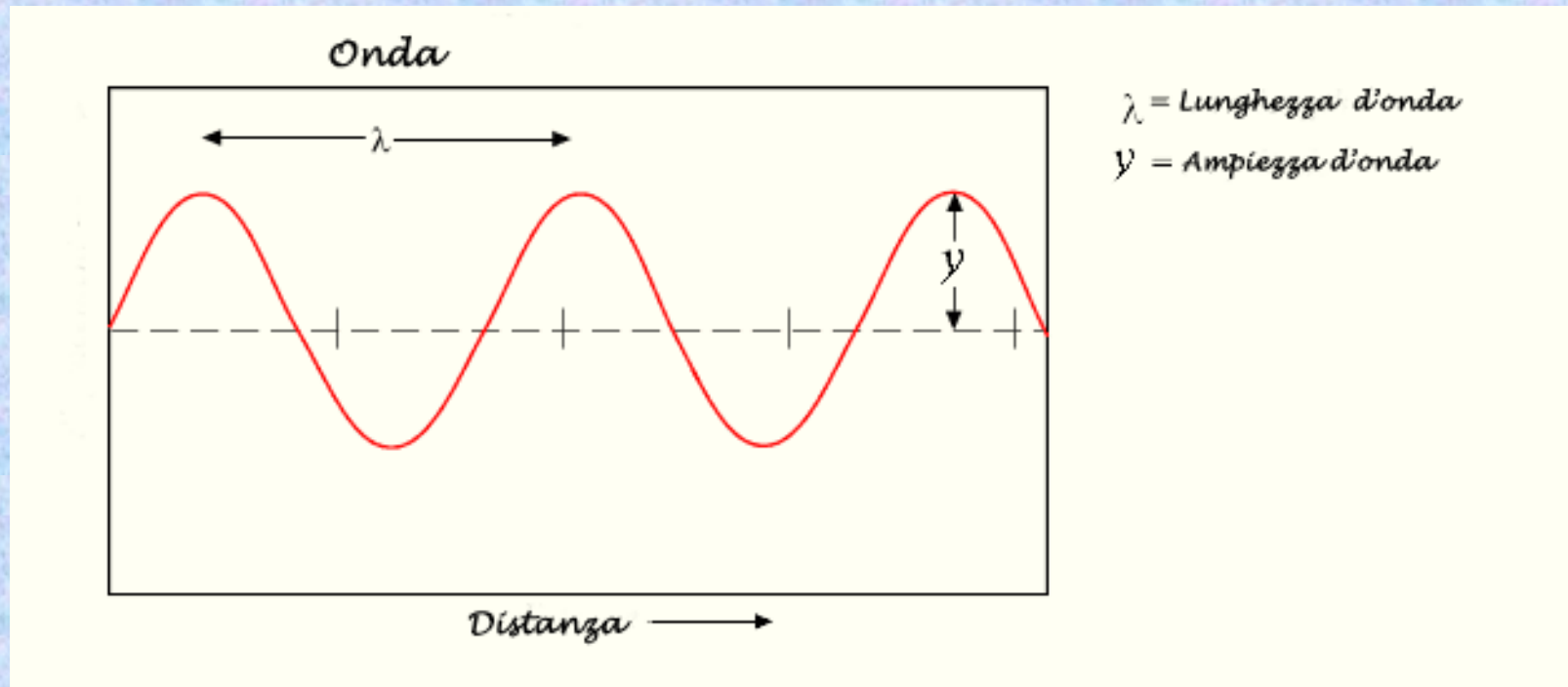
- Se la luce fosse fatta di particelle di materia ciò non sarebbe spiegabile

Interpretazione dell'esperienza di Young



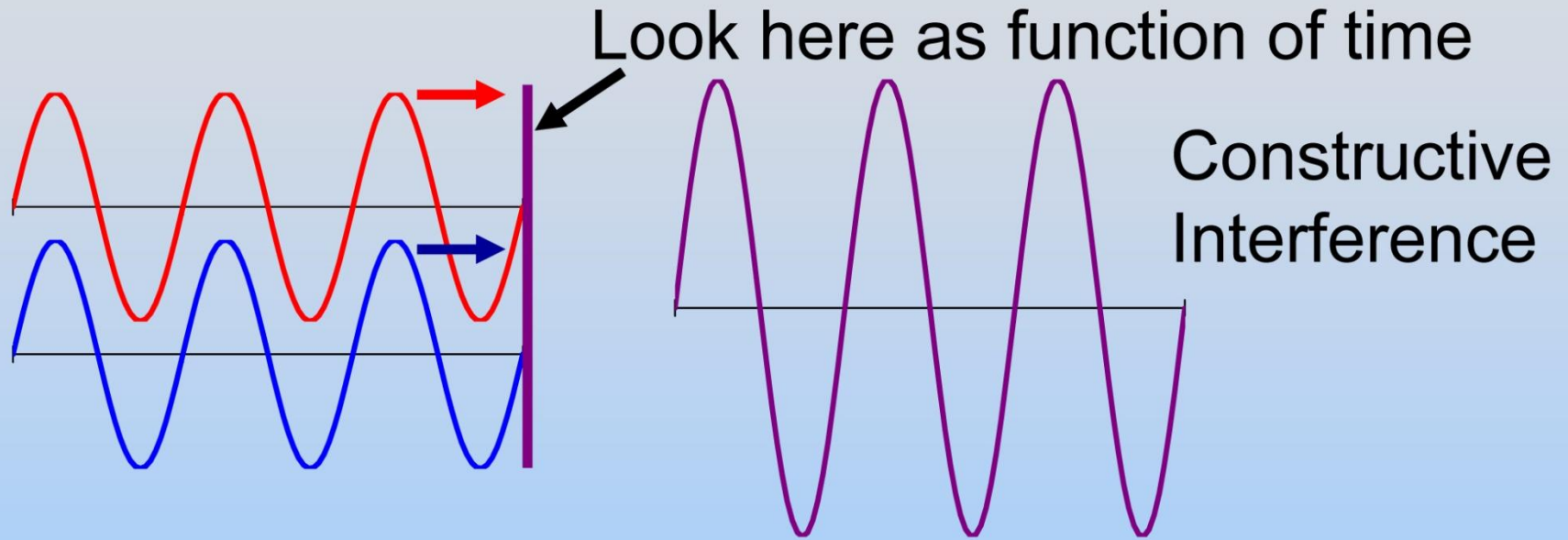
- Due fenditure di ampiezza trascurabile separate da distanza d
- Le fenditure si comportano come due sorgenti luminose, S_1 e S_2 (principio di Huygens)
- La luce arriva in un punto P sullo schermo seguendo due cammini di diversa lunghezza, r_1 e r_2

Caratteristiche di un'onda



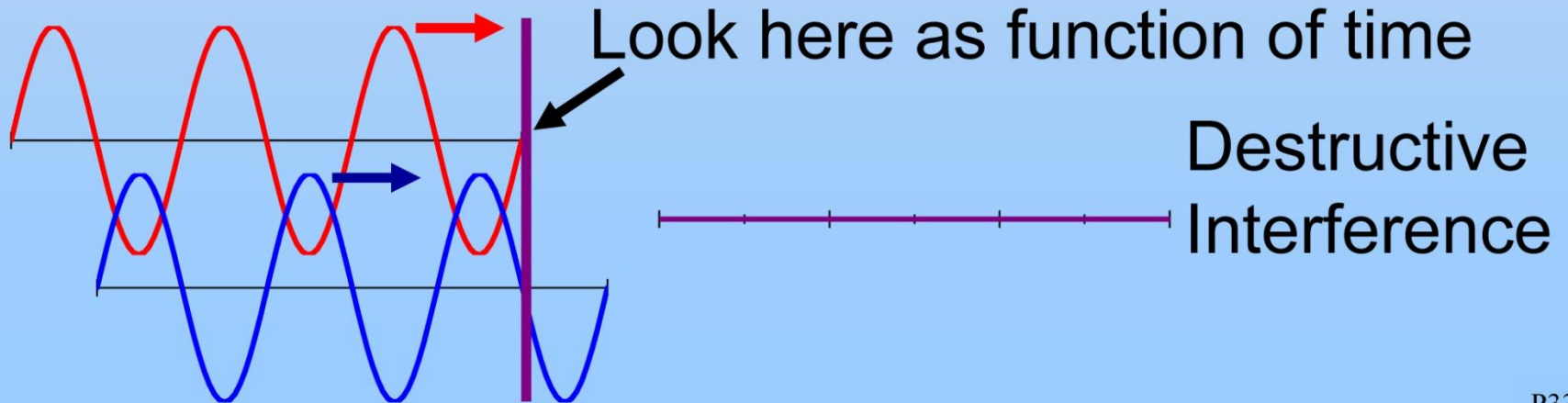
- Un'onda è un fenomeno periodico che si ripete nello spazio e nel tempo
- E' descrivibile tramite una lunghezza caratteristica, λ , un'ampiezza, A , una velocità di propagazione, v , e una frequenza $= v / \lambda$

Somma di due onde



- Se due onde con le stesse caratteristiche arrivano in un punto dello spazio con la stessa *fase* il risultato è la somma dei segnali (*interferenza costruttiva*)

Somma di due onde

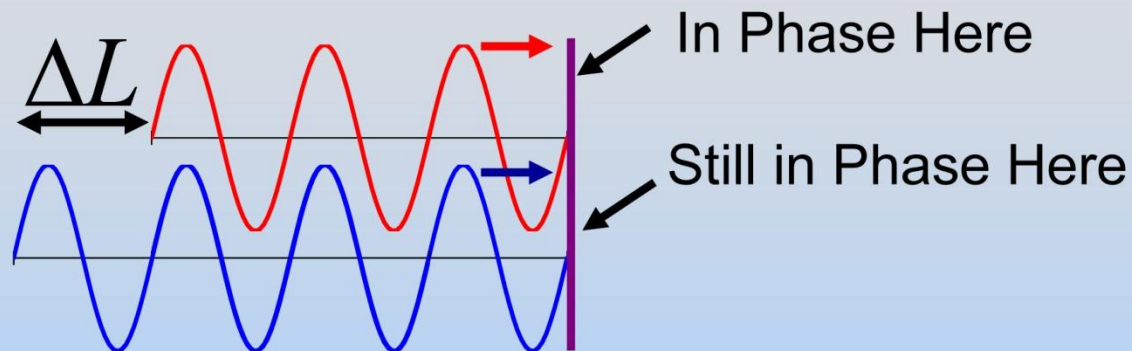


P33- 8

- Se due onde con le stesse caratteristiche arrivano in un punto dello spazio in opposizione di *fase* il risultato è l'annullamento del segnale (*interferenza distruttiva*)

Effetto di una differenza di cammino

- Se una delle due onde è traslata rispetto all'altra di un multiplo della lunghezza d'onda, λ , si ottiene ancora



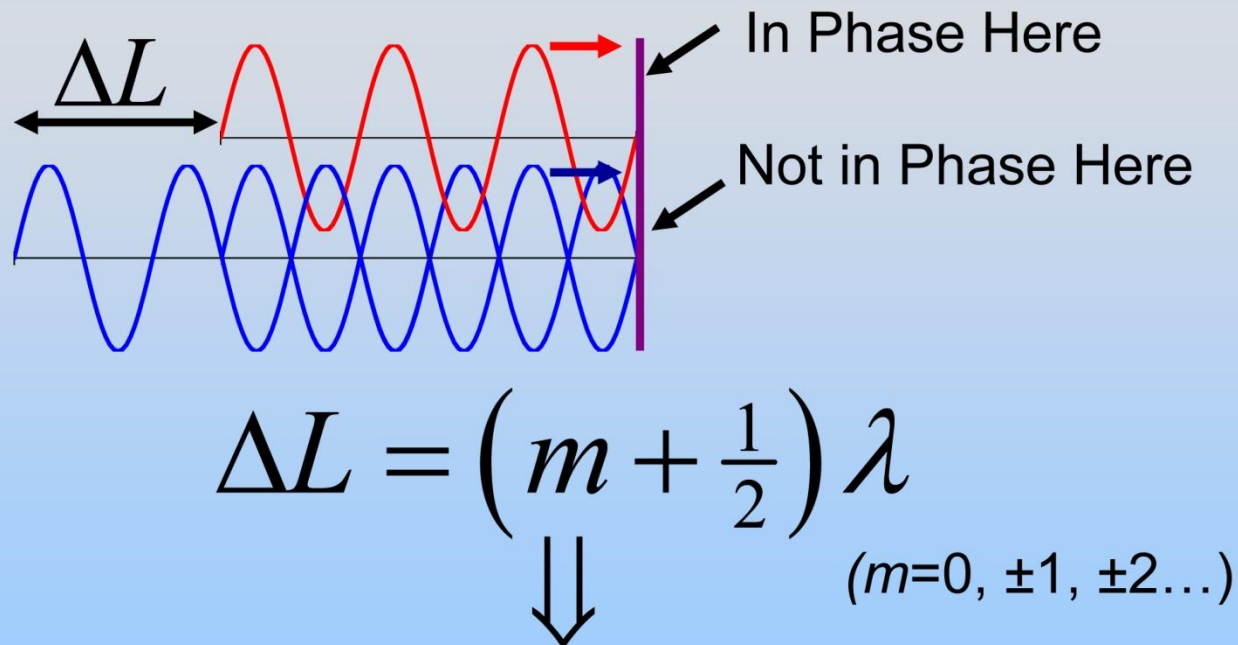
$$\Delta L = m\lambda \quad (m=0, \pm 1, \pm 2\dots)$$

⇓

interferenza costruttiva

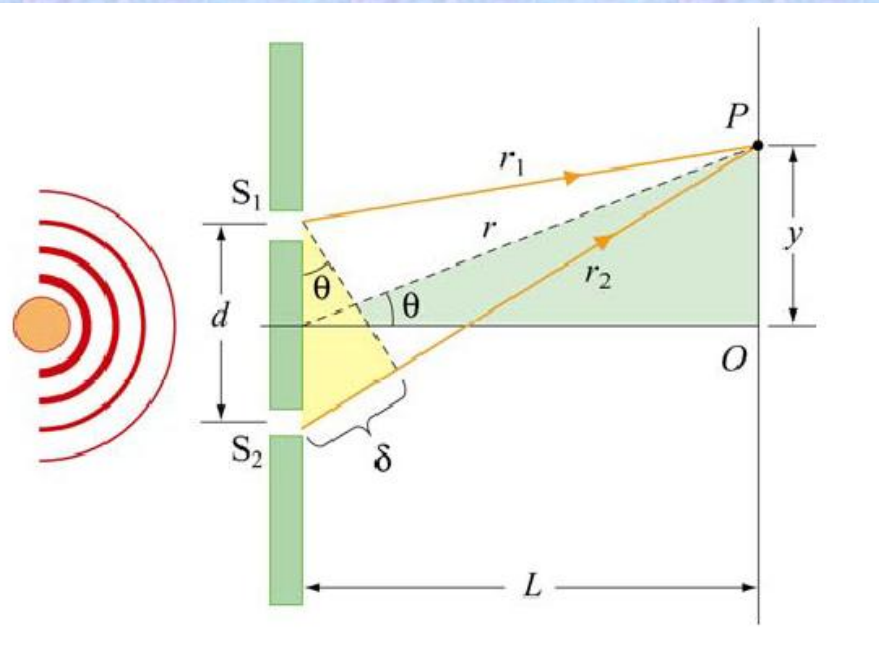
Effetto di una differenza di cammino

- Se una delle due onde è traslata rispetto all'altra di mezza lunghezza d'onda, $\lambda/2$, si ottiene invece



interferenza distruttiva

Interpretazione dell'esperienza di Young



- La differenza di cammino è circa

$$r_2 - r_1 \approx \delta = d \sin \theta$$

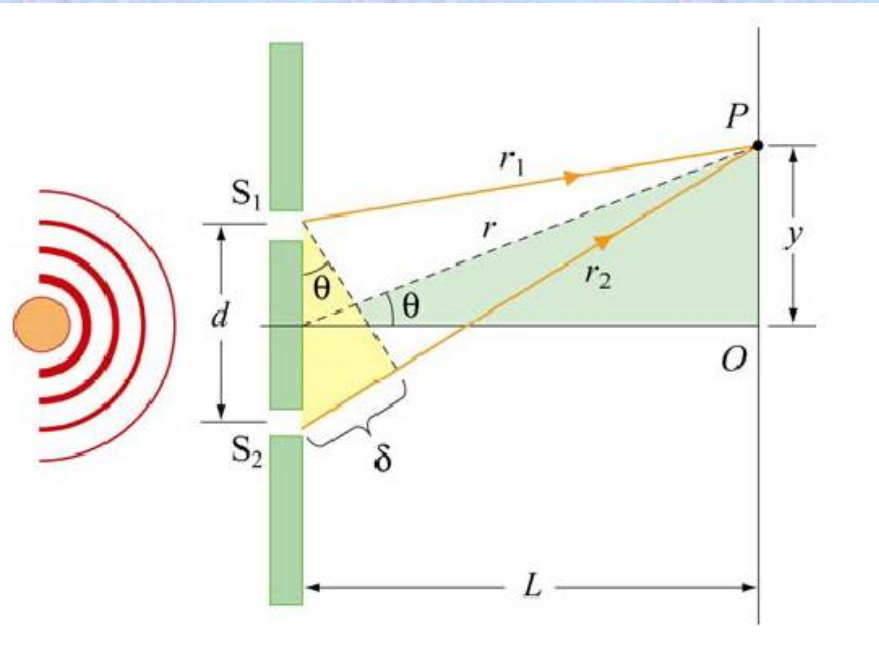
- Se è un multiplo della lunghezza d'onda

$$\delta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

si ottiene interferenza costruttiva (l'intensità è massima)

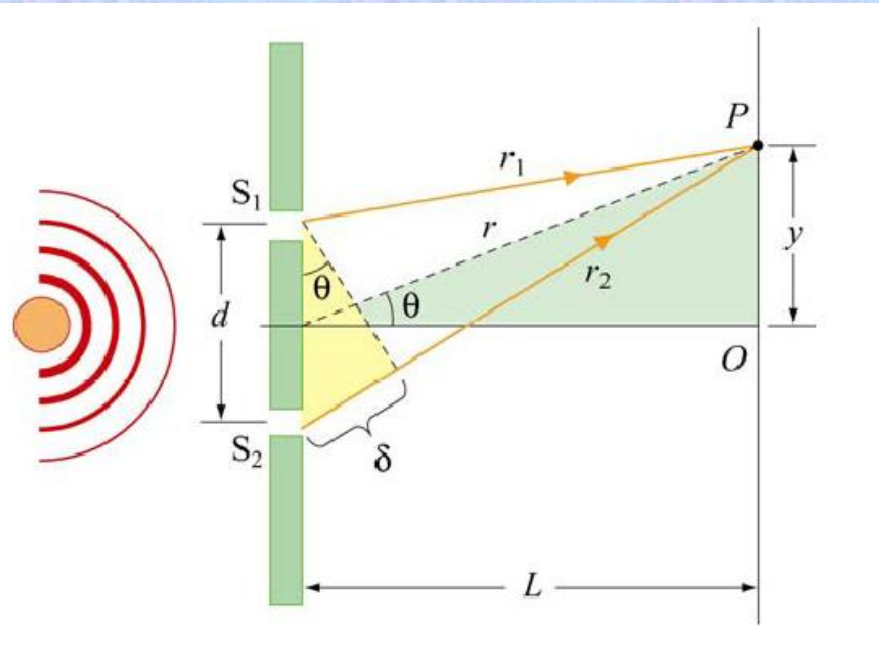
- Nei punti dove invece $\delta = (m + \frac{1}{2}) \lambda$ si ottiene interferenza distruttiva (l'intensità è minima)

Interpretazione dell'esperienza di Young



- La distanza del punto P dall'asse è
 $y = L \operatorname{tg} \theta \approx L \operatorname{sen} \theta$
(approssimazione valida se θ è molto piccolo)
- Si verifica interferenza costruttiva nei punti P dove **$\operatorname{sen} \theta = \delta/d = m\lambda/d$**
- Ovvero nei punti dove **$y_{\text{costr}} = m L \lambda / d$**
con $(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$

Interpretazione dell'esperienza di Young



- Si verifica interferenza distruttiva nei punti P dove

$$\text{sen } \theta = \delta/d = (m + \frac{1}{2}) \lambda / d$$

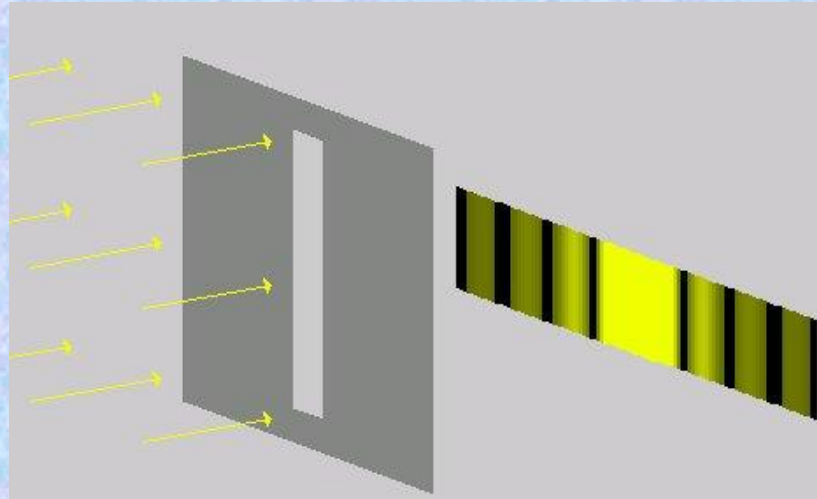
ovvero nei punti dove

$$y_{distr} = (m + \frac{1}{2}) L \lambda / d$$

con $(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$

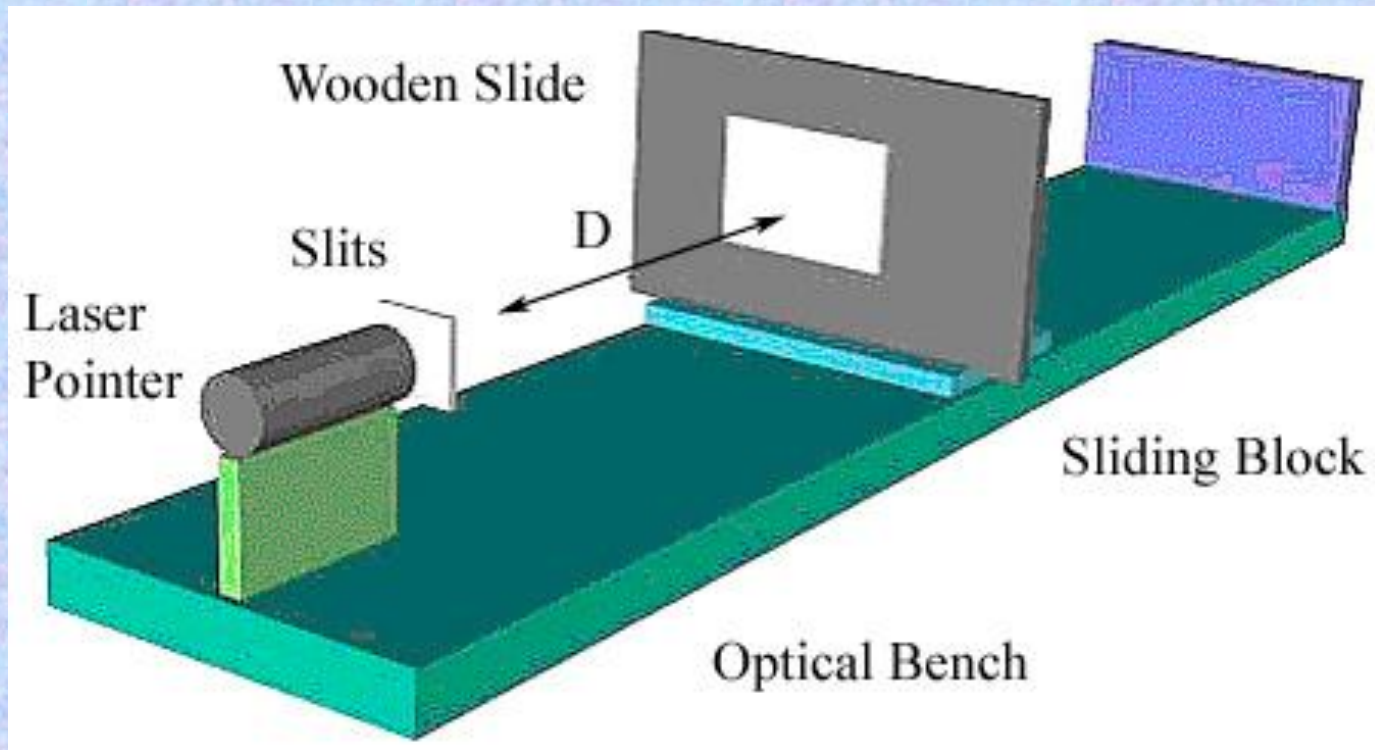
Nota bene: se sappiamo la separazione d , dalla misura di L e delle posizioni y_{distr} oppure y_{costr} possiamo ricavare il valore della lunghezza d'onda λ

Esperienze di diffrazione

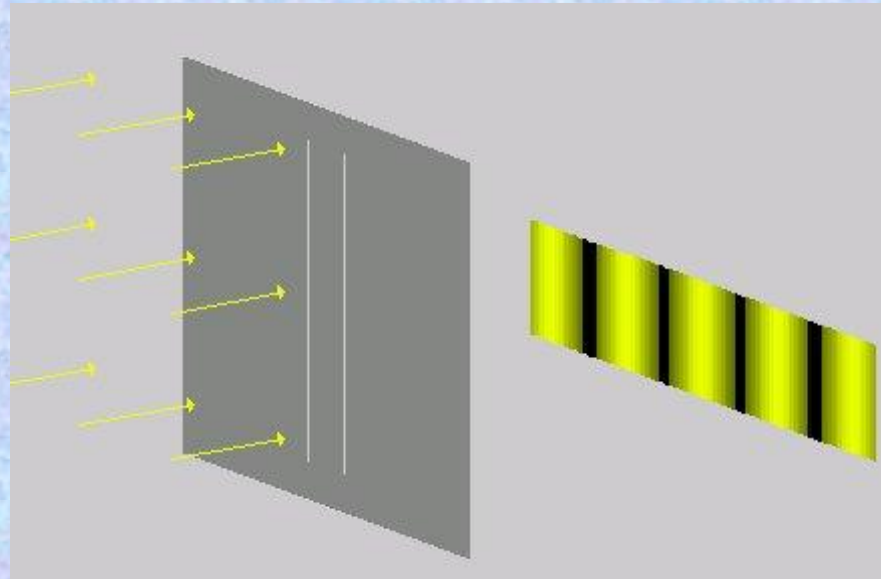


- Se si usa una sorgente *monocromatica* (laser) e la *fenditura è abbastanza stretta*, si crea una **figura di diffrazione**
- Il modello a raggi non può spiegare questo effetto; bisogna ricorrere necessariamente al modello a onde

Esperienze con il banco ottico

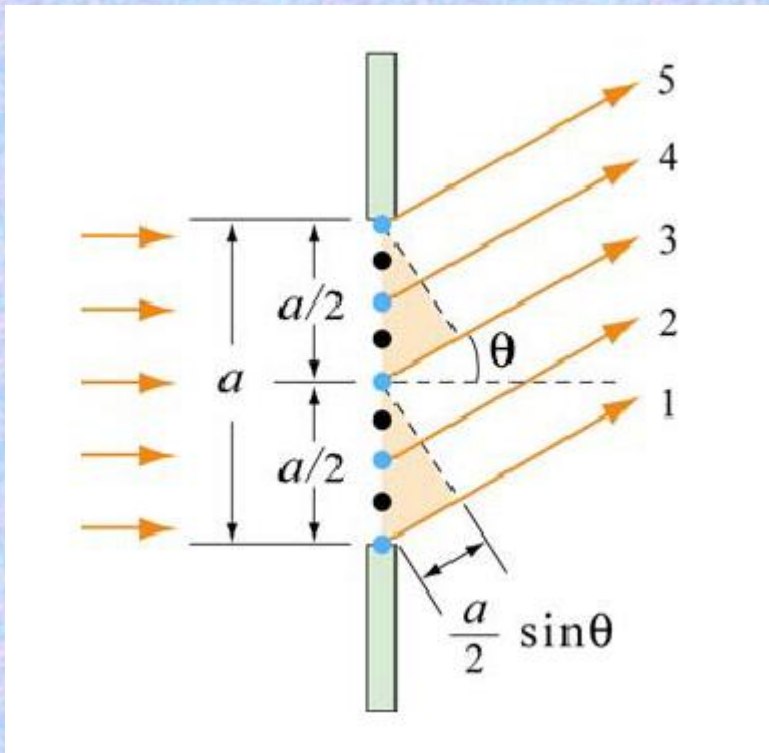


Esperienze di interferenza



- Cosa succede se cambia la distanza, d , tra le fenditure?
- Cosa succede se cambiamo la lunghezza d'onda, λ , della luce?
- Cosa succede se usiamo luce bianca?

Diffrazione da singola fenditura



- Sia data una fenditura di larghezza **a**
- Le onde che originano dai punti 1 e 3, 2 e 4, 3 e 5 danno luogo a interferenza distruttiva se

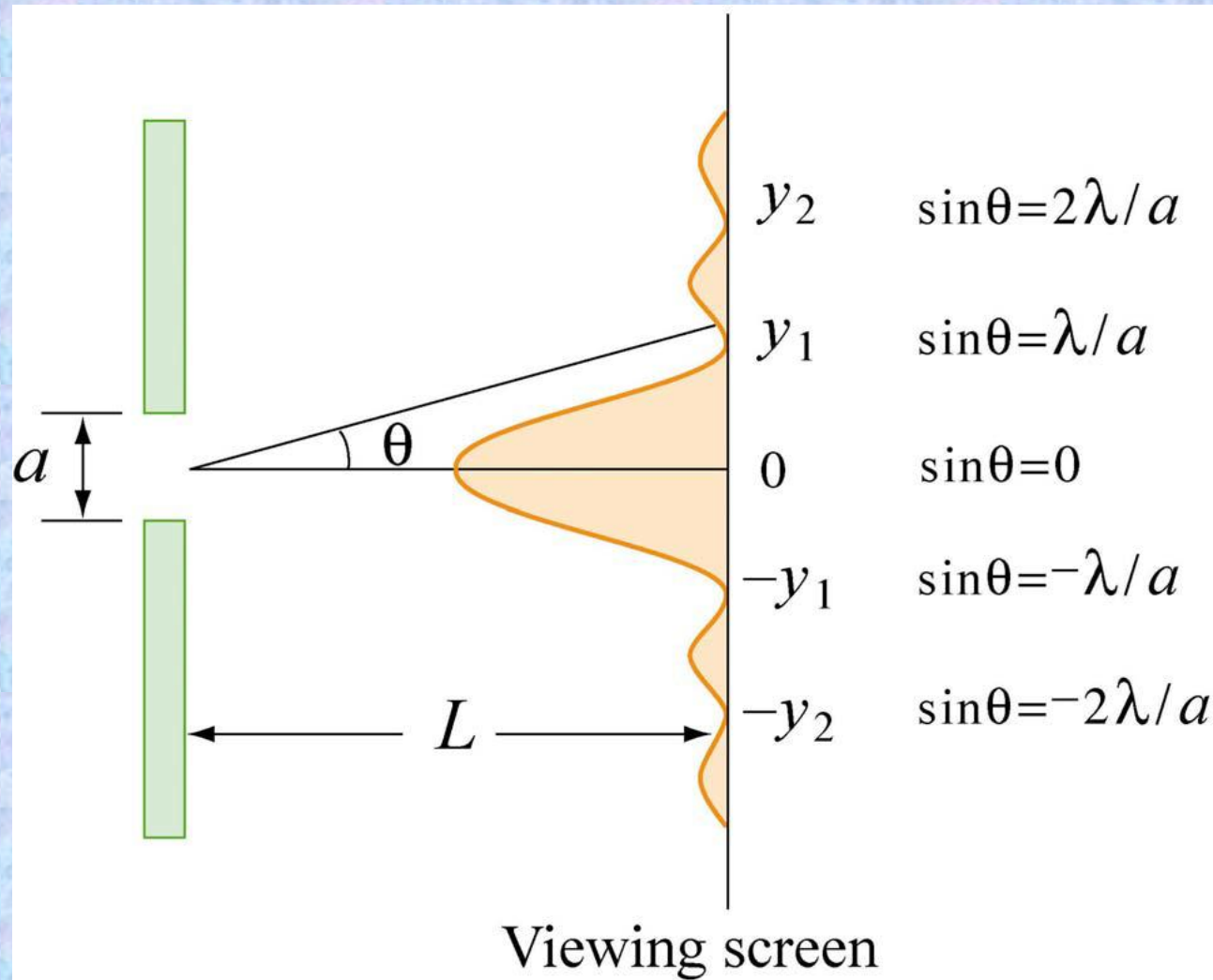
$$\delta = a/2 \sin \theta = (m + \frac{1}{2}) \lambda$$

$$\text{ovvero se } a \sin \theta = (2m + 1) \lambda$$

Dividendo la fenditura in 4, poi in 8, poi in 16 parti, ecc., e ragionando in modo analogo, si ricavano tutte le possibilità di interferenza distruttiva:

$$a \sin \theta = m \lambda \quad \text{con } m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Diffrazione da singola fenditura



Diffrazione: alcune formule

- Condizione per il primo minimo (frangia scura) in una **figura di diffrazione** da una fenditura di ampiezza **a** :
 $a \sin \theta = \lambda$ (θ è l'angolo rispetto alla normale)
- Ampiezza angolare della frangia centrale generata da una fenditura rettangolare:
 $2 \theta \approx 2 \lambda / a$

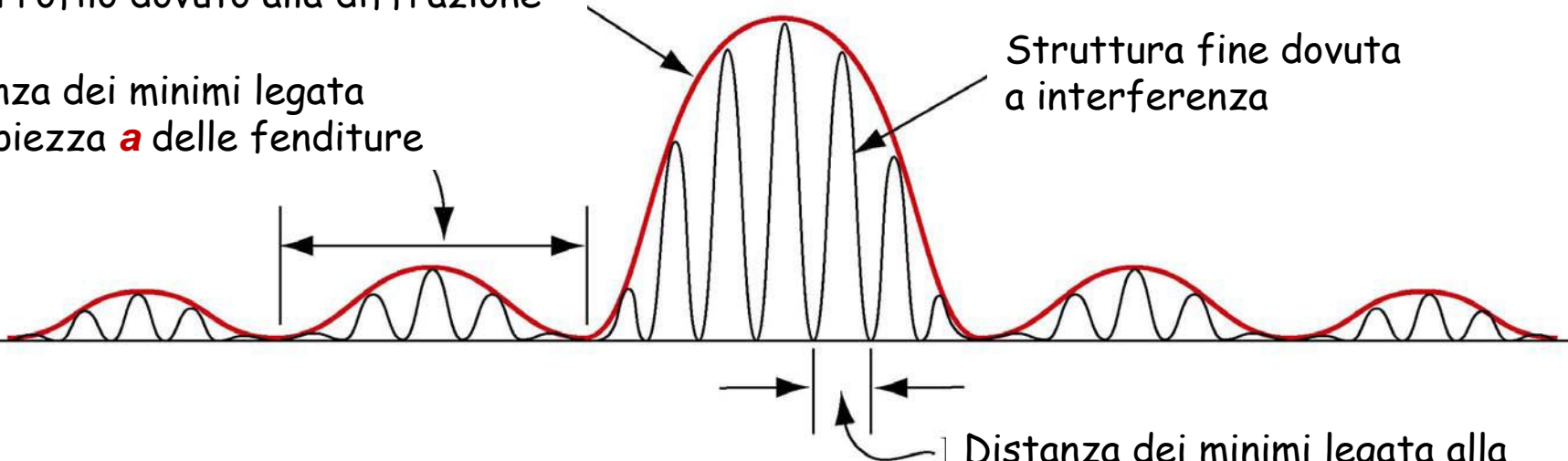
Caso generale: due fenditure di ampiezza non trascurabile

Profilo dovuto alla diffrazione

Distanza dei minimi legata all'ampiezza a delle fenditure

Struttura fine dovuta a interferenza

Distanza dei minimi legata alla separazione d delle fenditure



Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze

Interpretazione fisica e metodi d'analisi

8a. Luce di colore diverso viene focalizzata a distanze diverse dalla lente

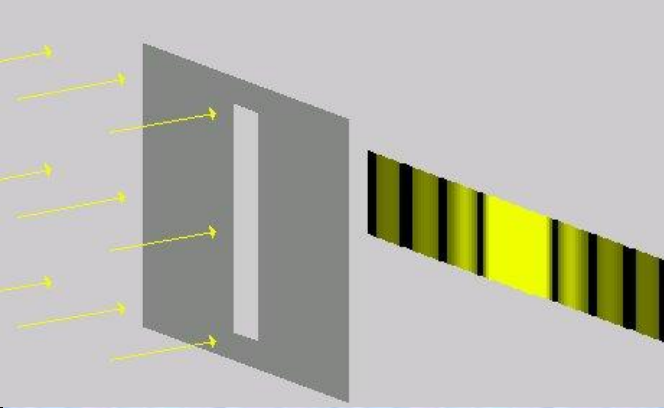
8b. Un prisma di vetro disperde la luce bianca in uno spettro cromatico



- **Aberrazione cromatica:** la velocità di propagazione della radiazione in un mezzo (ad es. una lente) e quindi l'indice di rifrazione dipendono dalla frequenza della radiazione.
- Radiazione di frequenza (o energia) diversa segue percorsi diversi. In generale l'indice di rifrazione cresce con la frequenza (la luce blu devia più di quella rossa).
- L'effetto è quello della **dispersione** della luce bianca in diversi colori
- Per interpretare questi fenomeni occorre una descrizione della radiazione come una sovrapposizione di onde (**ottica ondulatoria**)

Sequenza degli esperimenti e dei concetti

9. Una fenditura stretta (o un capello) illuminato da un fascio laser genera un'immagine con una serie di frange luminose (*figura di diffrazione*) allineate in direzione perpendicolare a quelle del fascio incidente e della fenditura (o del capello)



- Quando la luce incontra ostacoli delle dimensioni della propria lunghezza d'onda si verificano effetti di deviazione dalla linea retta di propagazione (*diffrazione*)
- Gli effetti di diffrazione, come quelli di dispersione, dipendono dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente
- La diffrazione è un fenomeno comune anche alle onde meccaniche e acustiche; in questi casi la diffrazione è più facile da sperimentare perché la lunghezza d'onda è generalmente molto più grande di quella della luce
- Il modello ondulatorio della luce fu introdotto da Huygens per spiegare questi effetti

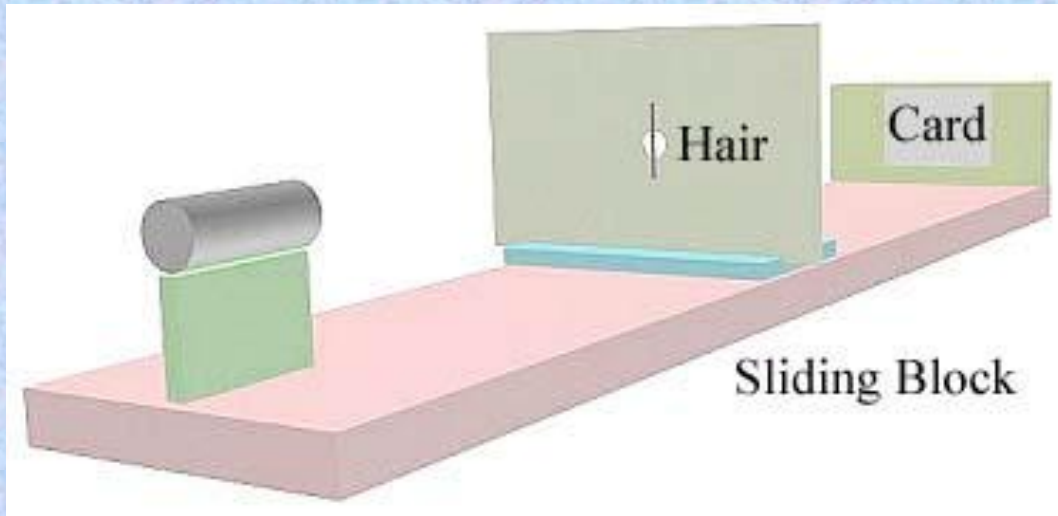
Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
<p>10. Uno schermo con due o più fenditure genera un'immagine con una serie di frange di simile intensità, ad angoli crescenti rispetto alla direzione retta</p>	<ul style="list-style-type: none">• Le frange sono prodotte da effetti di interferenza della luce trasmessa dalle singole fenditure (a loro volta sorgenti di radiazione, secondo il principio di Huygens)• Questi effetti, così come quelli di rifrazione e di diffrazione, dipendono dalla lunghezza d'onda (colore) e sono spiegabili con un modello ondulatorio della radiazione

Esperienze con un *reticolo* di fenditure

- **Previsione:** Cosa succede se illuminiamo un CD-ROM con un laser?
- Si tratta di una serie di solchi finemente spaziati, equivalente a un *reticolo di diffrazione*
- Ciascuno dei solchi, quando viene illuminato dal laser, diventa una sorgente di radiazione indipendente dalle altre; tutti i segnali si sommano (con il segno stabilito dalla fase) quando raggiungono lo schermo (rivelatore)
- Notare almeno 3 immagini *lungo l'asse di dispersione spettrale*, corrispondenti ai valori $m = 0, 1, 2$ (*ordini spettrali*) nella condizione per l'interferenza costruttiva:
 $d \sin \theta = m \lambda$
- Conoscendo la lunghezza d'onda λ della radiazione del laser, dalla misura degli angoli θ per i quali si verifica interferenza costruttiva è possibile ricavare la separazione d dei solchi nel CD-ROM
- Ripetere l'esperimento con un DVD. Cosa cambia?

Verso un'altro modello di radiazione



Un effetto di diffrazione si può osservare ogni volta che la radiazione incontra **un'ostacolo di dimensioni confrontabili con la lunghezza d'onda** (ad esempio illuminando un capello o i solchi di un CD-ROM con un fascio laser)

