

# Laboratorio di Ottica e Spettroscopia

Terza lezione

Dai raggi di luce al modello a onde  
(Introduzione alla spettroscopia)

Antonio Maggio e Luigi Scelsi  
Istituto Nazionale di Astrofisica  
Osservatorio Astronomico di Palermo

# Sommario 3<sup>a</sup> lezione

## Prima parte

- Riassunto dei principi di ottica incontrati finora
- Qualche esercizio di *ottica geometrica* (modello "a raggi")
- Discussione dei risultati dell'esperienza (legge delle lenti sottili)

## Seconda parte

- Fenomeni che non possono essere spiegati con l'ottica geometrica
- Esperienze con fenditure
- Interferenza e diffrazione
- Tecniche di misura tramite diffrazione

# Riassunto esperienze precedenti

- Apertura di grandi dimensioni: molta luce, ma niente immagini
- *Foro stenopeico*: formazione di un'immagine ma debolmente luminosa (bassa sensibilità)
- *Lente concava* (convergente): formazione di un'immagine luminosa se l'oggetto (*sorgente*) e lo schermo (*rivelatore*) sono posti *a specifiche distanze dalla lente*, come determinato dall'esperienza in laboratorio

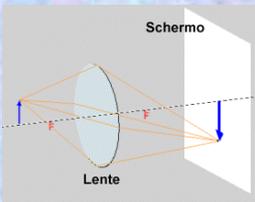
# Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
<p>3. Una <i>lente convessa</i> raccoglie molta luce e genera un'immagine nitida, proiettabile solo in certe condizioni</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• La lente modifica la direzione di propagazione della radiazione. Questo effetto si chiama <i>rifrazione</i></li><li>• La capacità di focalizzazione di una lente dipende da caratteristiche fisiche (<i>materiale della lente</i>) e da fattori geometrici (<i>forma della lente</i>)</li></ul>

# Sequenza degli esperimenti e dei concetti

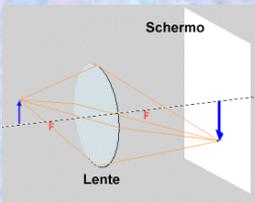
4. Le immagini reali si formano a una distanza dalla lente che dipende dalla distanza della sorgente

- Per ottenere una *immagine reale*, la sorgente deve essere a distanza maggiore della *lunghezza focale* altrimenti l'immagine è *virtuale* (non proiettabile ma visibile con l'occhio, come nell'uso comune di una lente d'ingrandimento)
- L'immagine reale si forma su uno schermo (*rivelatore*) posto a una distanza dalla lente che dipende dalla distanza della sorgente. Tale dipendenza si chiama
- *Equazione delle lenti sottili*, derivabile sperimentalmente (Laboratorio I) oppure con un'approccio puramente geometrico (tecnica dei "raggi principali").



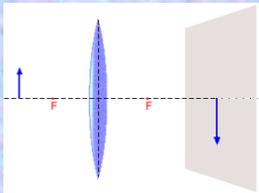
# Equazione delle lenti sottili

- Per una lente convessa esiste una relazione tra  $d_o, d_i$  ed  $f$  (dove  $d_o$  e  $d_i$  sono le distanze dell'oggetto e dell'immagine da una lente di lunghezza focale  $f$  )
- Discutiamo i risultati dell'esperienza in laboratorio...
- **Equazione delle lenti sottili:  $1/d_o + 1/d_i = 1/f$**



# Equazione delle lenti sottili

- Tale relazione si può ricavare anche geometricamente tramite la *tecnica dei raggi principali*
- **Esercizio:** dimostrare che la relazione trovata tramite le misure in laboratorio è equivalente a quella che si può trovare geometricamente
- **Esercizio:** fissata  $L = d_o + d_i$ , dimostrate che ci sono due posizioni in cui si può piazzare la lente per formare un'immagine



# Interpretazione fisica

- **Rifrazione della luce**

- Questo fenomeno è dovuto alla variazione della velocità della luce quando passa da un mezzo ad un altro. Vale il *principio di Fermat*: *il percorso della luce è quello che permette di raggiungere il punto di arrivo nel minor tempo possibile*. Da tale principio deriva la *legge di Snell-Descartes*

$$\text{sen } \theta_1 / \text{sen } \theta_2 = v_1 / v_2$$

- **Esercizio**: derivazione della legge di Snell-Descartes come soluzione del problema del bagnino

# Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
<p>5. Quando la radiazione passa da un mezzo ad un altro (ad es. dall'aria al vetro) cambia la sua direzione di propagazione</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Questo effetto si chiama <i>rifrazione</i></li><li>• La rifrazione si deve al fatto che la luce si propaga nel vetro a velocità minore che nell'aria e quindi devia dalla direzione di propagazione in linea retta per soddisfare il Principio di Fermat</li><li>• La capacità di focalizzazione di una lente dipende quindi da caratteristiche fisiche (<i>indice di rifrazione</i>) e da fattori geometrici (<i>curvatura</i>)</li></ul>

# Propagazione della luce attraverso una lente

## Modello fisico

- **Principio di Fermat:**  $t = L / v$  deve essere minimo
- **Legge di Snell-Descartes:**  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$
- **Indice di rifrazione:**  $n = c / v$

( $t$  tempo di percorrenza,  $L$  lunghezza percorso,  $v$  velocità della luce in un mezzo,  $\theta_1$  angolo di ingresso,  $\theta_2$  angolo di uscita,  $c$  velocità della luce nel vuoto)

## Modello geometrico

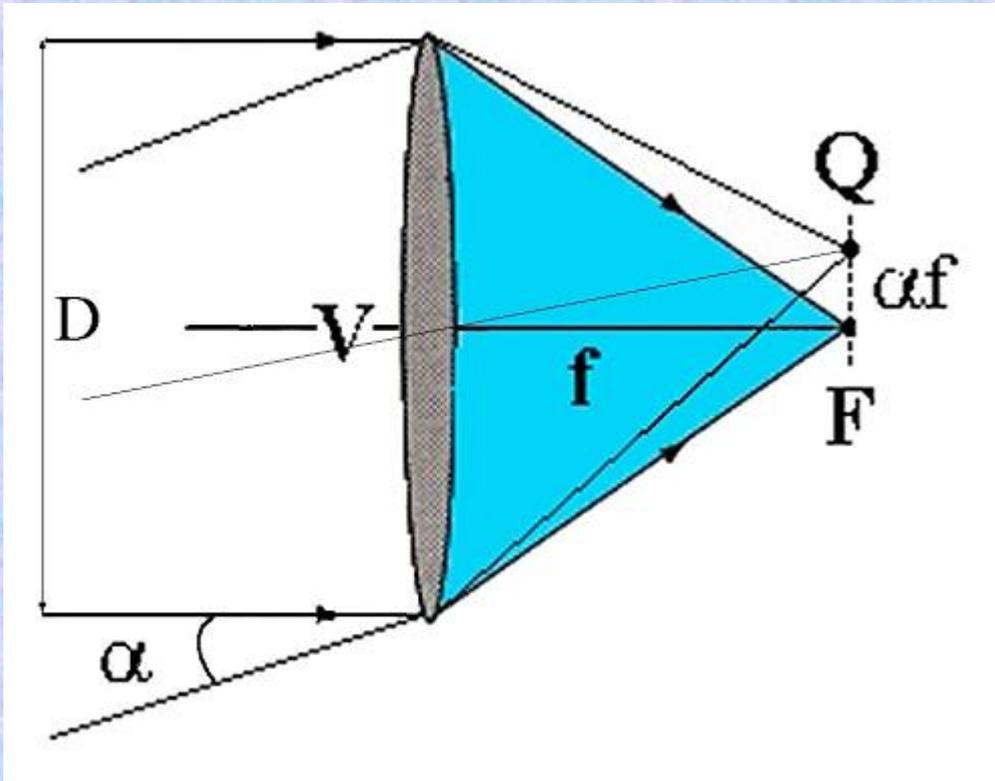
- **Equazione delle lenti sottili:**  $1/d_o + 1/d_i = 1/f$
- **Ingrandimento:**  $m = - d_i / d_o$  ( $h_i = m h_o$ )

( $d_o$  e  $d_i$  distanze oggetto e immagine dalla lente,  $f$  lunghezza focale,  $m$  ingrandimento,  $h$  dimensione dell'oggetto o dell'immagine)

# Applicazione a strumenti ottici

- **Piano focale:** piano perpendicolare all'asse ottico, passante per il fuoco della lente
- **Dimensione sul piano focale** dell'immagine di un oggetto che sottende un angolo di vista  $\theta$ , prodotta da un sistema ottico con lunghezza focale  $f$ :  
$$h = f \operatorname{tg} \theta \approx f \theta \quad [\theta \text{ in radianti, } f \text{ in mm}]$$

# Dimensione sul piano focale



Supponiamo di osservare un oggetto a distanza molto grande con una lente caratterizzata dai seguenti parametri:

$D$  = diametro

$f$  = lunghezza focale

$V$  = asse ottico

$F$  = fuoco, sorgente in asse

$Q$  = fuoco, sorgente fuori asse

**Piano focale:**

piano perpendicolare all'asse ottico, passante per  $F$

$\alpha$  = dimensione angolare dell'oggetto

$\alpha f$  = dimensione lineare dell'immagine sul piano focale

(con buona approssimazione, se  $\alpha \ll 1$  in radianti)

# Applicazione a strumenti ottici

## Definizioni

- **Energia raccolta:**  
flusso  $\times$  area  $\times$  tempo di esposizione  
[joule  $m^{-2} s^{-1}$ ]  $\times$  [ $m^2$ ]  $\times$  [s]  
dove area =  $\pi D^2/4$
- **Apertura di una lente (o di diaframma) di diametro  $D$ :**  
numero  $F = f / D$
- **Potere diottrico (numero di diottrie):**  
 $1/f$  [f in metri]

# Verso un'altro modello di radiazione



- Esperienze di riflessione e interferenza:

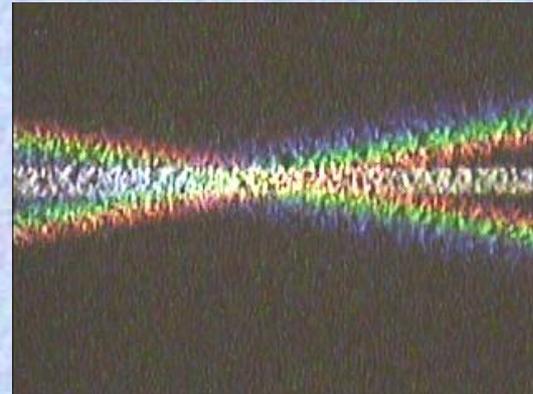
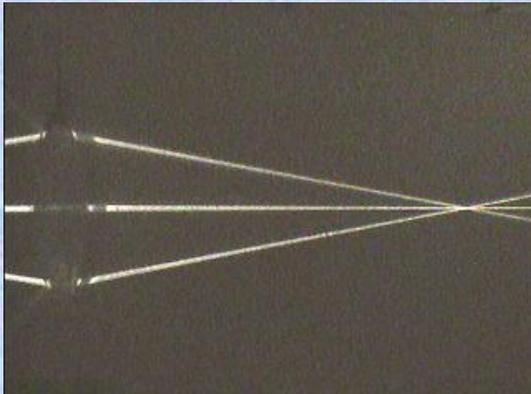
Un prisma o una goccia d'acqua illuminati creano un arcobaleno

Uno specchio riflette la luce, mentre la superficie di un CD-ROM genera effetti cromatici

Il modello a raggi (ottica geometrica) non è in grado di spiegare questi effetti. Serve un altro modello.

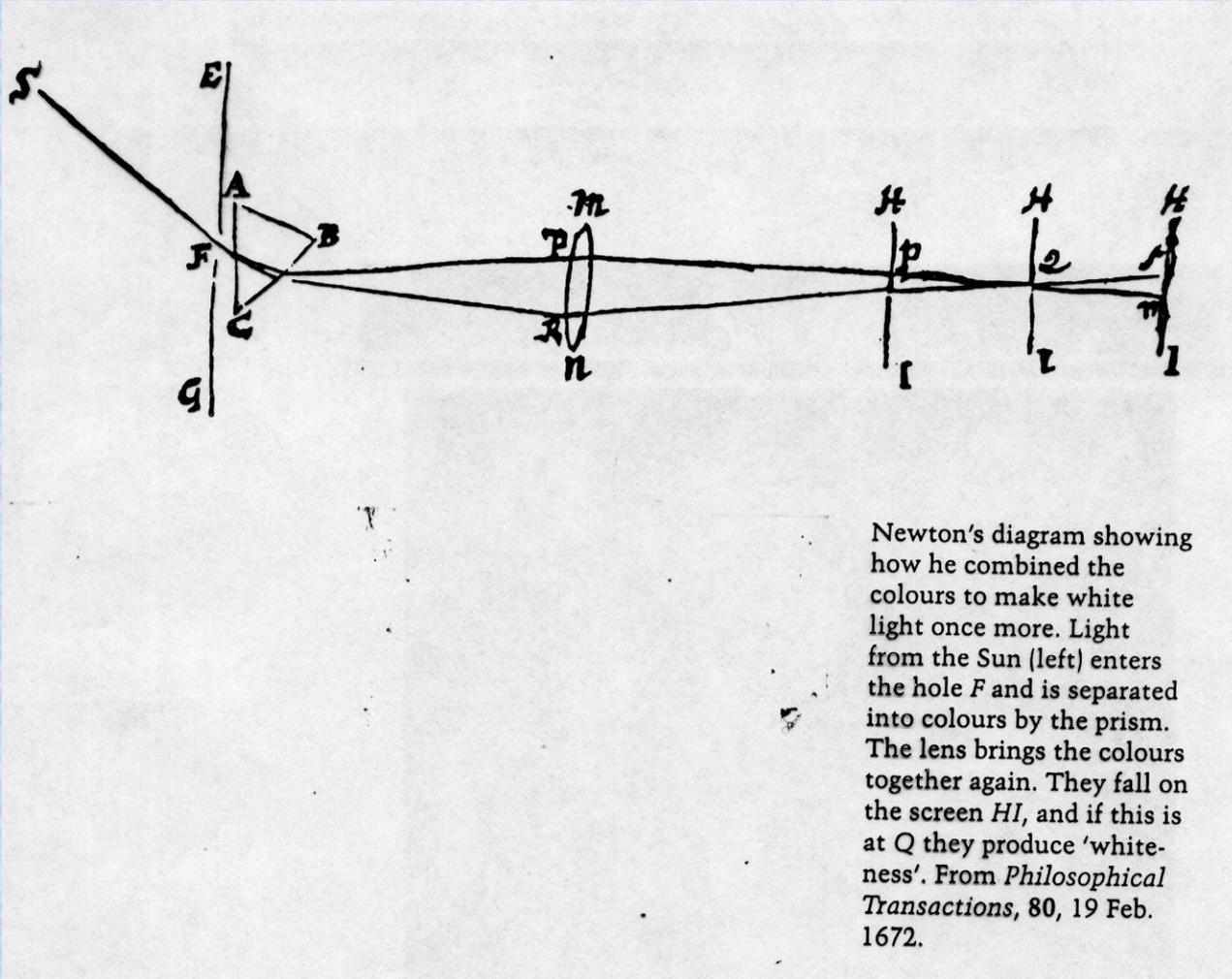
# Il problema delle aberrazioni

- Aberrazioni: "difetti" di focalizzazione
- **Aberrazione cromatica** : un effetto fisico



- Causato dalla dipendenza dell'indice di rifrazione dal "colore" della radiazione
- A questa dipendenza si deve la **scomposizione spettrale** della luce che attraversa un prisma o una goccia d'acqua

# Esperimenti di Newton con un prisma (1672)

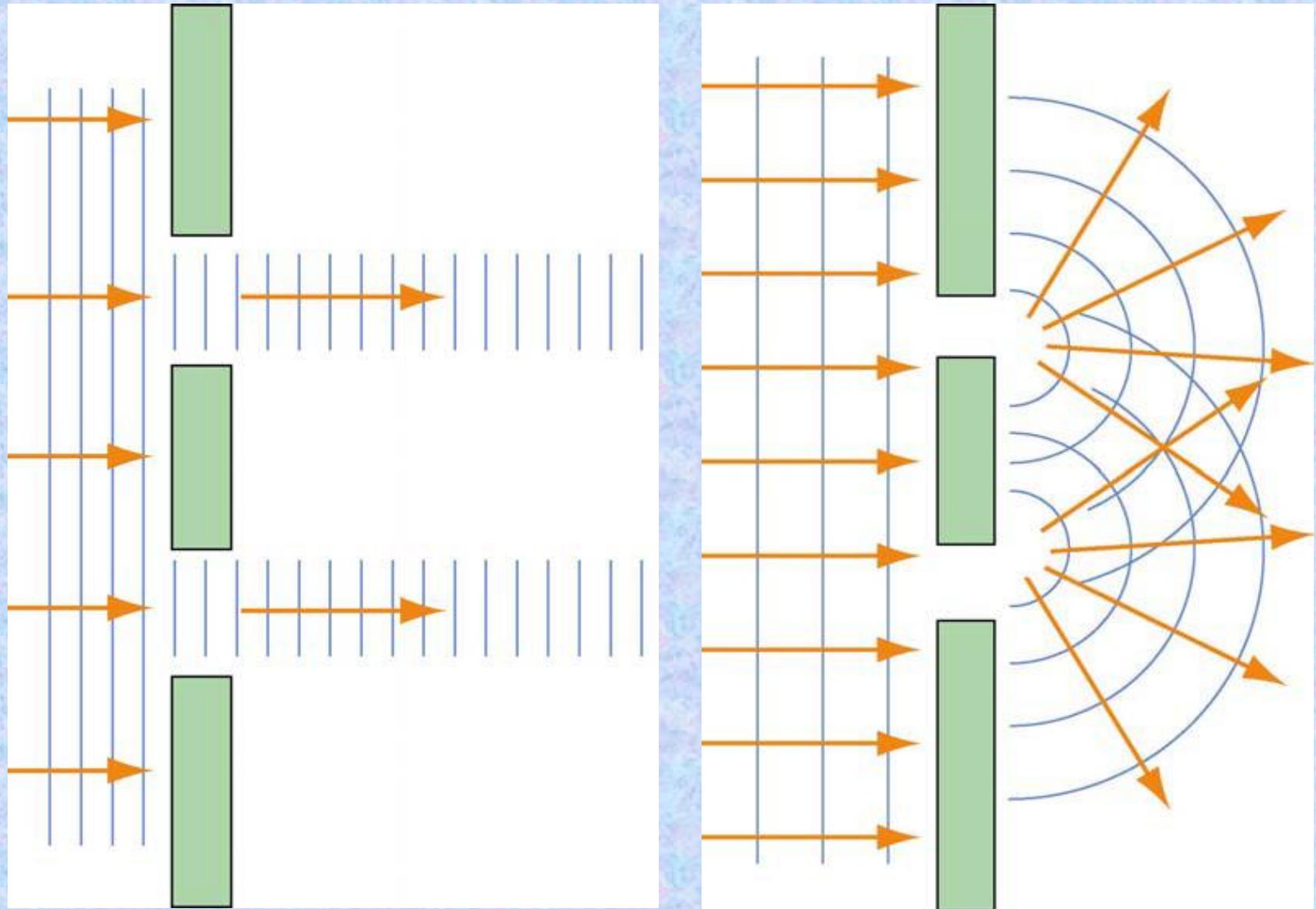


# Il dibattito sulla natura della luce

## Newton (1642-1727)

- Nel trattato *Opticks* (1704) descrive i suoi studi sulla scomposizione della luce solare tramite un prisma
- Newton sosteneva un *modello corpuscolare* della luce, costituita da getti di particelle ipotetiche di diverse dimensioni, cui corrispondevano i diversi colori
- Sosteneva che si trattasse di particelle perché la luce getta ombre nette, ovvero sembra propagarsi in linea retta come solo particelle di materia possono fare

# Differenza tra particelle e onde



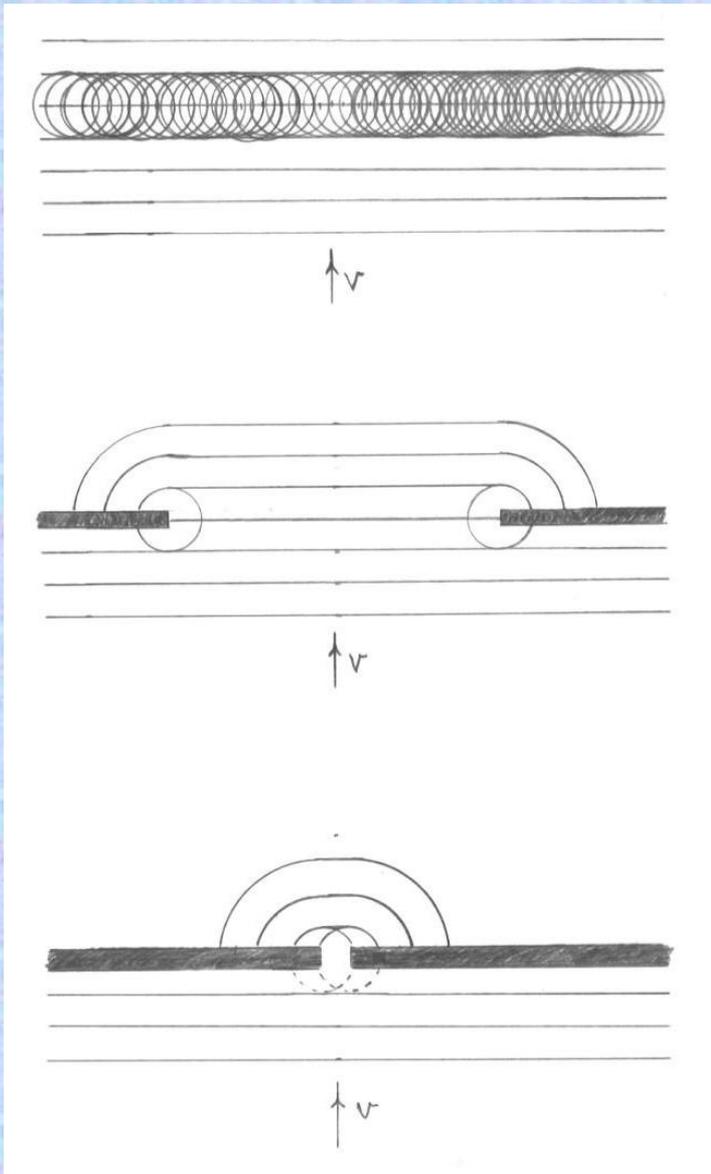
# Problemi con il modello corpuscolare

- Due fasci di luce che si incrociano non mutano direzione di propagazione, come invece farebbero particelle che si scontrano
- La luce che passa da una fenditura abbastanza stretta si disperde lateralmente e appare uno schema di ombre alternate a strisce più luminose (esperienza con due matite o due dita)
- Il primo a descrivere quest'ultimo fenomeno fu Francesco Maria Grimaldi nel *De Lumine* (1665), chiamandolo **diffrazione**, ma la sua scoperta rimase ignorata per molti anni

# Il dibattito sulla natura della luce

- 1690: Huygens enuncia la sua teoria ondulatoria (*Traité sur la lumiere*)
  - le onde luminose sono analoghe a quelle acustiche (meccaniche)
  - Ogni punto investito da un'onda (perturbazione) diventa a sua volta sorgente di onde che si continuano a propagare alla stessa velocità (*principio di Huygens*)
  - La luce, come altri tipi di onde meccaniche, può aggirare gli ostacoli, ovvero incurvarsi dopo essere passata attraverso una fessura sottile (*diffrazione*, fenomeno descritto dal Grimaldi nel *De Lumine*, 1665)
  - Huygens interpreta anche la legge di Snell (*rifrazione*) come effetto della variazione di velocità di propagazione della luce in mezzi diversi

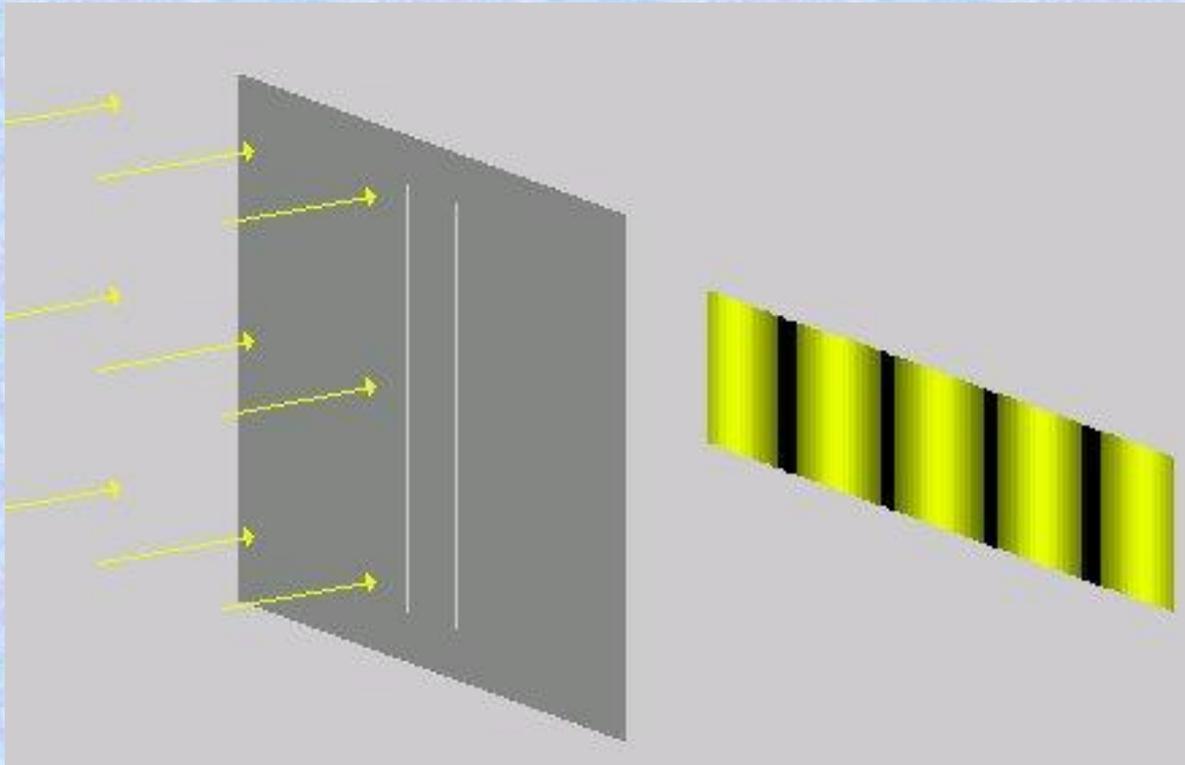
# Il principio di Huygens e la diffrazione



- **Onda piana:** il fronte d'onda (retto) risulta dalla composizione delle onde generate da ogni singolo punto
- Nell'attraversare un ostacolo largo, l'onda agira i bordi
- Nel caso di una fenditura stretta, l'onda trasmessa assume un profilo quasi circolare

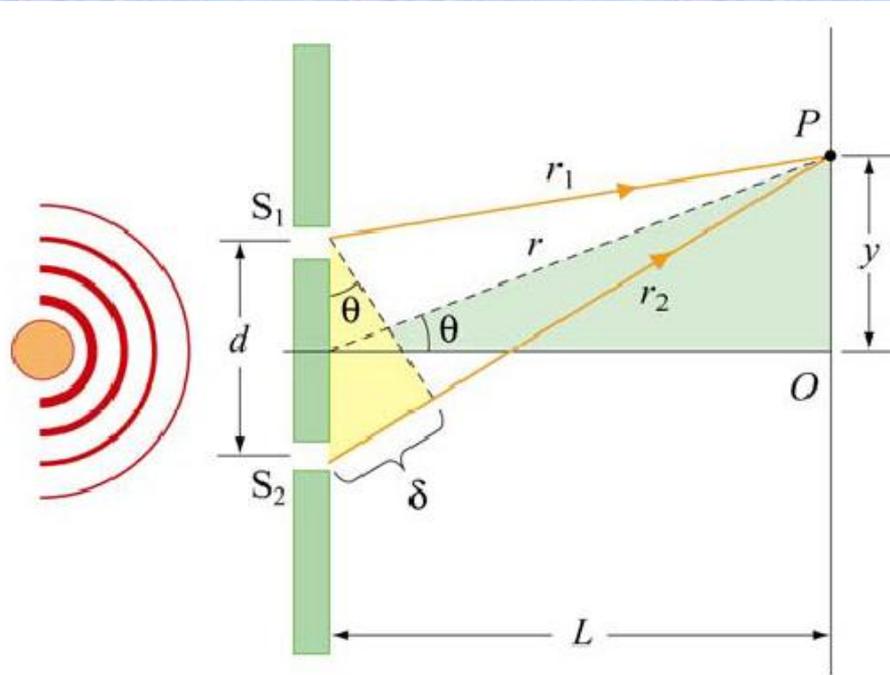
# Il dibattito sulla natura della luce

- 1803: Thomas Young dimostra che la luce è fatta di onde
  - Cosa succede sommando la luce proveniente da due sorgenti (fenditure) vicine tra loro?



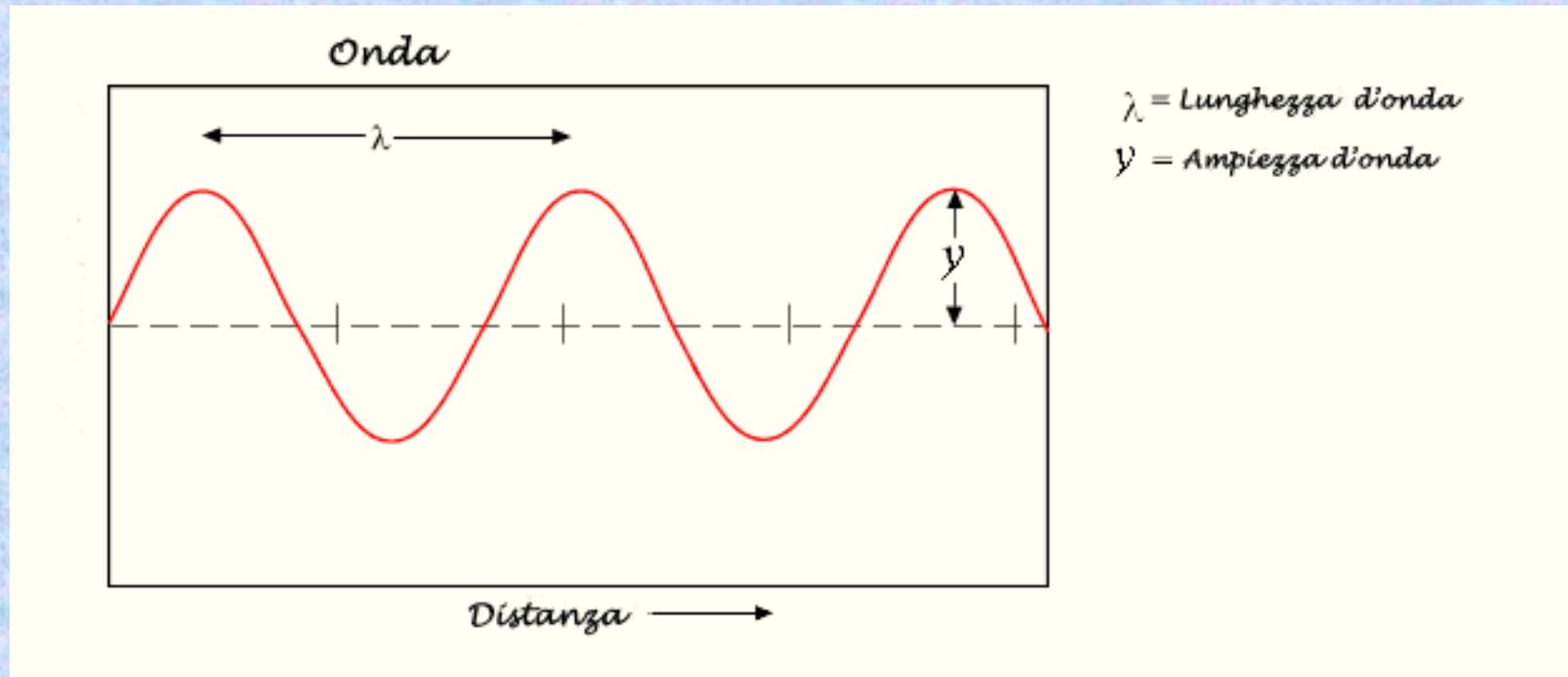
- Se la luce fosse fatta di particelle di materia ciò non sarebbe spiegabile

# Interpretazione dell'esperienza di Young



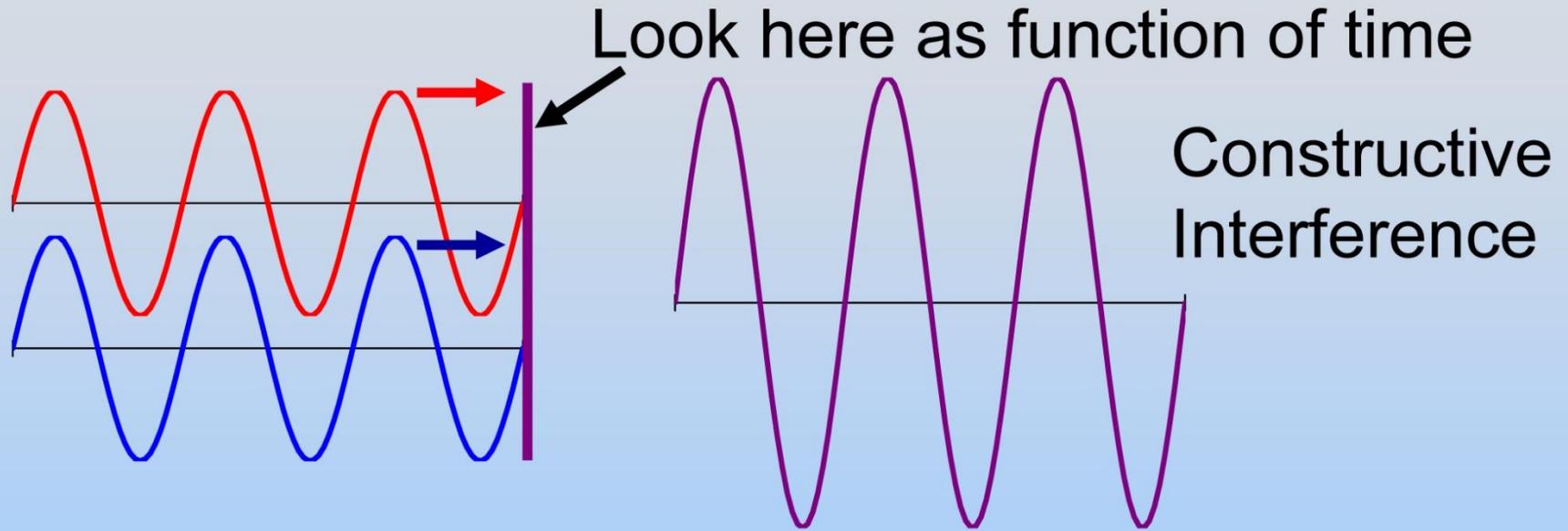
- Due fenditure di ampiezza trascurabile separate da distanza  $d$
- Le fenditure si comportano come due sorgenti luminose,  $S_1$  e  $S_2$  (principio di Huygens)
- La luce arriva in un punto  $P$  sullo schermo seguendo due cammini di diversa lunghezza,  $r_1$  e  $r_2$

# Caratteristiche di un'onda



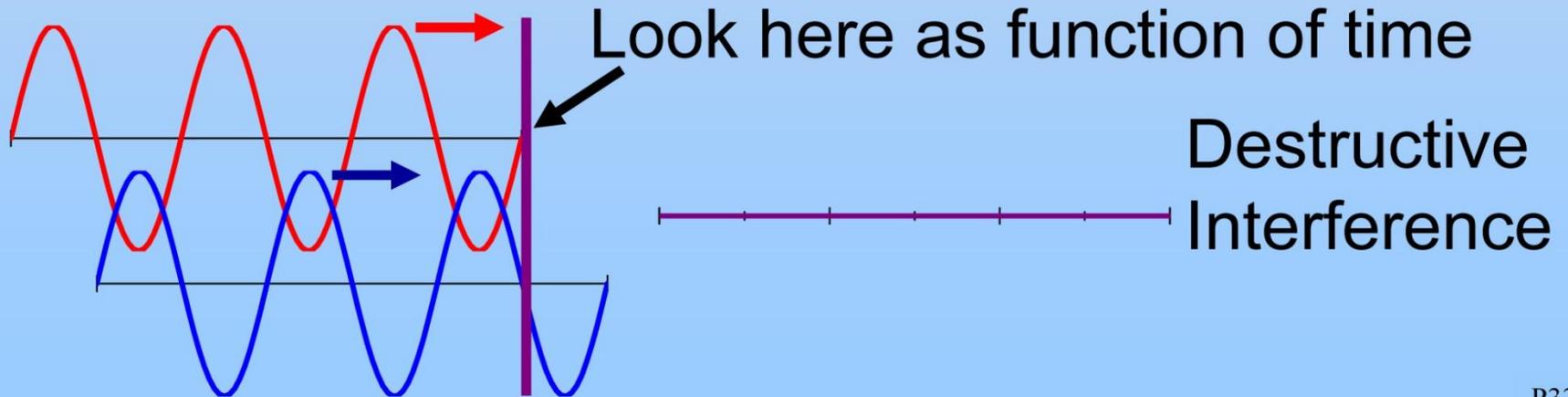
- Un'onda è un fenomeno periodico che si ripete nello spazio e nel tempo
- E' descrivibile tramite una lunghezza caratteristica,  $\lambda$ , un'ampiezza,  $A$ , una velocità di propagazione,  $v$ , e una frequenza  $= v / \lambda$

# Somma di due onde



- Se due onde con le stesse caratteristiche arrivano in un punto dello spazio con la stessa *fase* il risultato è la somma dei segnali (*interferenza costruttiva*)

# Somma di due onde

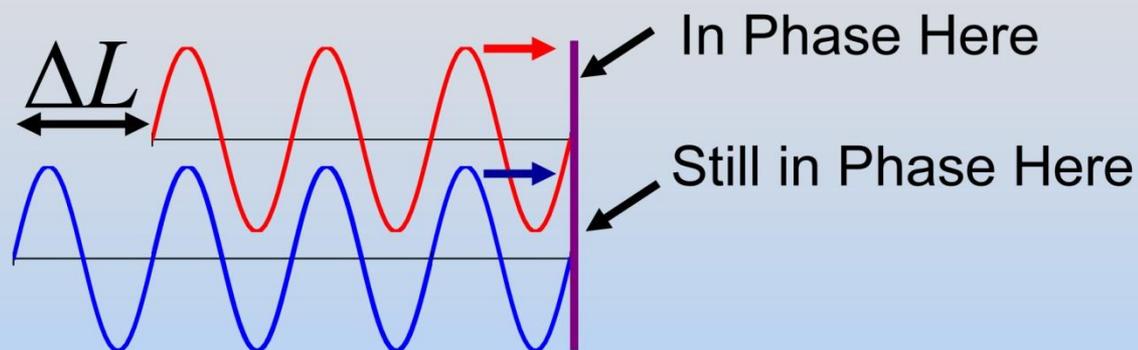


P33- 8

- Se due onde con le stesse caratteristiche arrivano in un punto dello spazio in opposizione di *fase* il risultato è l'annullamento del segnale (*interferenza distruttiva*)

# Effetto di una differenza di cammino

- Se una delle due onde è traslata rispetto all'altra di un multiplo della lunghezza d'onda,  $\lambda$ , si ottiene ancora



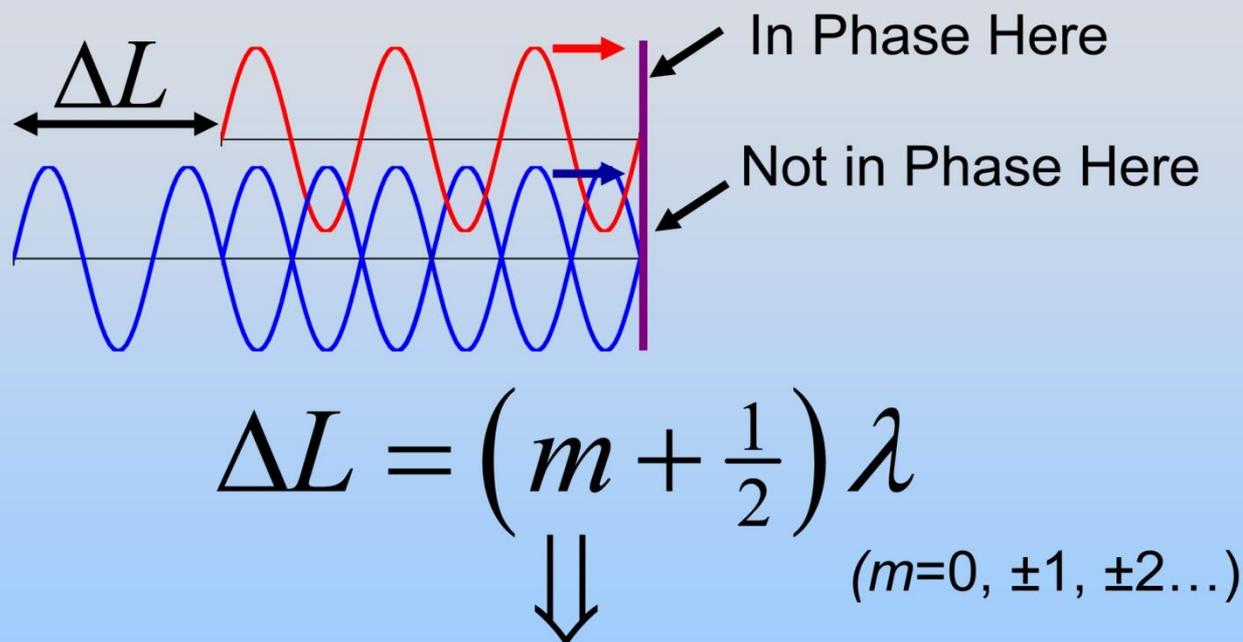
$$\Delta L = m\lambda \quad (m=0, \pm 1, \pm 2\dots)$$

⇓

***interferenza costruttiva***

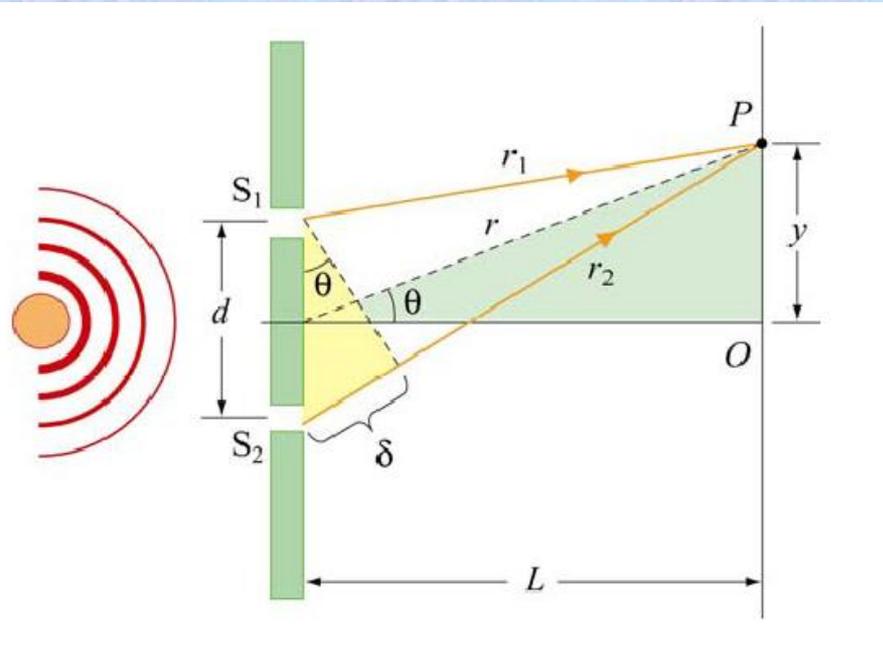
# Effetto di una differenza di cammino

- Se una delle due onde è traslata rispetto all'altra di mezza lunghezza d'onda,  $\lambda/2$ , si ottiene invece



*interferenza distruttiva*

# Interpretazione dell'esperienza di Young



- La differenza di cammino è circa

$$r_2 - r_1 \approx \delta = d \sin \theta$$

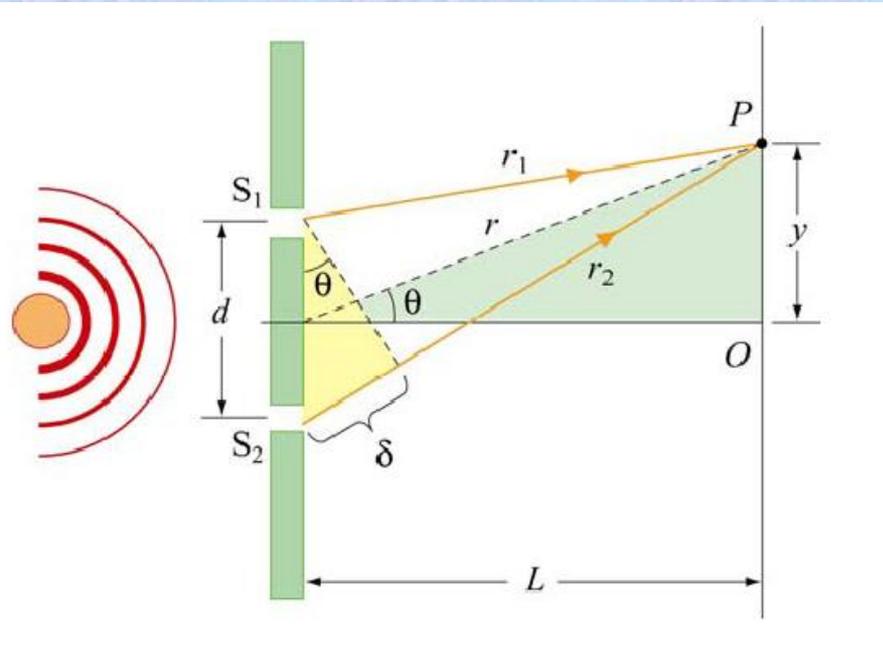
- Se è un multiplo della lunghezza d'onda

$$\delta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

si ottiene interferenza costruttiva (l'intensità è massima)

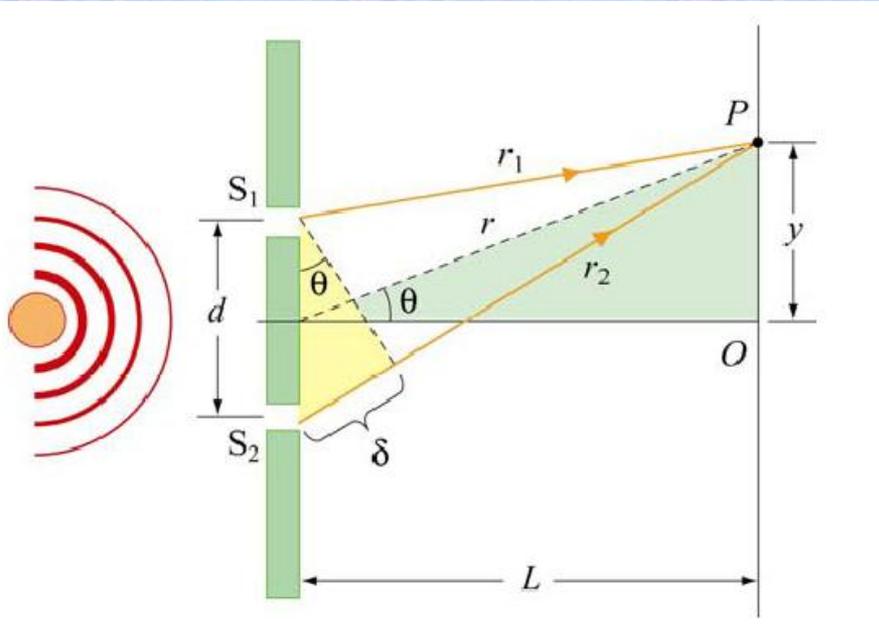
- Nei punti dove invece  $\delta = (m + \frac{1}{2}) \lambda$  si ottiene interferenza distruttiva (l'intensità è minima)

# Interpretazione dell'esperienza di Young



- La distanza del punto  $P$  dall'asse è  
 **$y = L \operatorname{tg} \theta \approx L \operatorname{sen} \theta$**   
(approssimazione valida se  $\theta$  è molto piccolo)
- Si verifica interferenza costruttiva nei punti  $P$  dove  **$\operatorname{sen} \theta = \delta/d = m\lambda/d$**
- Ovvero nei punti dove  **$y_{\text{costr}} = m L \lambda / d$**   
con  $(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$

# Interpretazione dell'esperienza di Young



- Si verifica interferenza distruttiva nei punti  $P$  dove

$$\text{sen } \theta = \delta/d = (m + \frac{1}{2}) \lambda / d$$

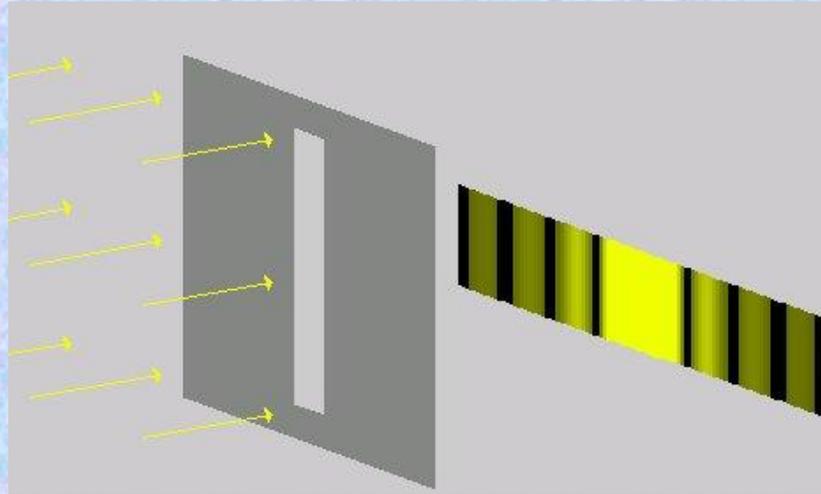
ovvero nei punti dove

$$y_{distr} = (m + \frac{1}{2}) L \lambda / d$$

con  $(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$

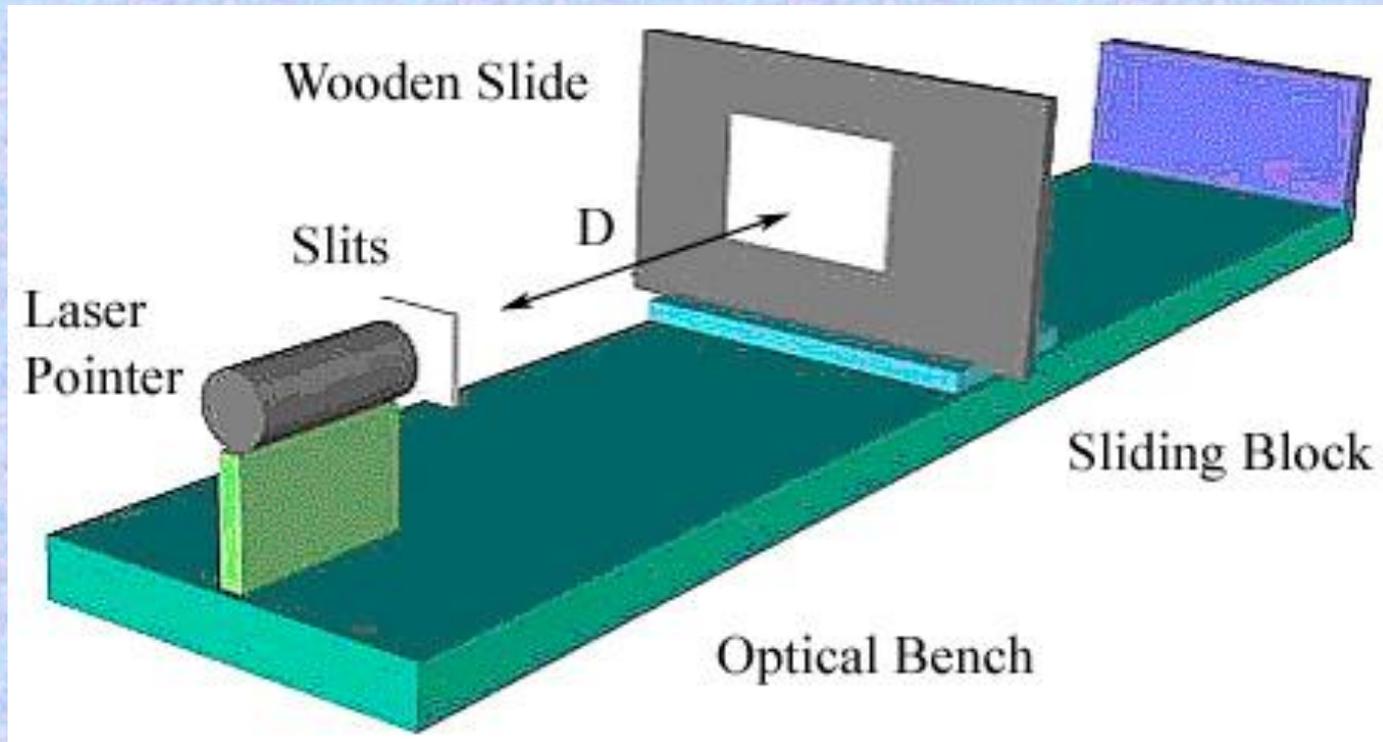
Nota bene: se sappiamo la separazione  $d$ , dalla misura di  $L$  e delle posizioni  $y_{distr}$  oppure  $y_{costr}$  possiamo ricavare il valore della lunghezza d'onda  $\lambda$

# Esperienze di diffrazione

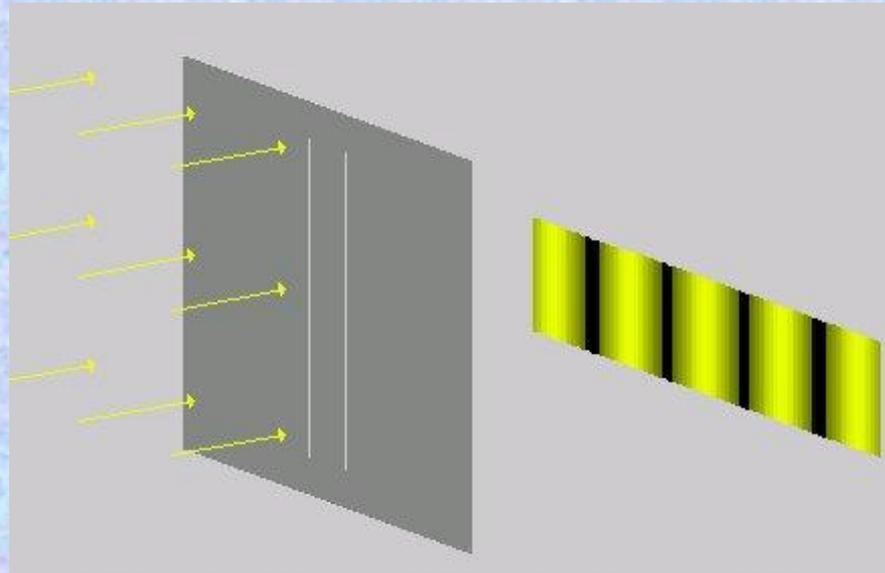


- Se si usa una sorgente *monocromatica* (laser) e la *fenditura è abbastanza stretta*, si crea una **figura di diffrazione**
- Il modello a raggi non può spiegare questo effetto; bisogna ricorrere necessariamente al modello a onde

# Esperienze con il banco ottico

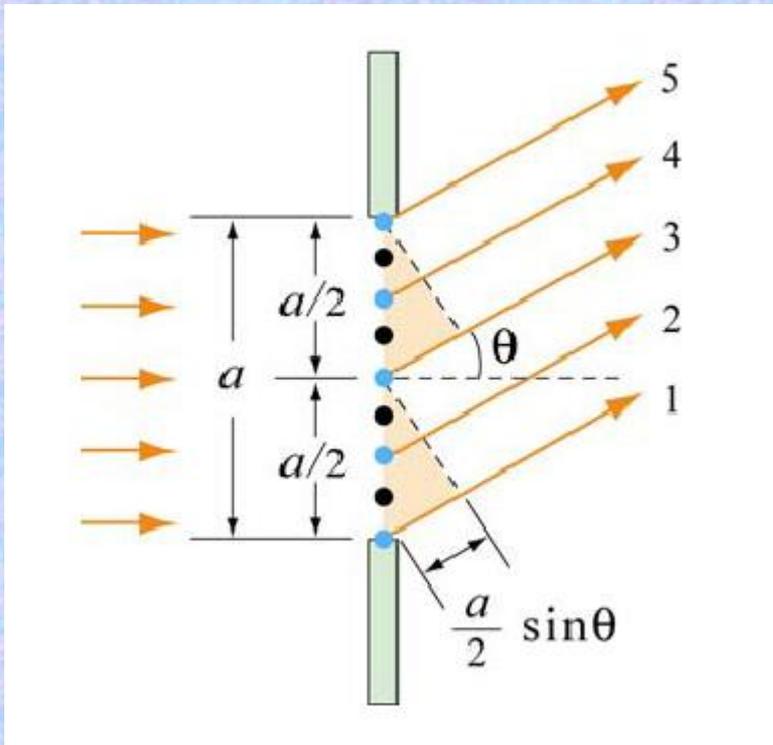


# Esperienze di interferenza



- Cosa succede se cambia la distanza,  $d$ , tra le fenditure?
- Cosa succede se cambiamo la lunghezza d'onda,  $\lambda$ , della luce?
- Cosa succede se usiamo luce bianca?

# Diffrazione da singola fenditura



- Sia data una fenditura di larghezza  **$a$**
- Le onde che originano dai punti 1 e 3, 2 e 4, 3 e 5 danno luogo a interferenza distruttiva se

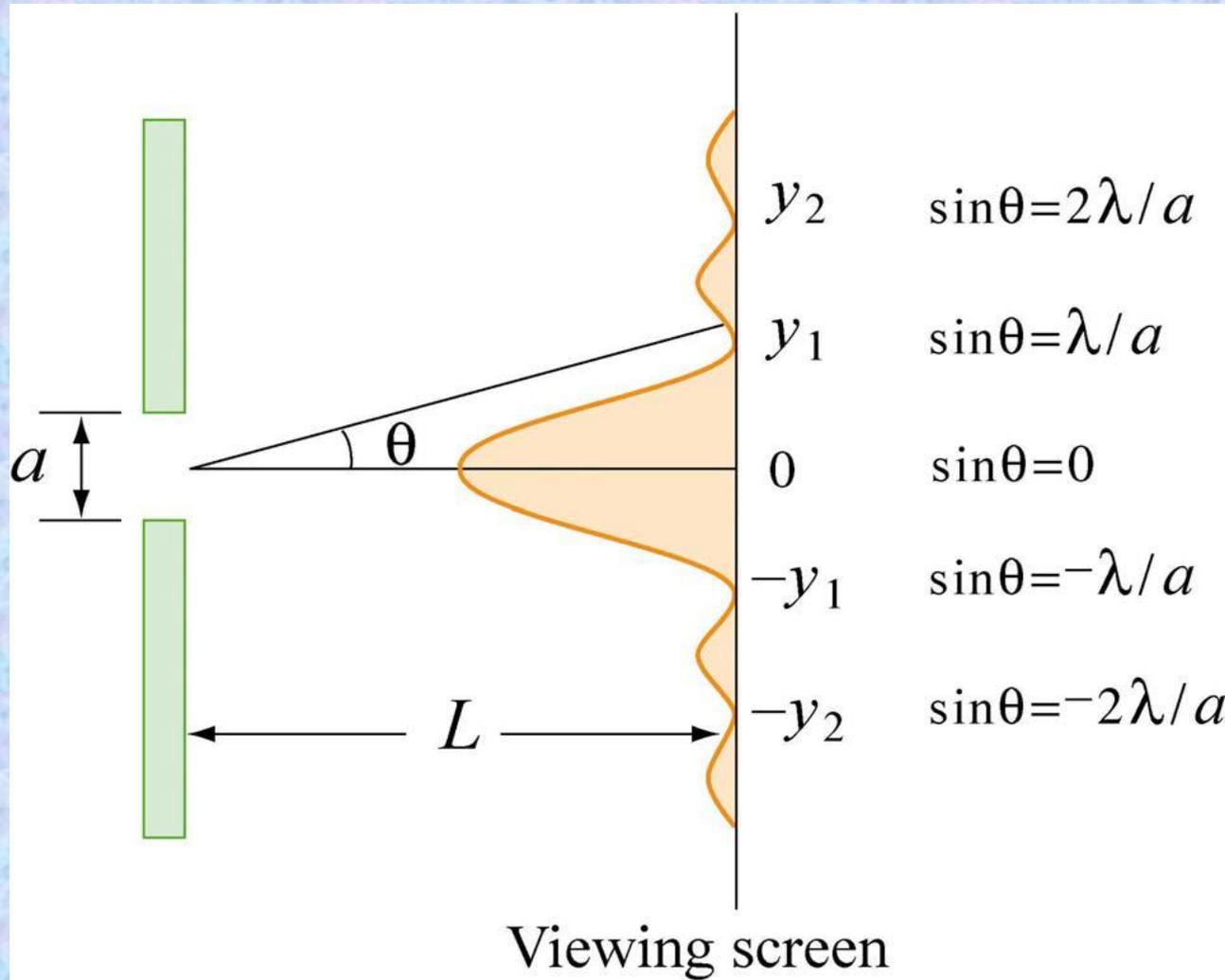
$$\delta = a/2 \sin \theta = (m + 1/2) \lambda$$

$$\text{ovvero se } a \sin \theta = (2m + 1) \lambda$$

Dividendo la fenditura in 4, poi in 8, poi in 16 parti, ecc., e ragionando in modo analogo, si ricavano tutte le possibilità di interferenza distruttiva:

$$a \sin \theta = m \lambda \quad \text{con } m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

# Diffrazione da singola fenditura



# Diffrazione: alcune formule

- Condizione per il primo minimo (frangia scura) in una **figura di diffrazione** da una fenditura di ampiezza  **$a$** :  
 **$a \sin \theta = \lambda$**  ( $\theta$  è l'angolo rispetto alla normale)
- Ampiezza angolare della frangia centrale generata da una fenditura rettangolare:  
 **$2 \theta \approx 2 \lambda / a$**

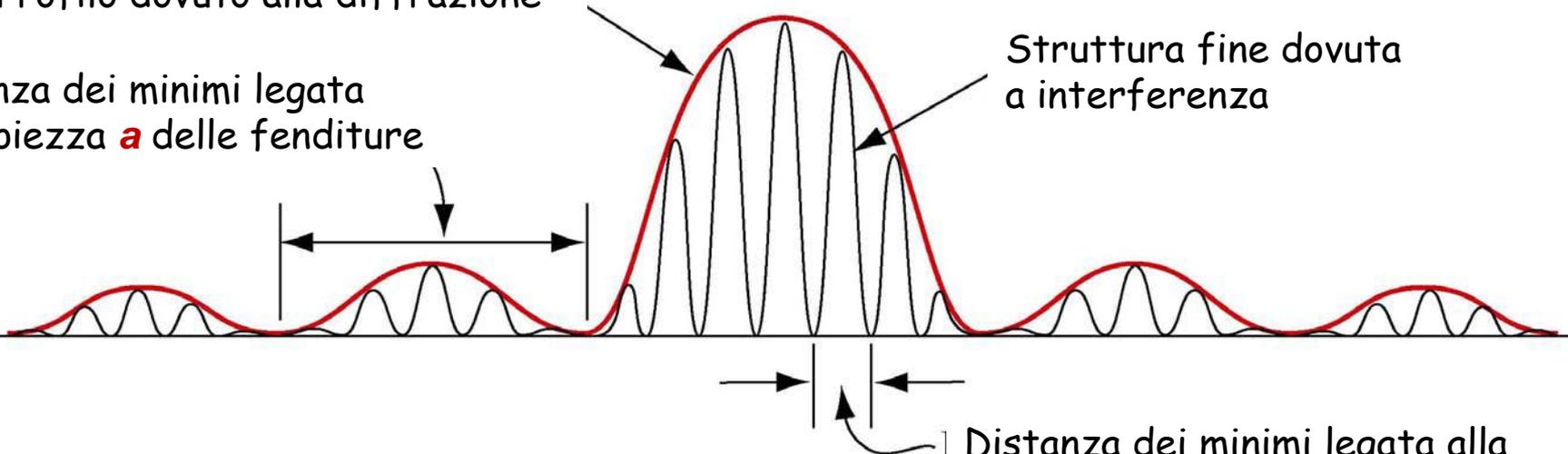
# Caso generale: due fenditure di ampiezza non trascurabile

Profilo dovuto alla diffrazione

Distanza dei minimi legata all'ampiezza  $a$  delle fenditure

Struttura fine dovuta a interferenza

Distanza dei minimi legata alla separazione  $d$  delle fenditure



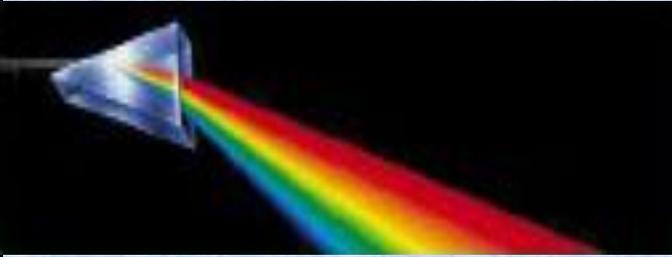
# Sequenza degli esperimenti e dei concetti

## Esperienze

## Interpretazione fisica e metodi d'analisi

**8a.** Luce di colore diverso viene focalizzata a distanze diverse dalla lente

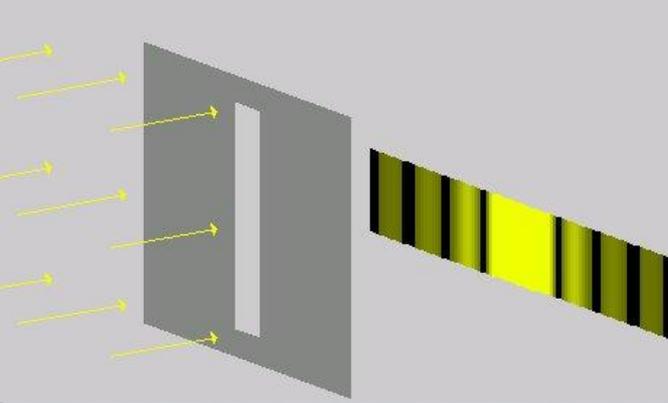
**8b.** Un prisma di vetro disperde la luce bianca in uno spettro cromatico



- **Aberrazione cromatica:** la velocità di propagazione della radiazione in un mezzo (ad es. una lente) e quindi l'indice di rifrazione dipendono dalla frequenza della radiazione.
- Radiazione di frequenza (o energia) diversa segue percorsi diversi. In generale l'indice di rifrazione cresce con la frequenza (la luce blu devia più di quella rossa).
- L'effetto è quello della **dispersione** della luce bianca in diversi colori
- Per interpretare questi fenomeni occorre una descrizione della radiazione come una sovrapposizione di onde (**ottica ondulatoria**)

# Sequenza degli esperimenti e dei concetti

9. Una fenditura stretta (o un capello) illuminato da un fascio laser genera un'immagine con una serie di frange luminose (*figura di diffrazione*) allineate in direzione perpendicolare a quelle del fascio incidente e della fenditura (o del capello)



- Quando la luce incontra ostacoli delle dimensioni della propria lunghezza d'onda si verificano effetti di deviazione dalla linea retta di propagazione (*diffrazione*)
- Gli effetti di diffrazione, come quelli di dispersione, dipendono dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente
- La diffrazione è un fenomeno comune anche alle onde meccaniche e acustiche; in questi casi la diffrazione è più facile da sperimentare perché la lunghezza d'onda è generalmente molto più grande di quella della luce
- Il modello ondulatorio della luce fu introdotto da Huygens per spiegare questi effetti

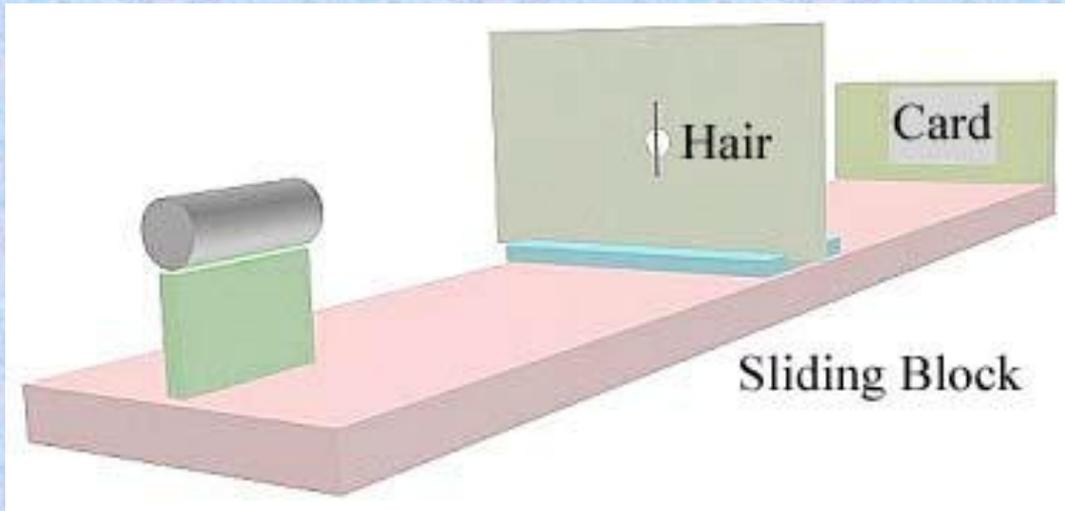
# Sequenza degli esperimenti e dei concetti

<b>Esperienze</b>	<b>Interpretazione fisica e metodi d'analisi</b>
<p>10. Uno schermo con due o più fenditure genera un'immagine con una serie di frange di simile intensità, ad angoli crescenti rispetto alla direzione retta</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Le frange sono prodotte da effetti di <b>interferenza</b> della luce trasmessa dalle singole fenditure (a loro volta sorgenti di radiazione, secondo il <b>principio di Huygens</b> )</li><li>• Questi effetti, così come quelli di rifrazione e di diffrazione, dipendono dalla lunghezza d'onda (colore) e sono spiegabili con un <b>modello ondulatorio</b> della radiazione</li></ul>

# Esperienze con un *reticolo* di fenditure

- **Previsione:** Cosa succede se illuminiamo un CD-ROM con un laser?
- Si tratta di una serie di solchi finemente spaziati, equivalente a un *reticolo di diffrazione*
- Ciascuno dei solchi, quando viene illuminato dal laser, diventa una sorgente di radiazione indipendente dalle altre; tutti i segnali si sommano (con il segno stabilito dalla fase) quando raggiungono lo schermo (rivelatore)
- Notare almeno 3 immagini *lungo l'asse di dispersione spettrale*, corrispondenti ai valori  $m = 0, 1, 2$  (*ordini spettrali*) nella condizione per l'interferenza costruttiva:  
 $d \sin \theta = m \lambda$
- Conoscendo la lunghezza d'onda  $\lambda$  della radiazione del laser, dalla misura degli angoli  $\theta$  per i quali si verifica interferenza costruttiva è possibile ricavare la separazione  $d$  dei solchi nel CD-ROM
- Ripetere l'esperimento con un DVD. Cosa cambia?

# Verso un'altro modello di radiazione



Un effetto di diffrazione si può osservare ogni volta che la radiazione incontra **un'ostacolo di dimensioni confrontabili con la lunghezza d'onda** (ad esempio illuminando un capello o i solchi di un CD-ROM con un fascio laser)

