

Acquisizione, rappresentazione e analisi di dati sperimentali

Aurelio Agliolo Gallitto

Dipartimento di Fisica, Università di Palermo

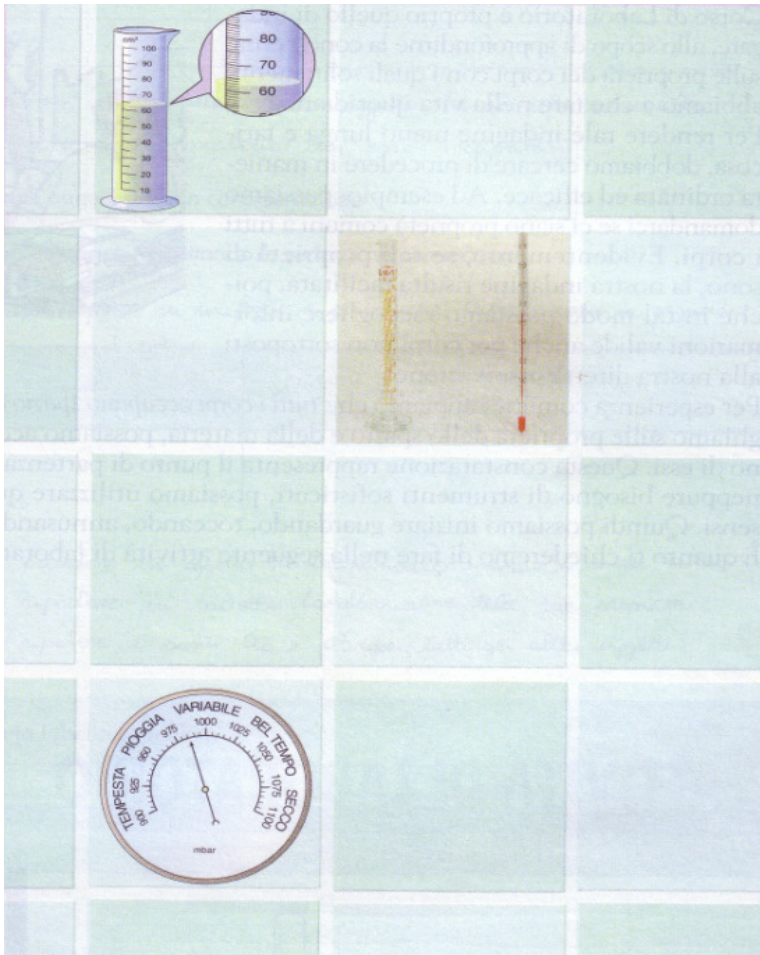


Introduzione

Esperimenti illustrativi, per visualizzare un determinato fenomeno fisico e per attirare l'attenzione degli studenti e stimolarli alla riflessione; essi hanno la caratteristica di **stimolare l'interesse e la curiosità dello studente**.

Esperimenti operativi, per misurare una grandezza o studiare/scoprire una legge fisica, cioè la relazione tra le varie grandezze fisiche coinvolte nell'esperimento; essi hanno valenze didattiche prevalenti per la realizzazione delle misurazioni, l'analisi dei dati, la formalizzazione della legge fisica.

Dall'osservazione alla misura



Imparare a guardare può sembrare un invito un po' paradossale.

Eppure, non è così.

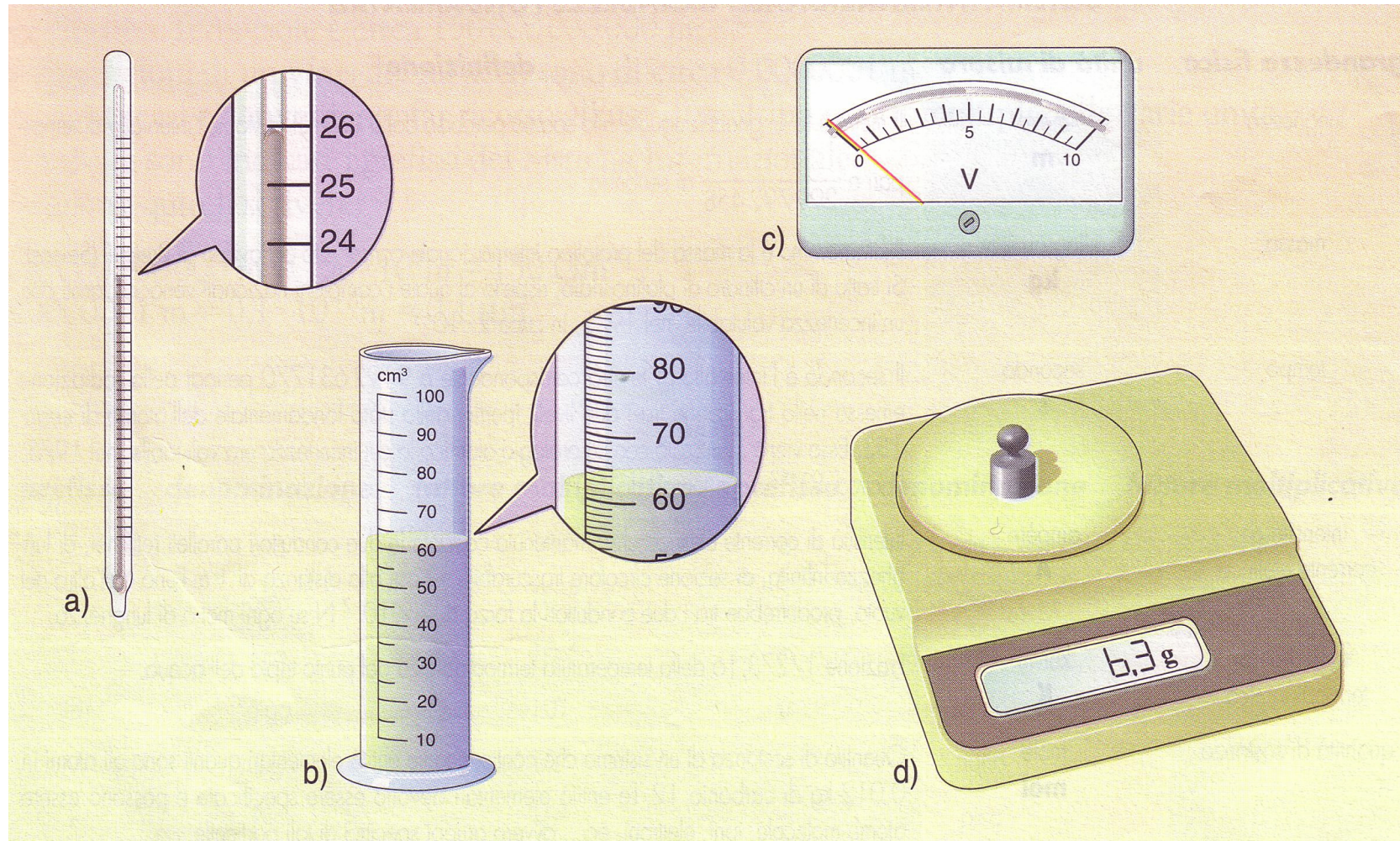
Implica rispondere a domande del tipo: che cosa, dove, come guardare?

Uomini in periodi storici e in luoghi geografici diversi hanno dato risposte diverse alle domande precedenti.

Per molti scienziati imparare a guardare significa ... imparare a misurare.

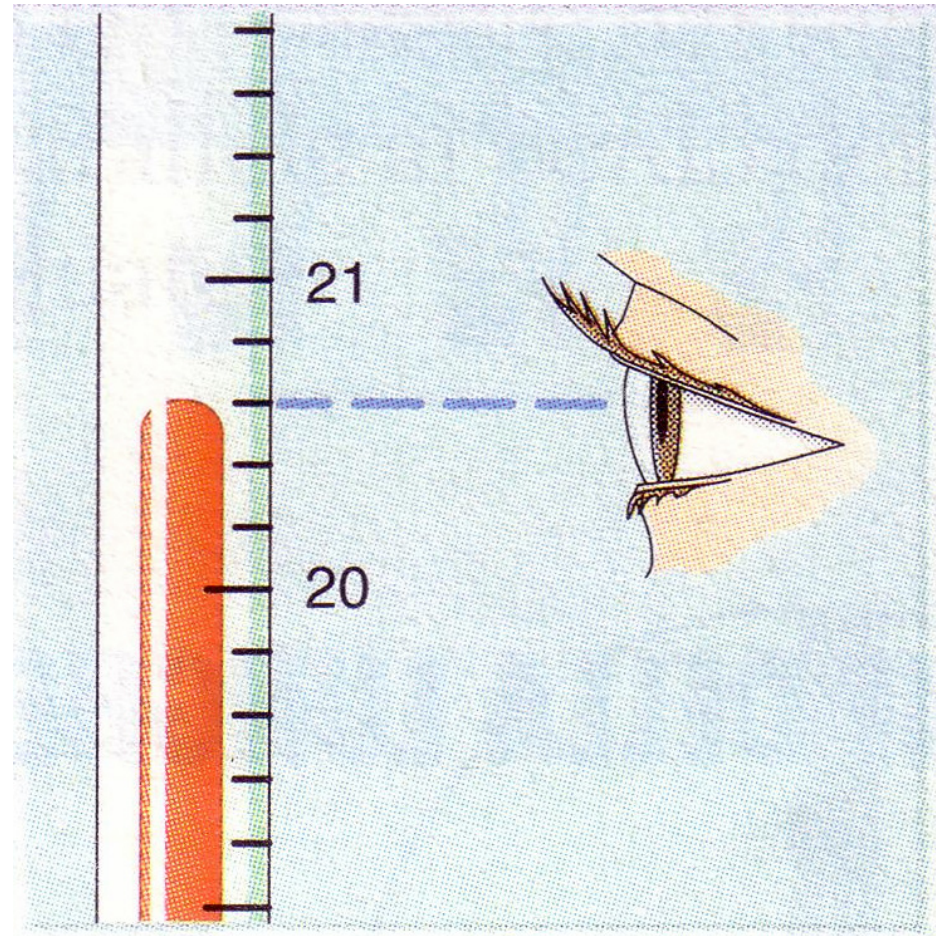
Incominciamo, quindi, il nostro corso cercando di chiarire che cosa si misura e come si misura.

Strumenti di Misura



Errori di misura

Ogni misura è affetta da una indeterminazione o errore che dobbiamo imparare a valutare.



Sorgenti di errore

- a) *posizione dell'occhio dell'osservatore rispetto alla scala dello strumento, da cui può derivare il cosiddetto **errore di parallasse**;*
- b) *spessore dell'indice e dei tratti della graduazione dello strumento, da cui deriva una maggiore o minore incertezza da parte dell'operatore circa il valore da assumere come risultato della lettura;*
- c) *Grado di efficienza dello strumento usato, da cui deriva un'esecuzione più o meno buona della misurazione;*
- d) *Grado di preparazione e di esperienza dell'operatore, dal quale dipende un uso più o meno corretto dello strumento e, più in generale, un'esecuzione più o meno buona delle operazioni da compiere;*
- e) ***Taratura dello strumento**, operazione alla quale viene sottoposto ogni strumento a lettura diretta e che consiste nel regolare lo strumento in modo che le indicazioni da esso date corrispondano, con approssimazione più o meno buona, ai valori della grandezza misurata.*

Errori sistematici e casuali

Errori sistematici. Questo tipo di errori sono da attribuire ad un errato metodo di misura o di calcolo, o all'uso di strumenti mal tarati o non ben rettificati; essi si ripetono "sistematicamente" nello stesso senso ogni volta che si adotta quel metodo o si fa uso di quello strumento.

Errori casuali. Questo tipo di errori sono, invece, errori dipendenti dalla sovrapposizione di cause diversissime e variabili che, agendo in maniera del tutto casuale, ora in un senso ora nell'altro, influiscono in modo imprevedibile, e in misura più o meno grande, sui risultati delle misure eseguite.

Valutazione degli errori nelle misurazioni

Il valore x coincide con il valore effettivo X della grandezza misurata?

A tale domanda non si può che rispondere NO. Qual è la causa degli errori?

- ❖ *Errore di sensibilità o di lettura*
- ❖ *Errore di precisione*

Nel valutare l'incertezza di una serie di misure occorre tener conto sia degli errori strumentali, sia dell'errore statistico, che vedremo più avanti.

In generale, la presenza di errori casuali nella misura, fa sì che l'errore statistico risulti maggiore dell'errore strumentale (la sensibilità dello strumento) ma, talvolta, può accadere il contrario!

Si stabilisce allora che l'incertezza nelle misure è data dal maggiore tra l'errore statistico e l'errore strumentale;

il valore della misura si esprime come $x = x_{best} \pm \delta x$

Acquisizione e analisi dei dati sperimentali

- ◆ *Prima di iniziare con gli esperimenti è opportuno introdurre i concetti fondamentali sui metodi di misura delle grandezze fisiche.*
- ◆ *Una grandezza non può essere misurata con una precisione infinita, ma con un'indeterminazione.*
- ◆ *Quindi, è necessario acquisire gli elementi indispensabili della teoria degli errori e dell'analisi dei dati.*
(Vedi p.e.: Taylor, *Introduzione all'analisi degli errori*, Zanichelli)

Valore medio di una serie di misure

- ◆ *Supponiamo di aver eseguito una serie di n misurazioni di una certa grandezza e abbiamo trovato i seguenti valori*

$$x_1, x_2, \dots, x_n.$$

- ◆ *Poiché nessuno degli n valori ha, più di ogni altro, il diritto di essere considerato il valore vero della grandezza in esame, si stabilisce di assumere come valore più attendibile il valore medio definito come*

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

- ◆ *Al valore x va associata una quantità che esprima il grado di incertezza (errore) della misura stessa.*

Ci sono vari modi per calcolare l'errore da associare alla misura, fra tutti questi vi è il cosiddetto errore assoluto massimo

$$\delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}.$$

Errore assoluto ed errore relativo

Errore assoluto. Dalle considerazioni fatte segue che il valore x della grandezza misurata non corrisponde con il valore vero X . Lo scarto tra il valore misurato e il valore vero è detto errore assoluto δx ed è dato da

$$\delta x = |x - X|. \quad (1.1)$$

Errore relativo. Per valutare l'entità di un errore può essere utile confrontarlo con una grandezza a esso omogenea, ed è naturale scegliere per questo proprio la misura a cui esso si riferisce. In questo caso è significativo, quindi, considerare il rapporto

$$\epsilon x = \frac{\delta x}{|x|}, \quad (1.2)$$

$$\epsilon x\% = \frac{\delta x}{|x|} \times 100. \quad (1.3)$$

Rappresentazione grafica dei dati sperimentali (I)

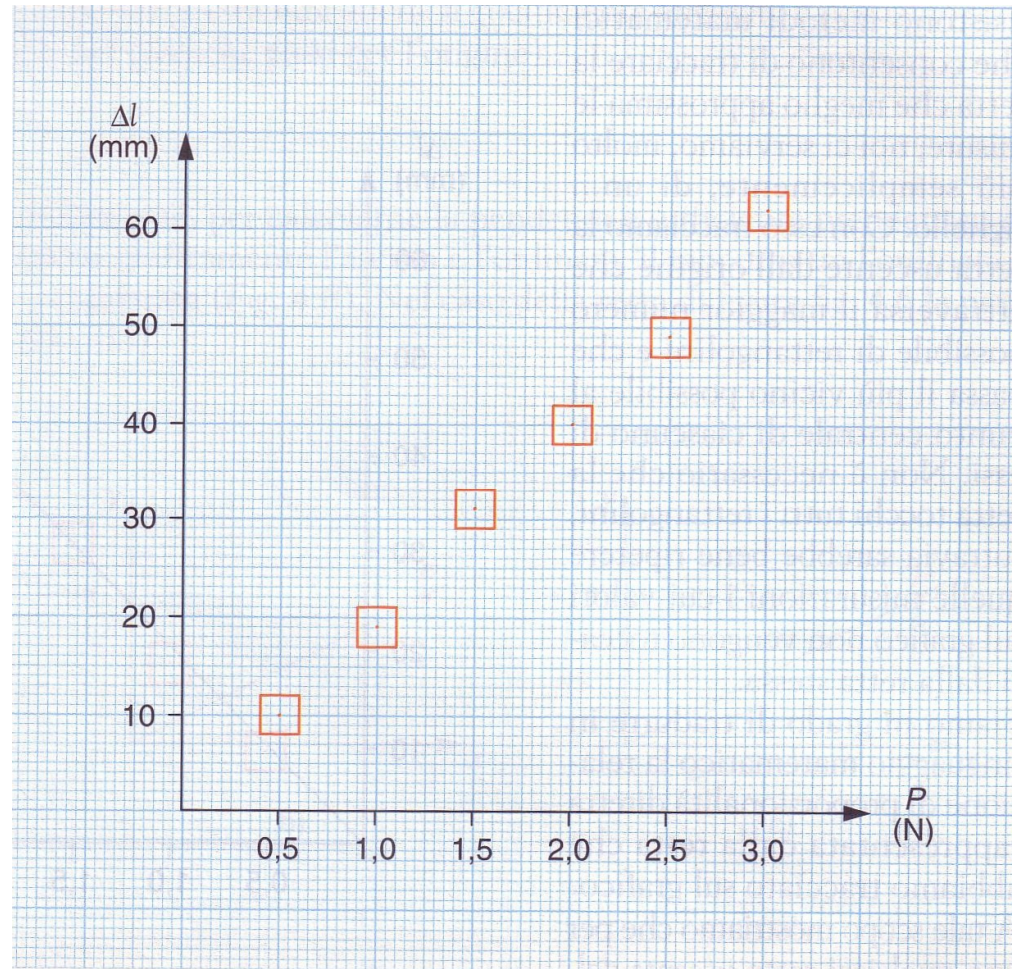
Per studiare la dipendenza di una grandezza in funzione di un'altra, possiamo riportare in grafico i valori ottenuti nelle misurazioni.

Notiamo che per la dipendenza sperimentale tra due grandezze si dispone di un numero limitato di coppie di valori, affetti da una indeterminazione legata alla modalità con cui sono state eseguite le misurazioni.

Per indicare simbolicamente sul grafico l'entità di tale errore, si associa a esso un segmento di lunghezza corrispondente, come mostrato nella figura seguente.

Rappresentazione grafica dei dati sperimentali (II)

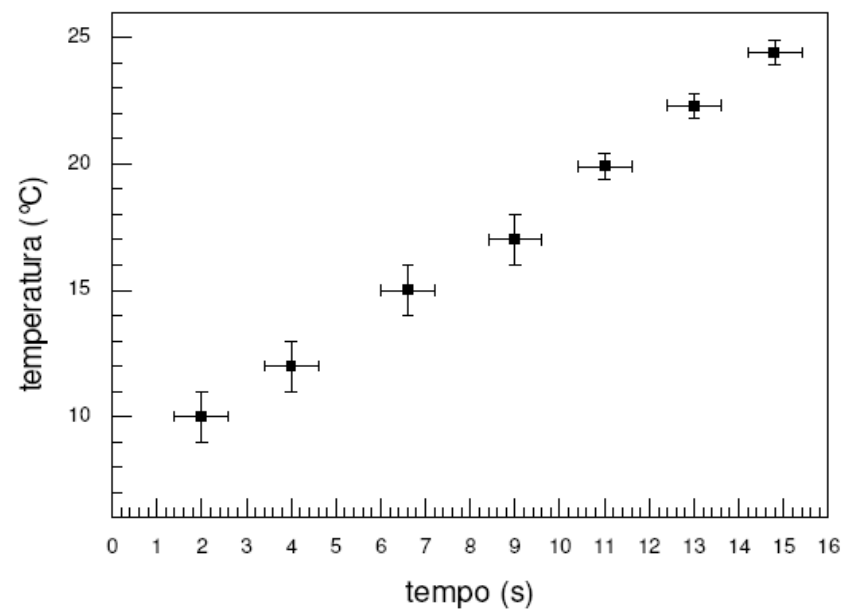
Nella rappresentazione grafica delle misure di una grandezza fisica, dobbiamo considerare anche l'errore associato alla misura che vogliamo rappresentare.



Un esempio

$t \pm \delta t$ (s)	$T \pm \delta T$ ($^{\circ}\text{C}$)
2.0 ± 0.5	10 ± 1
4.0 ± 0.5	12 ± 1
6.6 ± 0.5	15 ± 1
9.0 ± 0.5	17 ± 1
11.0 ± 0.5	19.9 ± 0.5
13.0 ± 0.5	22.3 ± 0.5
14.8 ± 0.5	24.4 ± 0.5

Tabella 1.1: Valori di temperatura rilevati al trascorrere del tempo.



Metodo grafico: rette di massima e minima pendenza (I)

*Per trovare la relazione tra le grandezze misurate usiamo il **metodo grafico**, che consiste nell'individuare la retta che passa per i rettangoli individuati dagli errori massimi.*

*Ricordiamo che una retta è descritta dall'eq.ne **$y = m x + q$**
 m - coefficiente angolare, q - intersezione con l'asse delle ordinate*

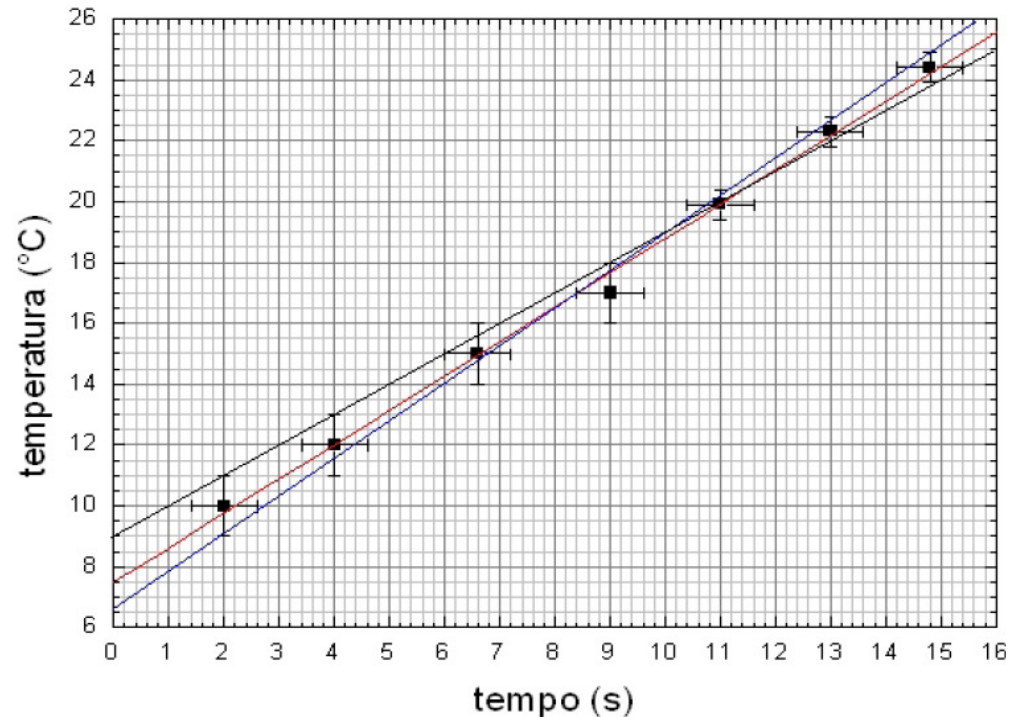
N.B. Per facilitare l'operazione d'individuazione della retta che passa per i punti sperimentali, si deve porre in grafico i dati con le scale adatte in modo tale che possono essere descritti da una linea retta.

*Si tracciano quindi le due rette che, intersecando tutti i segmenti che rappresentano gli errori, abbiano rispettivamente la **minima** e la **massima pendenza**.*

Metodo grafico: rette di massima e minima pendenza (II)

$$y = m_{min}x + q_{max};$$

$$y = m_{max}x + q_{min}.$$



La retta che meglio si adatta ai dati sperimentali è data da $y = mx + q$, con

$$m = \frac{m_{max} + m_{min}}{2} \pm \frac{m_{max} - m_{min}}{2};$$

$$q = \frac{q_{max} + q_{min}}{2} \pm \frac{q_{max} - q_{min}}{2}.$$

Misura sperimentale del valore di π

Definizione:

Dato un cerchio di diametro D , si definisce π il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il valore del diametro

$$\pi = C/D$$

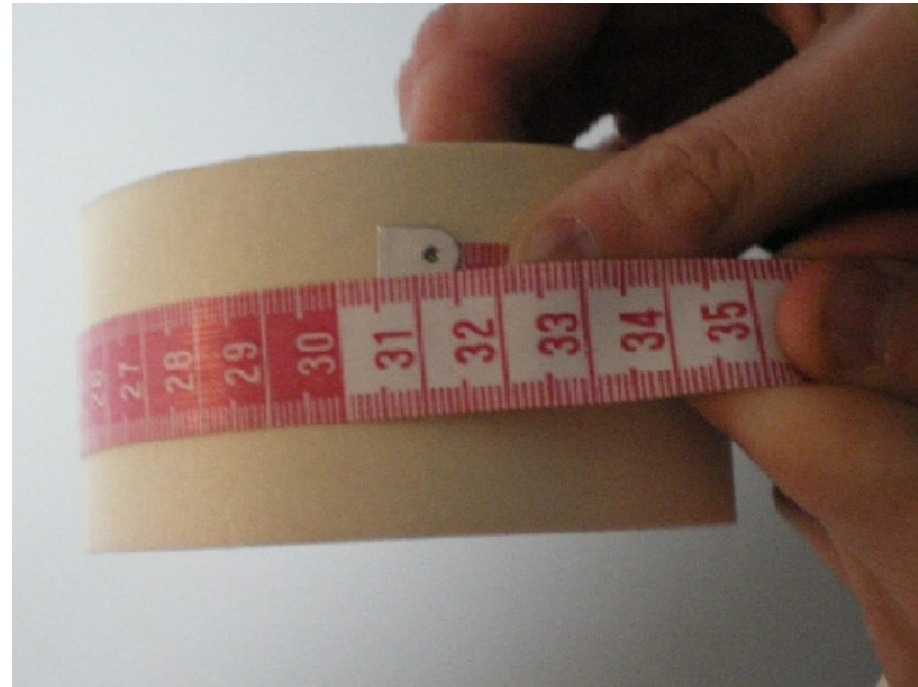
Il valore teorico di π è 3.1415926535...



Metodo di misura

La misurazione del diametro del disco può essere realizzata direttamente con il calibro ventesimale.

La misurazione della circonferenza può essere fatta avvolgendo un metro di carta attorno al cilindro e misurando la lunghezza della circonferenza, come mostrato in Figura.



Raccolta dei dati sperimentali

Tabella : Valori misurati dei diametri dei cilindri e delle rispettive circonferenze; in tabella sono riportati anche gli errori strumentali dovuti alla sensibilità degli strumenti di misura usati.

D (mm)	δD (mm)	C (mm)	δC (mm)
9.65	0.05	31	1
11.15	0.05	34	1
12.85	0.05	40	1
16.25	0.05	51	1
21.30	0.05	67	1

Rappresentazione grafica dei dati

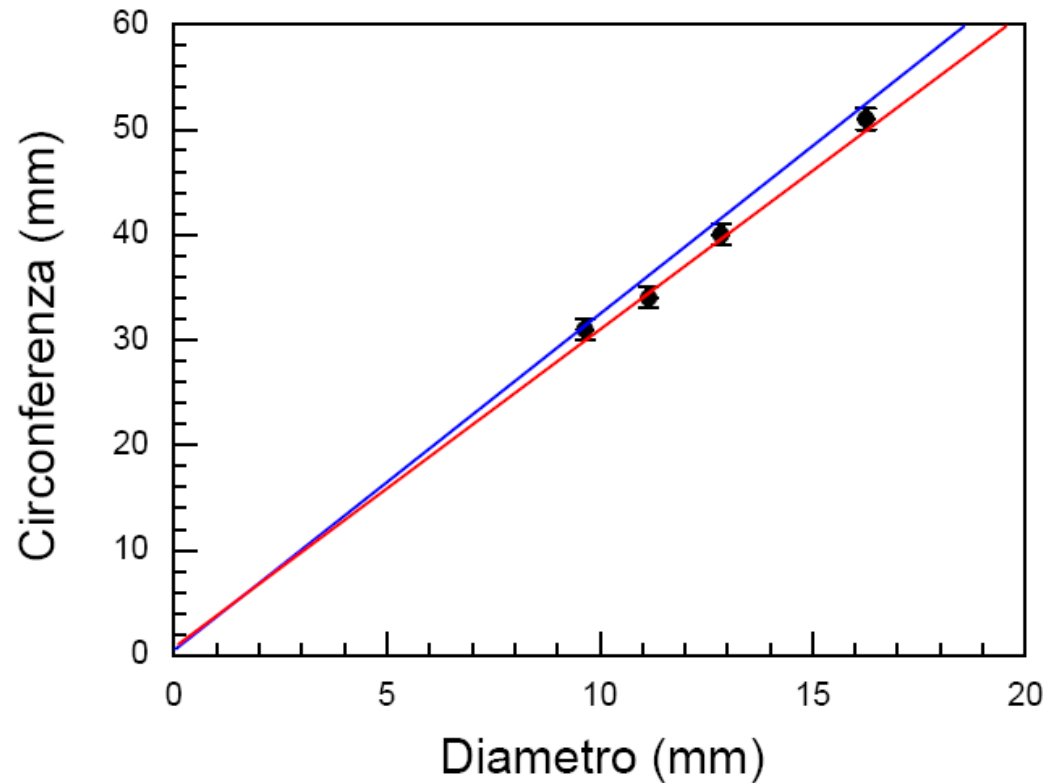


Figura : Grafico del valore della circonferenza in funzione del diametro; nel grafico sono riportate anche le rette di massima (linea blu) e di minima (linea rossa) pendenza.

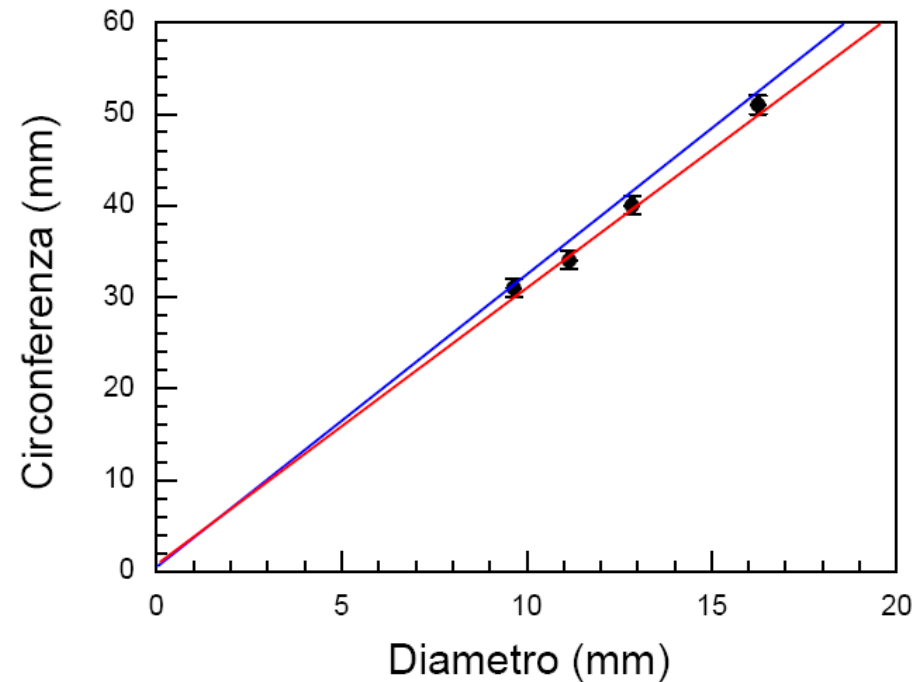
Analisi grafica dei dati

$$\pi_{max} = 3.222,$$

$$\pi_{min} = 3.067;$$

$$\pi_{best} = \frac{\pi_{max} + \pi_{min}}{2} = 3.1445,$$

$$\delta\pi = \frac{\pi_{max} - \pi_{min}}{2} = 0.077.$$



$$\pi = \pi_{best} \pm \delta\pi = 3.14 \pm 0.08.$$

Curiosità: il valore di π nella piramide di *Cheope*

La piramide di Cheope, mostrata in Figura 1.3, risalente al periodo dal 2500 a.C. al 2100 a.C. circa, è una delle costruzioni più grandi mai realizzate dall'uomo. La base della piramide misura 230 m di lato, è alta 137 m e pesa circa 6.000.000 tonnellate (6×10^9 kg). Sebbene l'altezza attuale della piramide è di 137 m, l'altezza geometrica ottenuta dal prolungamento degli spigoli è di 146 m [*].

All'inizio del 1800, è stato scoperto che dividendo il perimetro della piramide per il doppio dell'altezza geometrica si ottiene un valore molto vicino al valore di π

$$\pi = \frac{4 \times 230}{2 \times 146} = 3.15. \quad (1.5)$$

La scoperta del numero π viene attribuita ad Archimede (287 - 212 a.C.) ma il valore di π fu determinato con una precisione alla quarta cifra decimale solo nel VI secolo d.C.

[*] F. Vaghi, *I misteri delle piramidi*, Demetra, Colognola ai Colli (VR) 2000.



Figura 1.3: La piramide di Cheope.

Fonte immagine: Berthold Werner, *Wikimedia Commons*.