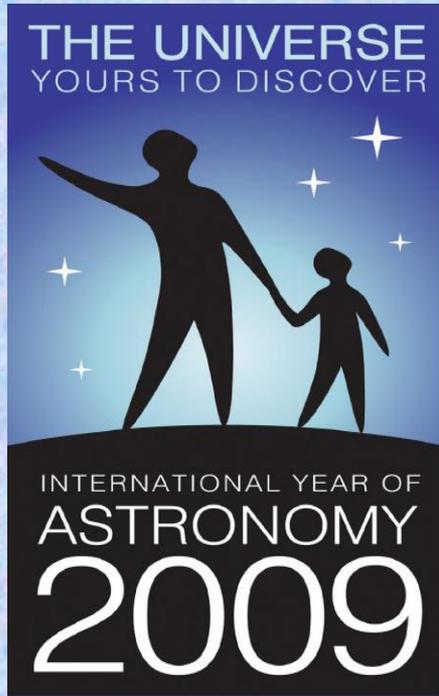


Università degli Studi di Palermo
Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Fisica
Progetto Lauree Scientifiche



Laboratorio di
Ottica, Spettroscopia, Astrofisica

Antonio Maggio
Istituto Nazionale di Astrofisica
Osservatorio Astronomico di Palermo

Laboratorio di Ottica, Spettroscopia, Astrofisica

Quinta lezione

Onde e spettri

(dall'ottica geometrica all'ottica fisica)

Antonio Maggio

Istituto Nazionale di Astrofisica
Osservatorio Astronomico di Palermo

Riassunto 4^a lezione

- Macchine fotografiche
- Scala angolare e scala spaziale
- Rivelatori CCD e risoluzione in pixel
- Il cannocchiale di Galileo

Sommario 5^a lezione

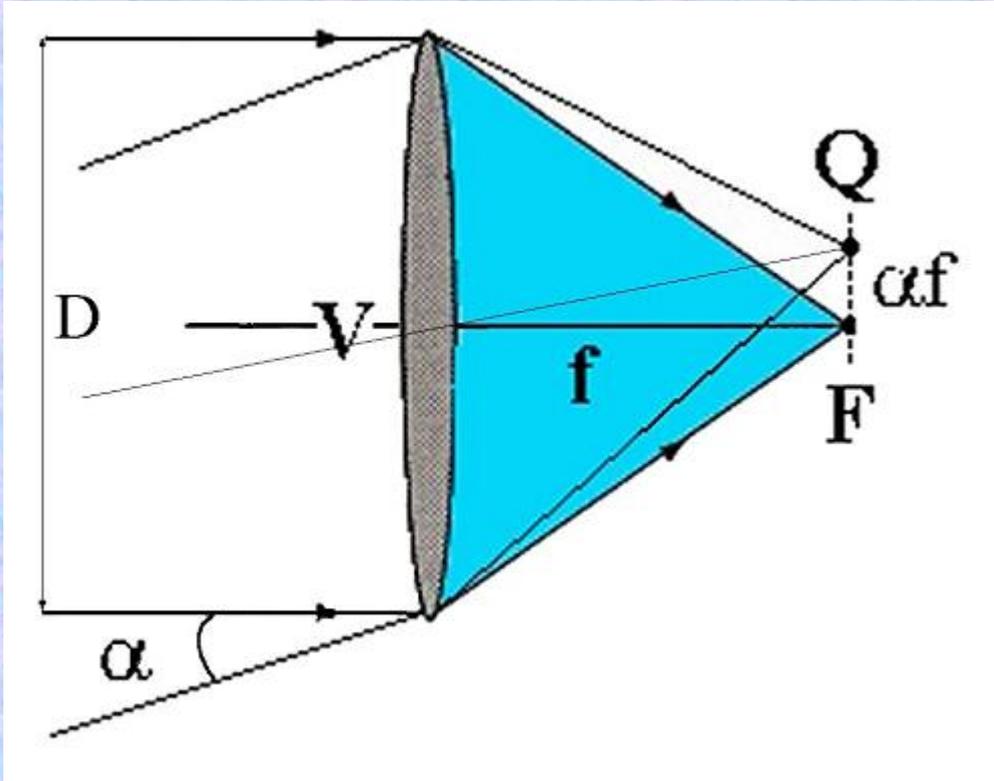
- Riassunto delle puntate precedenti
- Le aberrazioni: effetti fisici e geometrici
- Specchi e telescopi riflettori
- Diffrazione e interferenza
- Esperienze con fenditure
- Costruzione di uno spettroscopio

Applicazione a strumenti ottici

Definizioni

- **Piano focale:** piano perpendicolare all'asse ottico, passante per il fuoco della lente
- **Apertura di una lente di diametro D :**
numero $F = f / D$
- **Potere diottrico (numero di diottrie): $1/f$ [f in metri]**
- **Dimensione sul piano focale dell'immagine di un oggetto che sottende un angolo di vista θ , prodotta da un sistema ottico con lunghezza focale f :**
 $h = \theta f$ [θ in radianti, f in mm]

Piano focale



Supponiamo di osservare un oggetto a distanza molto grande con una lente caratterizzata dai seguenti parametri:

D = diametro

f = lunghezza focale

α = dimensione angolare dell'oggetto

αf = lunghezza segmento QF
(con buona approssimazione, se $\alpha \ll 1$ in radianti)

V = asse ottico

F = fuoco, sorgente in asse

Q = fuoco, sorgente fuori asse

Piano focale:

piano perpendicolare all'asse ottico, passante per F

La "scala" del telescopio

- Il parametro $s = 206264.8/f$ (**scala angolare**) (secondi d'arco per mm) indica l'estensione angolare di un oggetto la cui immagine sul piano focale è di 1 mm
- Il parametro s va confrontato con le dimensioni dell'elemento di immagine del rivelatore posto sul piano focale (ad es. le dimensioni dei pixel di un sensore CCD, tipico delle macchine fotografiche digitali), per ottenere la **scala spaziale** dello strumento: ad es., se $s = 10''/\text{mm}$ e il CCD ha pixel di lato $10 \mu\text{m} = 10^{-2} \text{ mm}$, avremo una scala spaziale di $0''.1$ per pixel

Sequenza degli esperimenti e dei concetti

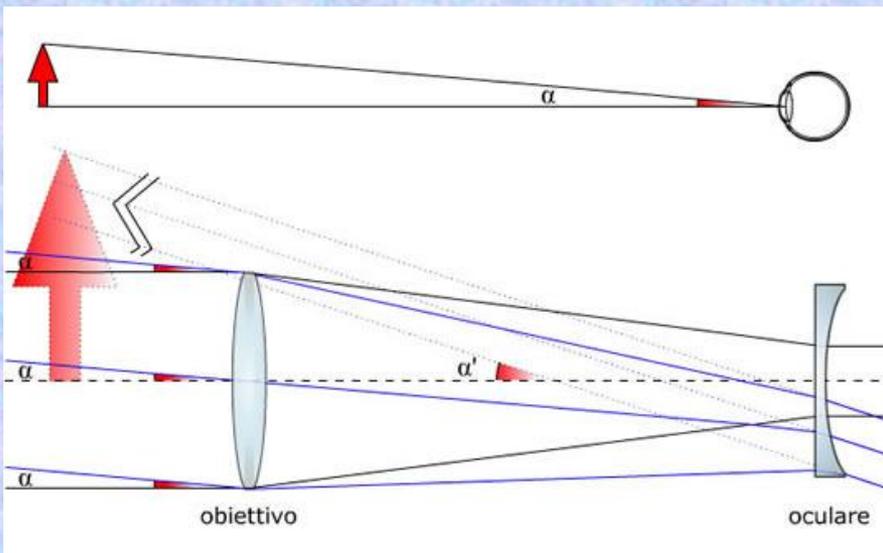
Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
<p>7. Con due lenti (<i>oculare</i> e <i>obiettivo</i>) convesse di focale diversa si può costruire un <i>telescopio rifrattore</i> (kepleriano).</p>	<ul style="list-style-type: none">• Se l'immagine reale (proiettabile su uno schermo) formata dalla 1^a lente (obiettivo) viene posta sul fuoco della 2^o lente (oculare), si formerà una seconda immagine all'infinito (raggi paralleli, fronte d'onda piano) che può essere focalizzata solo tramite il nostro occhio (terza lente) sulla retina.• L'ingrandimento angolare che si ottiene è pari al rapporto delle lunghezze focali delle due lenti: $m = f_1/f_2$

Il cannocchiale di Galileo

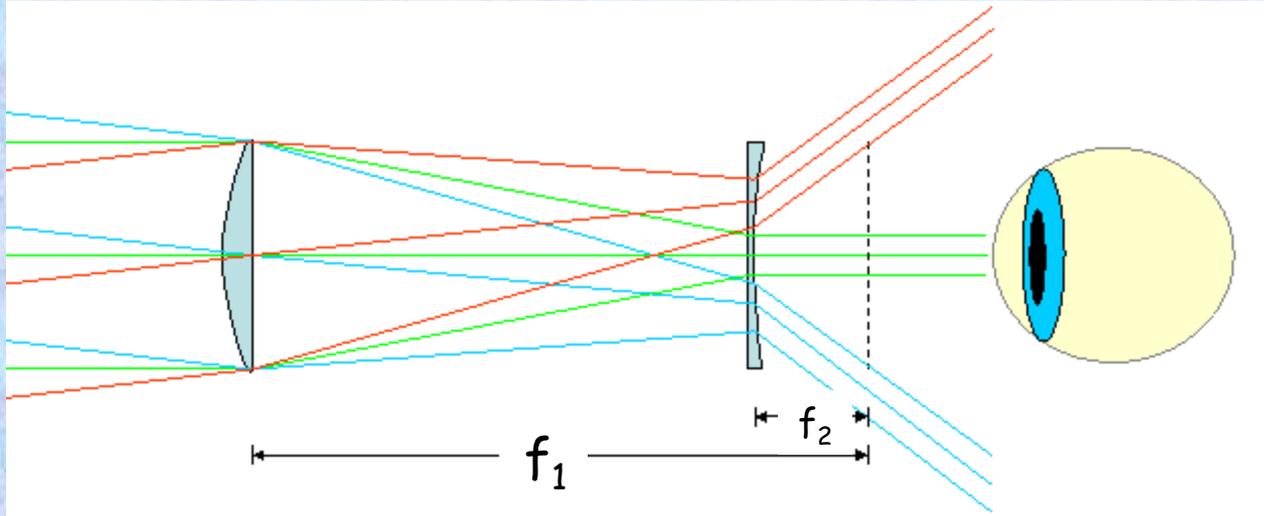


- Obiettivo:
lente convergente ($f > 0$)
- Oculare:
lente divergente ($f < 0$)
- *Esercizio*

A che distanza devono essere poste, affinché si ottenga un'immagine all'infinito come nel caso del telescopio Kepleriano?



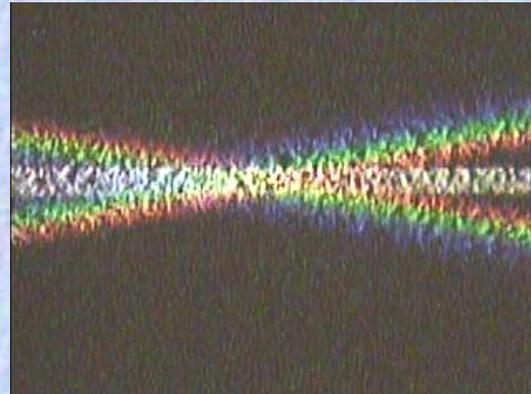
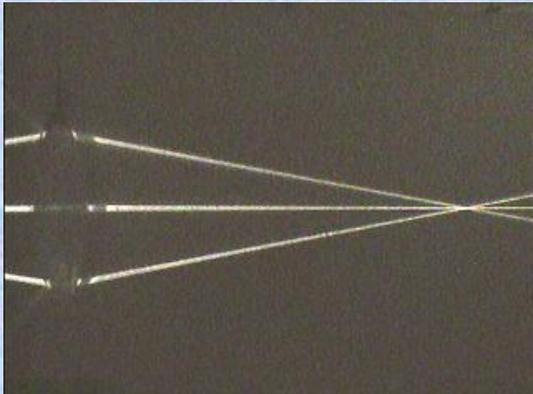
Il cannocchiale di Galileo



- Il fuoco della prima lente (obiettivo) resta al di là della seconda lente (oculare), cioè più vicino all'occhio
- La seconda lente è posta a una distanza $f_{\text{obiettivo}} - f_{\text{oculare}}$ dalla prima
- L'ingrandimento angolare è ancora una volta dato dal rapporto delle lunghezze focali, $m = f_1/f_2$

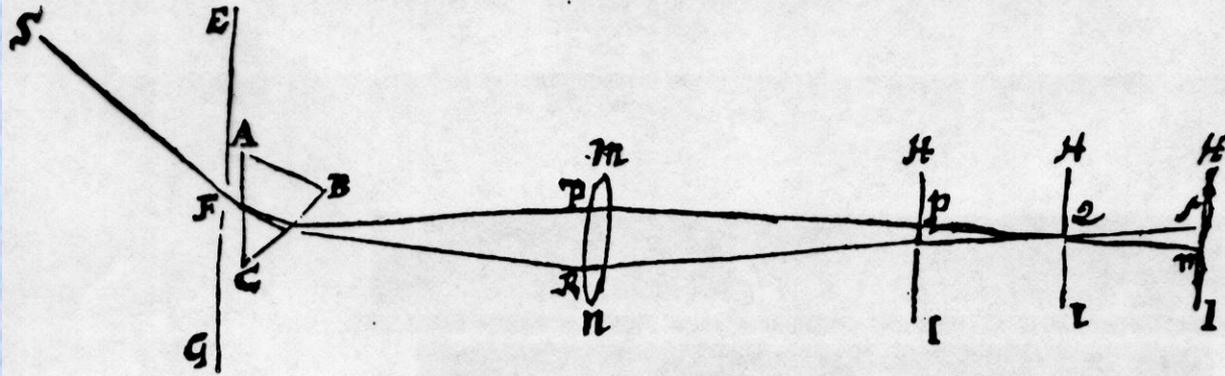
Il problema delle aberrazioni

- Aberrazioni: "difetti" di focalizzazione
- **Aberrazione cromatica** : un effetto fisico



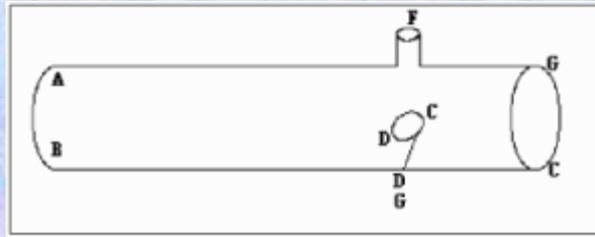
- Causato dalla dipendenza dell'indice di rifrazione dal "colore" della radiazione
- A questa dipendenza si deve la **scomposizione spettrale** della luce che attraversa un prisma o una goccia d'acqua

Esperimenti di Newton con un prisma (1672)



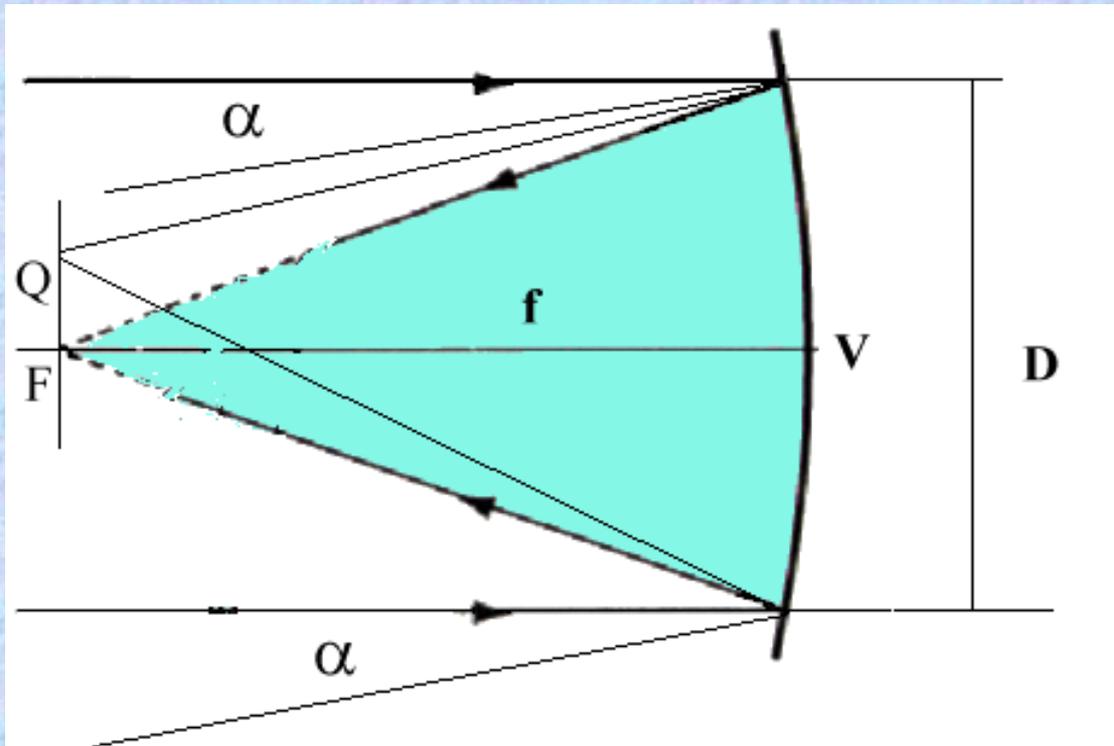
Newton's diagram showing how he combined the colours to make white light once more. Light from the Sun (left) enters the hole *F* and is separated into colours by the prism. The lens brings the colours together again. They fall on the screen *HI*, and if this is at *Q* they produce 'whiteness'. From *Philosophical Transactions*, 80, 19 Feb. 1672.

Passi avanti nella strumentazione



- **1668: Newton realizza il *telescopio riflettore*.** L'uso di uno specchio limitava i problemi connessi all'aberrazione cromatica delle lenti usate nei *telescopi rifrattori*
- Nel trattato *Opticks* (1704) descrive i suoi studi sulla scomposizione della luce solare tramite un prisma
- Newton sosteneva un modello corpuscolare della luce, costituita da getti di particelle ipotetiche di diverse dimensioni, cui corrispondevano i diversi colori

Specchio equivalente



- La riflessione è un'altra conseguenza del principio di Fermat
- Gli specchi concavi sono caratterizzati da una lunghezza focale ($f = R/2$ se lo specchio è sferico) e formano immagini la cui posizione può essere determinata ancora una volta tramite una formula identica alla "legge delle lenti sottili".

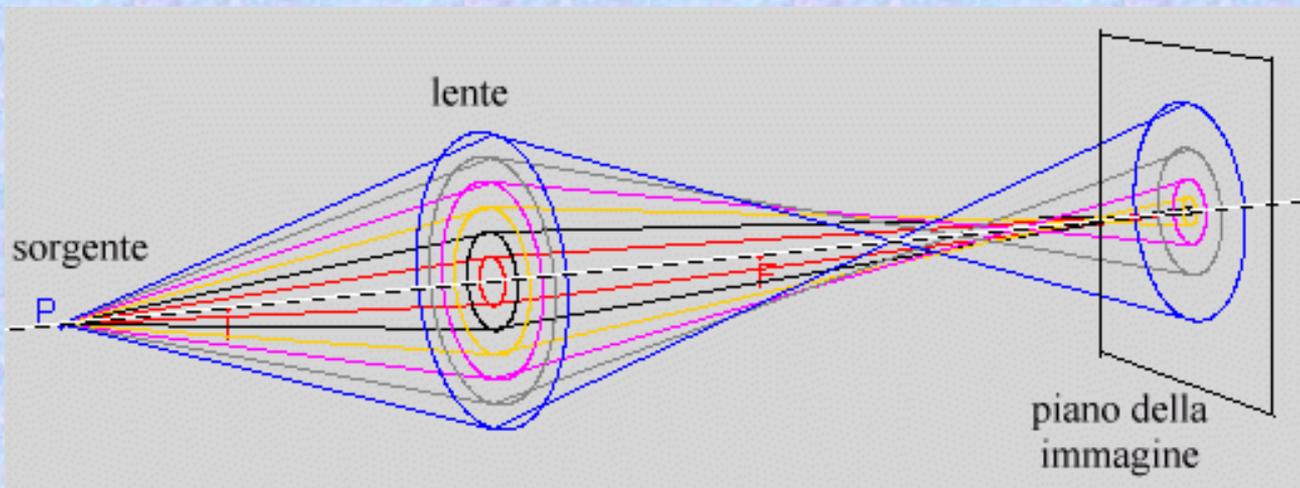
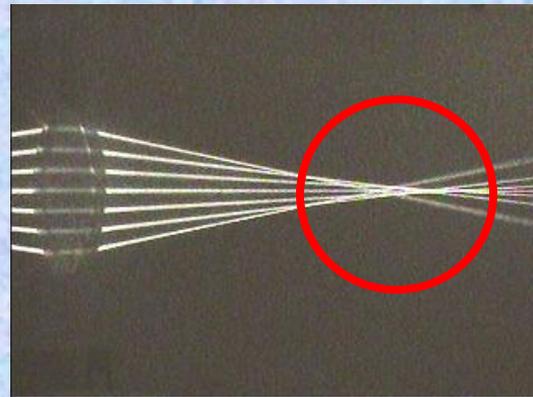
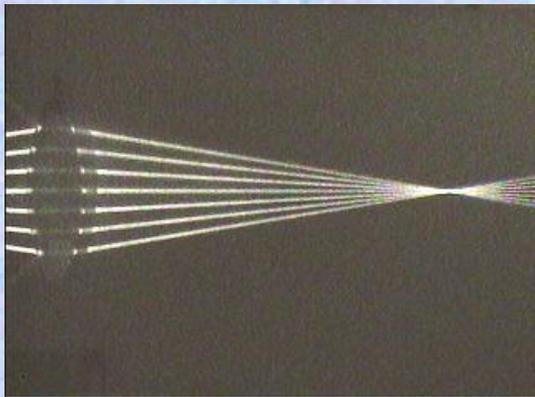
Le aberrazioni geometriche

Oltre al **cromatismo** le lenti sono affette da altri tipi di aberrazione: aberrazione sferica, curvatura di campo, coma, astigmatismo, distorsione.

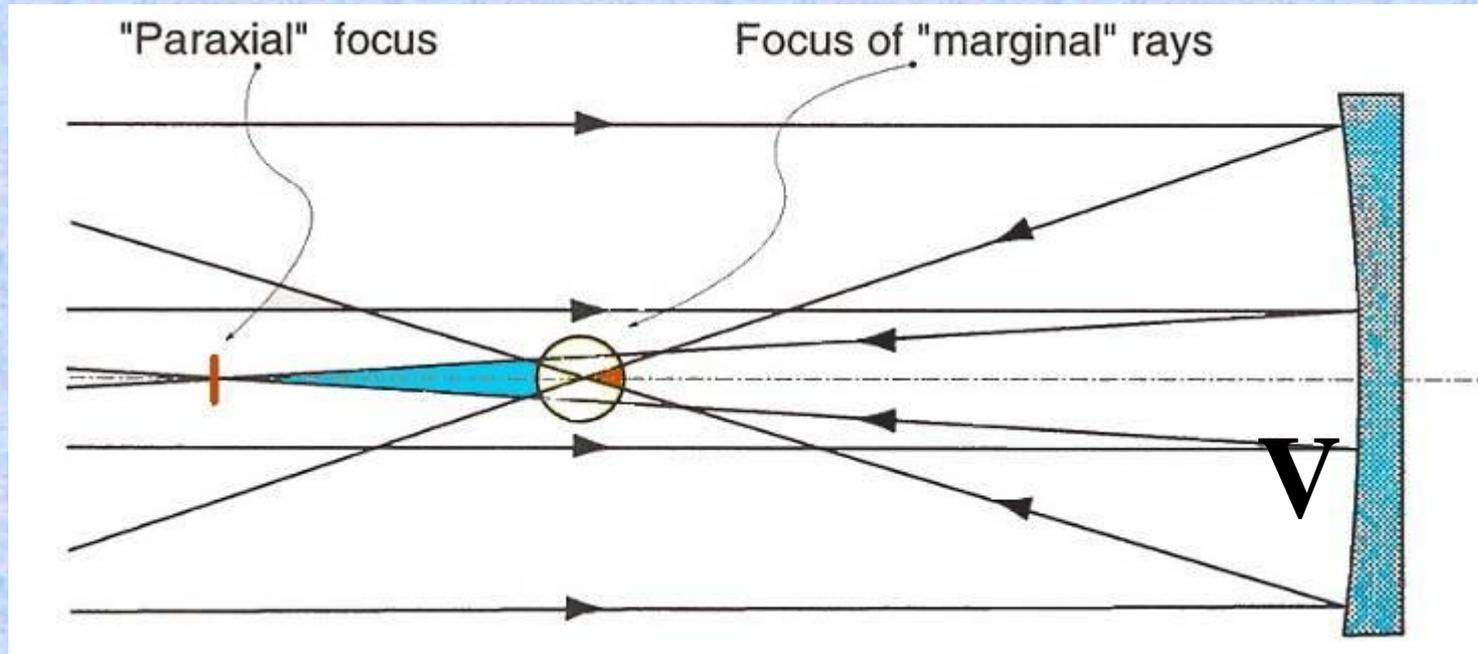
Gli specchi non introducono **cromatismo** ma soffrono in generale di aberrazioni geometriche.

Il problema delle aberrazioni

- **Aberrazioni monocromatiche** : effetti geometrici
 - Aberrazione sferica, di cui soffrono sia le lenti che gli specchi sferici



Il problema dell'aberrazione sferica



- Se lo specchio è sferico, i **raggi parassiali** (vicini all'asse ottico) convergono in un punto (fuoco) più distante dal centro della lente, **V**, dei **raggi marginali** (lontani dall'asse ottico).
- Molti grandi telescopi ne sono affetti, perchè è un'effetto difficile da scoprire in fase di lavorazione.
- Una soluzione è quella di usare specchi parabolici.

Tipi di ottiche dei telescopi

Tre grandi famiglie di telescopi:

- **Rifrattori** (o anche **diottrici**, cioè a lenti), limitati in dimensioni a $\max \approx 1\text{m}$, e affetti da **cromatismo**
- **Riflettori** (o anche **catottrici**, cioè a specchi): i più grandi telescopi sono tutti riflettori, con due o tre specchi (più un eventuale obiettivo a lenti).
- Un terzo tipo ibrido di telescopi (**catadiottrici**) usa sia lenti che specchi.

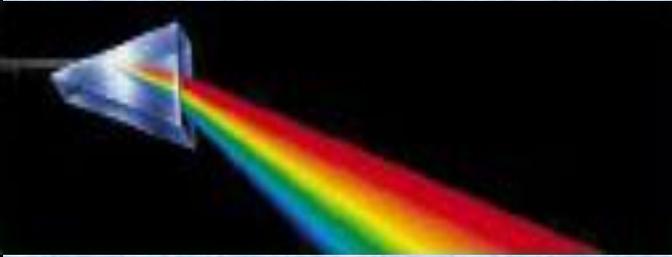
Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze

Interpretazione fisica e metodi d'analisi

8a. Luce di colore diverso viene focalizzata a distanze diverse dalla lente

8b. Un prisma di vetro disperde la luce bianca in uno spettro cromatico



- **Aberrazione cromatica:** la velocità di propagazione della radiazione in un mezzo (ad es. una lente) e quindi l'indice di rifrazione dipendono dalla frequenza della radiazione.
- Radiazione di frequenza (o energia) diversa segue percorsi diversi. In generale l'indice di rifrazione cresce con la frequenza (la luce blu devia più di quella rossa).
- L'effetto è quello della **dispersione** della luce bianca in diversi colori
- Per interpretare questi fenomeni occorre una descrizione della radiazione come una sovrapposizione di onde (**ottica ondulatoria**)

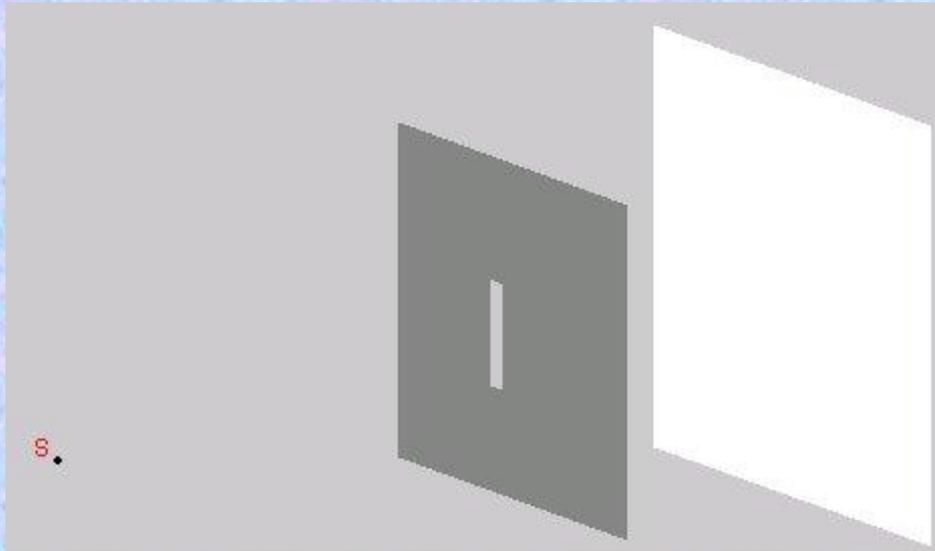
Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
8c. Le lenti non forniscono immagini a fuoco su tutto il campo di vista.	<ul style="list-style-type: none">• La forma geometrica della lente produce difetti di focalizzazione (<i>aberrazioni monocromatiche</i>)

Il modello ondulatorio secondo Huygens

- 1690: Huygens enuncia la sua teoria ondulatoria (*Traité sur la lumiere*)
 - le onde luminose sono analoghe a quelle acustiche (meccaniche)
 - Ogni punto investito da un'onda (perturbazione) diventa a sua volta sorgente di onde che si continuano a propagare alla stessa velocità (*principio di Huygens*)
 - La luce, come altri tipi di onde meccaniche, può aggirare gli ostacoli, ovvero incurvarsi dopo essere passata attraverso una fessura sottile (*diffrazione*, fenomeno descritto dal Grimaldi nel *De Lumine*, 1665)
 - Huygens interpreta anche la legge di Snell (*rifrazione*) come effetto della variazione di velocità di propagazione della luce in mezzi diversi

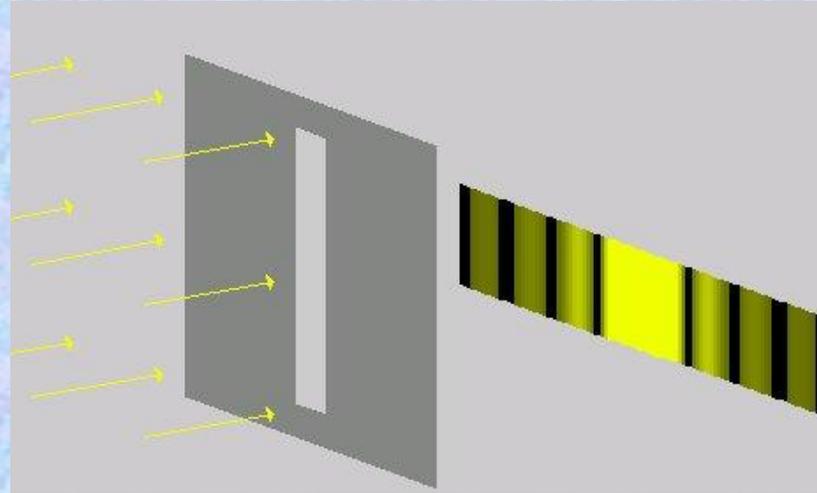
Esperienze con una fenditura



- In una stanza buia una sorgente luminosa puntiforme S si trova di fronte ad uno schermo bianco. Un cartoncino nero con una fenditura rettangolare di larghezza a è posto tra la sorgente e lo schermo, come mostra la figura.

Se si accende la sorgente quale forma ha la zona illuminata sullo schermo?

Esperienze di diffrazione



- Se si usa una sorgente *monocromatica* (laser) e la *fenditura è abbastanza stretta*, si crea una **figura di diffrazione** (Suggerimento: una fenditura stretta si può realizzare con due dita, due matite o due lame di rasoio) (*Il modello a raggi non può spiegare questo effetto; bisogna ricorrere necessariamente al modello a onde*)
- Un effetto di diffrazione si può osservare ogni volta che la radiazione incontra **un'ostacolo di dimensioni confrontabili con la lunghezza d'onda** (ad esempio anche illuminando un capello con un fascio laser)

Diffrazione: alcune formule

- Condizione per il primo minimo (frangia scura) in una **figura di diffrazione** da una fenditura di ampiezza **a**:

$$a \sin \theta = \lambda \quad (\theta \text{ è l'angolo rispetto alla normale})$$

- Ampiezza angolare della frangia centrale generata da una fenditura rettangolare:

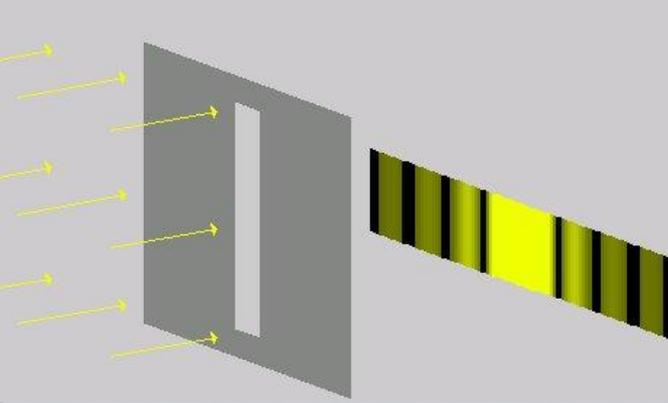
$$2 \theta \approx 2 \lambda / a$$

- Angolo della prima frangia scura in una figura di diffrazione creata da un'apertura circolare di diametro **D**:

$$\sin \theta = 1,22 \lambda / D \quad (\textit{limite di diffrazione; rappresenta la migliore risoluzione spaziale ottenibile in un'immagine con uno strumento ottico di apertura D})$$

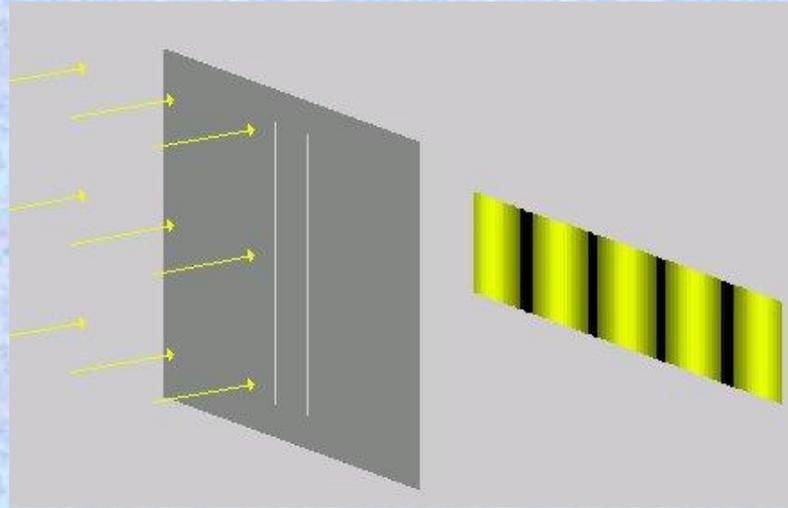
Sequenza degli esperimenti e dei concetti

9. Una fenditura stretta (o un capello) illuminato da un fascio laser genera un'immagine con una serie di frange luminose (*figura di diffrazione*) allineate in direzione perpendicolare a quelle del fascio incidente e della fenditura (o del capello)



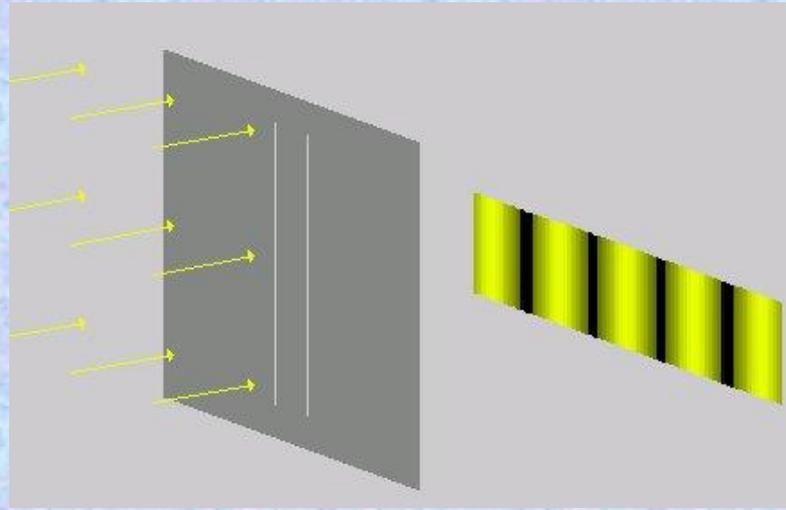
- Quando la luce incontra ostacoli delle dimensioni della propria lunghezza d'onda si verificano effetti di deviazione dalla linea retta di propagazione (*diffrazione*)
- Gli effetti di diffrazione, come quelli di dispersione, dipendono dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente
- La diffrazione è un fenomeno comune anche alle onde meccaniche e acustiche; in questi casi la diffrazione è più facile da sperimentare perché la lunghezza d'onda è generalmente molto più grande di quella della luce
- Il modello ondulatorio della luce fu introdotto da Huygens per spiegare questi effetti

Esperienze di interferenza



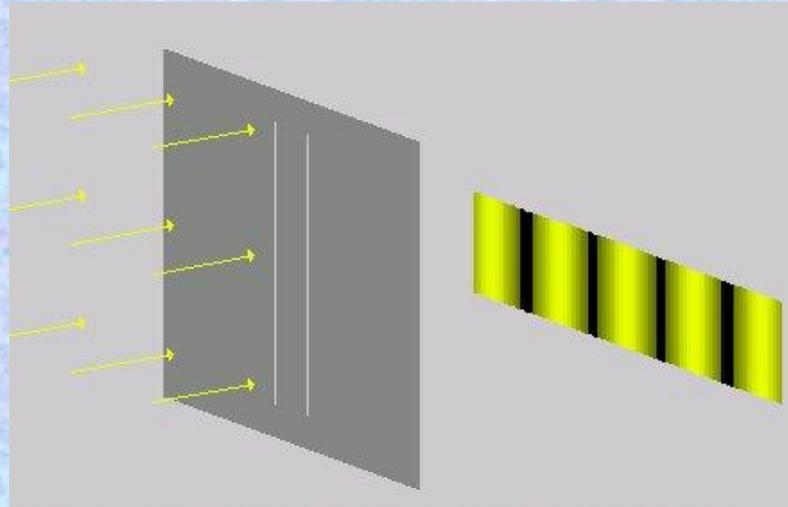
- Se sul cartoncino nero si producono due fenditure cosa succede? (*Esperimento di Young*)
- Si ha luce solo dove si verifica *interferenza costruttiva* (somma di segnali in fase) tra le onde emesse dalle due fenditure (*due sorgenti secondo il principio di Huygens*)
- Per quali angoli (rispetto alla direzione della radiazione incidente) si verifica che i segnali delle onde generate da due fenditure a distanza d sono in fase, quando vengono illuminate con luce di lunghezza d'onda λ ?
- Qual è la posizione delle *frange* su uno schermo posto a distanza L dalle fenditure?

Qualche calcolo per interpretare l'esperimento di Young



- Condizione per l'**interferenza costruttiva** (somma di segnali in fase) delle onde generate da due fenditure a distanza **d**, illuminate con luce di lunghezza d'onda **λ** :
 $d \sin \theta = m \lambda$ (dove m è un numero intero)
- Posizione delle **frange** su uno schermo posto a distanza **L** dalle fenditure:
 $y = L \tan \theta$

Esperienze di interferenza

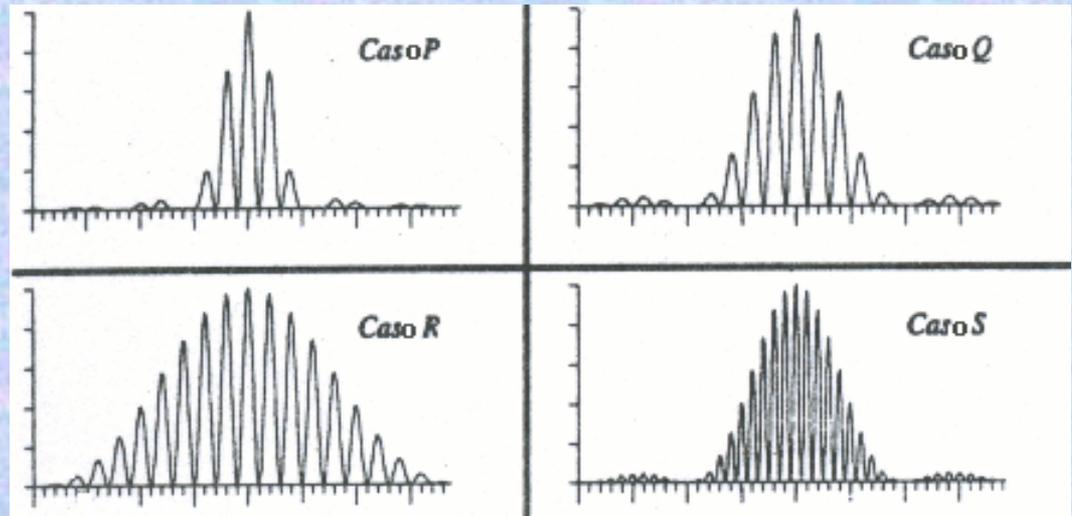
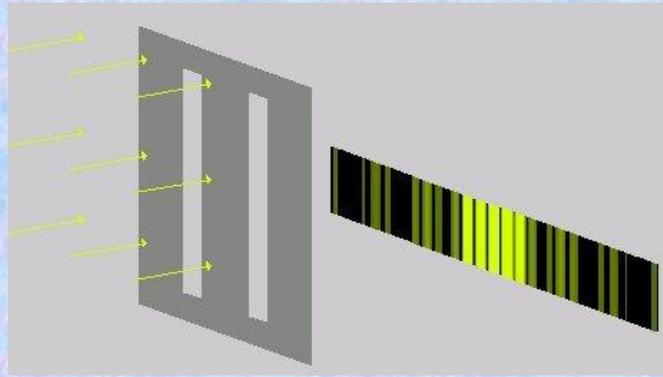


- Cosa succede se cambia la distanza, d , tra le fenditure?
- Cosa succede se cambiamo la lunghezza d'onda, λ , della luce?
- Cosa succede se usiamo luce bianca?
- Cosa succede se la sorgente non è puntiforme ma estesa?

Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
<p>10. Uno schermo con due o più fenditure genera un'immagine con una serie di frange di simile intensità, ad angoli crescenti rispetto alla direzione retta</p>	<ul style="list-style-type: none">• Le frange sono prodotte da effetti di <i>interferenza</i> della luce trasmessa dalle singole fenditure (a loro volta sorgenti di radiazione, secondo il <i>principio di Huygens</i>)• Questi effetti, così come quelli di rifrazione e di diffrazione, dipendono dalla lunghezza d'onda (colore) e sono spiegabili con un <i>modello ondulatorio</i> della radiazione

Il caso più generale (esperienza al banco)



- Quattro diverse combinazioni di larghezza ($a = 0.04$ mm o 0.08 mm) e separazione ($d = 0.25$ o 0.5 mm) di due fenditure: *effetti di diffrazione + interferenza combinati*
- L'ampiezza angolare dell'involuppo centrale di frange, dovuto alla diffrazione è circa uguale a $2\lambda/a$, che su uno schermo posto a distanza L dalle fenditure corrisponde a una dimensione lineare di circa $2L\lambda/a$
- La separazione angolare tra le frange, dovuta all'interferenza, invece è proporzionale a λ/d
- Dalle misure è possibile ricavare la lunghezza d'onda λ

Esperienze con un *reticolo* di fenditure

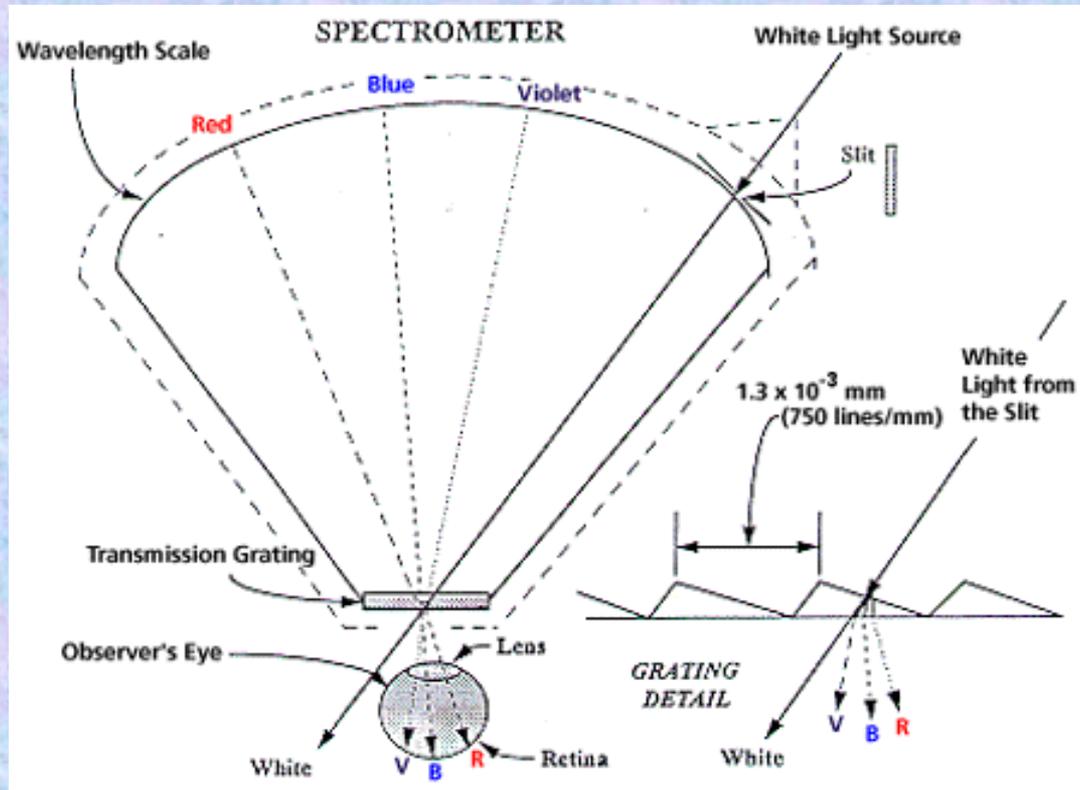
- **Previsione:** Cosa succede se illuminiamo un CD-ROM con un laser?
- Si tratta di una serie di solchi finemente spaziati, equivalente a un *reticolo di diffrazione*
- Ciascuno dei solchi, quando viene illuminato dal laser, diventa una sorgente di radiazione indipendente dalle altre; tutti i segnali si sommano (con il segno stabilito dalla fase) quando raggiungono lo schermo (rivelatore)
- Notare almeno 3 immagini *lungo l'asse di dispersione spettrale*, corrispondenti ai valori $m = 0, 1, 2$ (*ordini spettrali*) nella condizione per l'interferenza costruttiva:
 $d \sin \theta = m \lambda$
- Conoscendo la lunghezza d'onda λ della radiazione del laser, dalla misura degli angoli θ per i quali si verifica interferenza costruttiva è possibile ricavare la separazione d dei solchi nel CD-ROM
- Ripetere l'esperimento con un DVD. Cosa cambia?

Realizzazione di uno spettroscopio

- **Previsione:** Cosa succede se illuminiamo un *reticolo di diffrazione* con luce bianca? Suggestimento: riflettere su qual è l'*asse di dispersione spettrale*, cosa succede alla radiazione incidente di diversa lunghezza d'onda e cosa succede se la sorgente è estesa
- **Verifica:** realizzazione di uno spettroscopio utilizzando un CD-ROM trasparente
- **Interpretazione:** ogni componente della radiazione a diversa lunghezza d'onda determina interferenza costruttiva in posizioni diverse dell'immagine spettrale
- **Domande:** Qual è la funzione della fenditura d'ingresso? Qual è la separazione angolare tra l'immagine centrale della sorgente (ordine $m = 0$) e il primo ordine spettrale ($m = 1$)?
- **Osservazioni spettroscopiche:** Cosa vediamo se la sorgente è una lampada a incandescenza? Se invece è una lampada a basso consumo o a neon? E se guardassimo il Sole?

Schema di uno spettroscopio

- *Spettroscopio a trasmissione* basato su un reticolo di diffrazione a dente di sega (*blazed*)



- Vengono realizzati anche *spettroscopi a riflessione*

Sequenza degli esperimenti e dei concetti

Esperienze	Interpretazione fisica e metodi d'analisi
<p>11. Una superficie con numerose scanalature (<i>reticolo</i>) produce una immagine (<i>spettro</i>) costituita da un gruppo di frange di diverso colore</p>	<ul style="list-style-type: none">• Le frange luminose di ciascun colore si formano nelle zone dell'immagine spettrale dove si realizza <i>interferenza costruttiva</i> delle onde• Un reticolo consente di riconoscere le componenti di diverso colore della radiazione (se questa non è monocromatica)
<p>12. Sorgenti diverse sono caratterizzati da spettri della radiazione diversi (<i>spettri continui</i> o <i>spettri a righe</i>)</p>	<ul style="list-style-type: none">• Gli spettri dipendono dalle caratteristiche della sorgente (lampada a incandescenza, neon, Sole)• L'analisi spettrale può fornire informazioni sulla natura del mezzo emittente (solido o gassoso)

Checkpoint dei concetti



- Gli effetti di **rifrazione** dipendono dal "colore" della radiazione: la luce rossa è meno deviata di quella violetta (*l'indice di rifrazione cresce con la frequenza*)

- Altri effetti dovuti alla natura ondulatoria della luce sono **l'interferenza** e la **diffrazione**; quest'ultima si manifesta solo quando le dimensioni dell'ostacolo (ad es. fenditura) sono confrontabili con la lunghezza d'onda della radiazione (*confrontare le lunghezze d'onda meccaniche, ad es. sonore, col quelle della radiazione visibile ai nostri occhi*).
- Grazie alla dipendenza dalla lunghezza d'onda di questi fenomeni possiamo ottenere uno **spettro della radiazione**
- Sorgenti diverse hanno caratteristiche spettrali distinte che possono essere utilizzare per studiarne la natura