

## Variabili Qualitative Ordinali

### I-Mutabili Ordinali Doppie

Dati due caratteri qualitativi, rilevati congiuntamente su N soggetti:

**A** con modalità  $\mathbf{a_1 < a_2 < \dots < a_j < \dots < a_r}$

**B** con modalità  $\mathbf{b_1 < b_2 < \dots < b_k < \dots < b_t}$

Dove le modalità sono misurabili su scala ordinale e sono poste in ordine crescente, ossia sotto forma di *graduatoria*.

Si indicherà con [A , B] la corrispondente *variabile qualitativa ordinale doppia* o *ordinale doppia*.

Facendo riferimento ad una generica tavola a doppia entrata, per misurare l'*associazione* eventualmente presente tra i due caratteri, si può utilizzare il seguente *indice di associazione ordinale di Goodman – Kruskal*:

$$\gamma = \frac{C - D}{C + D} \quad [38]$$

L'indice di Goodman e Kruskal assume valori compresi tra zero ed uno:

$$\mathbf{-1 \leq \gamma \leq +1}$$

se  $\gamma = \mathbf{0}$

l'associazione è nulla ed i due caratteri sono indipendenti

se  $\gamma = \mathbf{-1}$  tra i due caratteri vi è massima associazione inversa

se  $\gamma = +1$  tra i due caratteri vi è massima associazione diretta.

I simboli presenti nella formula [38] esprimono:

$$C = \underline{\text{numero di coppie concordanti}}$$

$$D = \underline{\text{numero di coppie discordanti}}$$

Dove:

- la Concordanza si verifica quando all'aumento di posizione nella graduatoria delle modalità di una variabile (A), corrisponde un aumento di rango ( o posizione) nelle modalità del secondo carattere (B);
- la Discordanza si verifica quando all'aumento di posizione nella graduatoria delle modalità di una variabile (A), corrisponde una diminuzione del rango del secondo carattere.

## 2 – Graduatorie

Nel caso in cui si considerano due caratteri misurabili su *scala ordinale* tra loro collegati, per esempio in senso temporale, si parla di *graduatoria doppia*

Si indica con **i** l'ordine della prima graduatoria e con **k** quello della seconda graduatoria.

Per esaminare la relazione reciproca, ossia simmetrica, esistente tra le due graduatorie si può utilizzare l'*indice di cograduazione di Spearman*, che considera, per convenzione, la prima graduatoria ordinata in ordine crescente, mentre la seconda ha un ordine determinato dalla rilevazione stessa.

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_i [i - k]^2}{n [n^2 - 1]}$$

L'indice di cograduazione varia tra -1 e +1:

$\rho = -1$  tra le due mutabili vi è discordanza massima;

$\rho = 0$  tra i due caratteri non c'è nessuna relazione;

$\rho = +1$  tra i due caratteri vi è concordanza massima.

Si parla di concordanza massima se ogni soggetto occupa la stessa posizione in entrambe le graduatorie; vi è massima discordanza se i soggetti occupano posizioni diametralmente opposte. Per i casi intermedi, più vicine sono le posizioni di ogni soggetto nelle due graduatorie, maggiore è la concordanza; più si allontanano, più aumenta la discordanza.

### Esempio: 1

Sono di seguito riportate le due serie di risultati, ottenute da 5 studenti [A, B, C, D, E] in due prove successive. Si chiede di misurare l'associazione tra le graduatorie.

Studenti	I° Prova	II° Prova
<b>A</b>	B	C
<b>B</b>	D	A
<b>C</b>	E	B
<b>D</b>	C	D
<b>E</b>	A	E

Trasformiamo i dati riportati nella seconda e nella terza colonna, in serie di numeri identificativi della posizione iniziale dei 5 studenti al fine di formare due graduatorie: al posto di **A** che è il primo studente della lista iniziale, si pone il numero **1**, al posto di **B**, si pone il numero **2**, e così via.

I° Prova	i	II° Prova	k	i - k	(i - k) <sup>2</sup>
2		3		1	1
4		1		3	9
5		2		3	9
3		4		1	1
1		5		4	16
<b>Totali</b>		//		//	<b>36</b>

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 3}{5 [25 - 1]} = 1 - \frac{216}{120} = -0,8$$

Esiste una discordanza notevole tra le due serie di risultati ottenuti: l'associazione è inversa e quasi massima.

## Esempio 2

Misurare l'associazione esistente tra il *livello di istruzione* e il *livello occupazionale raggiunto* di dipendenti di una AUSL, i cui dati sono riportati nella tabella n.31.

**Tav.31**

<i>Livello Di Istruzione</i>	<i>Livello Occupazionale</i>		<i>Totali</i>
	<i>Insoddisfacente</i>	<i>Soddisfacente</i>	
<i>Lic. Scuola Media</i>	78	18	96
<i>Lic. Sc. M. Superiore</i>	37	225	262
<i>Laurea</i>	5	750	755
<i>Totali</i>	120	993	1113

I due caratteri sono di tipo qualitativo ordinale, pertanto per verificare e misurare l'esistenza di associazione ordinale si applica l'indice di Goodman e Kruskal.

Le coppie concordanti sono:

$$C = [78 (225 + 750)] + [37 (750)] = 103.800$$

$$D = [18 (37 + 5)] + [225 (5)] = 1881$$

E l'indice di associazione ordinale è pari a:

$$\gamma = \frac{103.800 - 1881}{103.800 + 1881} = \mathbf{0,9644}$$

L'associazione è molto vicina ad un livello di massima associazione ordinale positiva.