

ANALISI DEL PROCESSO DI ROTTURA PER SOLLEVAMENTO DEL FONDO DI SCAVI CONTROVENTATI

Sandro R. Muscolino^{*}, Boris Valore^{*} e Maurizio Ziccarelli^{*}

^{*} Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aeronautica, dei Materiali (DICAM)
Università degli Studi di Palermo
Viale delle Scienze, 90128 Palermo, Italy
e-mail: sandro.muscolino@unipa.it – borisvalore@hotmail.it – maurizio.ziccarelli@unipa.it

(Ricevuto 3 Ottobre 2012, Accettato 8 Novembre 2012)

Keywords: Braced excavations, Diaphragm walls, Stability, Numerical analysis, Delayed failure.

Parole chiave: Scavi controventati, Diaframmi, Stabilità, Analisi numerica, Rottura differita.

Abstract. *The results of an analysis of the bottom heave failure mechanisms of braced excavations supported by diaphragm walls is reported in the paper. The influence on these mechanisms of factors such as the initial stress condition, the ratio between the width and the height of the excavation, the depth of embedment of the diaphragm walls in the soil below the bottom, the dissipation of excess pore water pressures has been studied. It is shown that the usual stability analyses in terms of total stresses and undrained strength s_u may result in unsafe evaluation of the stability conditions, and that the at rest earth pressure coefficient K_0 as well as the depth of embedment and the ratio width/height can play an important role on the failure mechanism and on the safety factor. It is also shown that the safety factor decreases considerably as the dissipation of negative excess pore water pressures progresses; the latter process may cause sometimes delayed failure.*

Sommario. *Nella presente nota si riportano i principali risultati di un'analisi sui meccanismi di rottura per sollevamento del fondo di scavi sostenuti da diaframmi. È stata studiata l'influenza su tali meccanismi di fattori quali: lo stato tensionale iniziale; il rapporto tra larghezza e altezza dello scavo; la profondità d'infissione dei diaframmi al di sotto del fondo dello scavo; la dissipazione delle sovrappressioni interstiziali. I risultati ottenuti indicano che i metodi correntemente utilizzati per la valutazione delle condizioni di stabilità del fondo scavo, basati sull'analisi in termini di tensioni totali e sull'impiego della resistenza non drenata s_u possono portare a sopravvalutare le condizioni di stabilità e che il coefficiente di spinta laterale a riposo K_0 , la profondità d'infissione dei diaframmi, il rapporto larghezza/altezza dello scavo possono influire profondamente sui meccanismi di rottura e sul valore del coefficiente di sicurezza. Si evidenzia come il coefficiente di sicurezza diminuisce notevolmente con la progressiva dissipazione delle sovrappressioni interstiziali negative, che può dar luogo talvolta alla rottura differita.*

1 INTRODUZIONE

L'esecuzione di scavi all'aperto e in sotterraneo induce nel terreno profonde variazioni dello stato tensionale e, in particolare, la rotazione delle direzioni principali di tensione e l'incremento delle sollecitazioni tangenziali. Queste ultime nel caso delle gallerie aumentano anche di tre volte in prossimità del contorno di scavo. In assenza di strutture di sostegno, come conseguenza dello scavo si possono formare meccanismi di rottura. L'installazione di diaframmi di sostegno delle pareti verticali nel caso degli scavi a cielo aperto, e del rivestimento nel caso delle gallerie, consente di evitare la formazione di alcuni dei meccanismi di rottura a condizione che diaframmi e rivestimento siano adeguatamente dimensionati.

Uno dei meccanismi di rottura riguarda il fondo dello scavo e le zone contermini e comporta il sollevamento del fondo dello scavo stesso. Questo meccanismo è non di rado sottovalutato o addirittura non riconosciuto nel caso delle gallerie profonde per le quali il sollevamento del fondo (o dell'arco rovescio), di grande entità (anche dell'ordine dei metri), viene talvolta erroneamente ascritto al rigonfiamento del terreno anziché alla rottura per taglio di quest'ultimo.

Per quanto riguarda gli scavi sostenuti da diaframmi verticali controventati l'analisi dei processi di rottura per sollevamento del fondo dello scavo viene eseguita correntemente sotto ipotesi semplificative, con due metodi dell'equilibrio limite dei quali uno è dovuto a Terzaghi¹ e l'altro a Bjerrum & Eide². Entrambi i metodi fanno riferimento soltanto a terreni a grana fina a struttura indistinta e alla condizione non drenata. I terreni vengono caratterizzati con la resistenza non drenata s_u , ritenuta omogenea e isotropa. Chang³ ha affrontato il problema col metodo dell'analisi limite ottenendo valori del coefficiente di sicurezza più bassi di quelli forniti dai metodi di Terzaghi e di Bjerrum & Eide.

Il metodo di Terzaghi è stato modificato da Clough & Hansen⁴ introducendo un coefficiente correttivo per tenere conto dell'anisotropia della s_u ma continuando a ritenere il terreno omogeneo nei riguardi della resistenza a taglio non drenata.

Più recentemente Lam & Bolton⁵ hanno studiato il problema con il metodo degli elementi finiti, tenendo conto della rigidità flessionale e della profondità d'infissione dei diaframmi, e interpretando i risultati in termini di conservazione dell'energia (Osman & Bolton⁶) e di grado di mobilitazione della resistenza a taglio.

Nella presente nota si riportano alcuni dei risultati di un'analisi numerica (FEM) del problema con la quale si pongono in evidenza l'influenza sulle condizioni di stabilità dello stato tensionale nel terreno antecedente allo scavo (K_0), dell'anisotropia e della non-omogeneità di s_u , del rapporto tra profondità e larghezza dello scavo e della profondità d'infissione del diaframma; si riportano infine alcuni risultati sull'evoluzione del coefficiente di sicurezza.

2 FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

Con riferimento allo schema di Figura 1 il problema viene affrontato sotto le ipotesi seguenti:

- scavo a pareti verticali
- pareti sostenute da diaframmi installati preventivamente rispetto allo scavo per tutta la loro lunghezza

- rigidezza flessionale e profondità d’infissione dei diaframmi al di sotto del fondo scavo, caratteristiche e interasse dei puntoni di controvento sono tali da impedire spostamenti orizzontali significativi dei diaframmi nella parte sovrastante al fondo scavo, e da rendere impossibili processi di rottura generale del sistema struttura di sostegno-terreno
- assenza di sifonamento dei terreni
- stato piano di deformazione
- scavo eseguito rapidamente, tanto da poter considerare condizioni non drenate almeno fino al completamento dello scavo.

Anche sotto le ipotesi precedenti, sussiste la possibilità che si verifichi la rottura per sollevamento del terreno presente al di sotto del fondo scavo. Difatti, in tali zone lo scavo induce sempre notevoli incrementi delle sollecitazioni tangenziali mentre la resistenza a taglio disponibile del terreno subisce ivi variazioni modeste in condizioni non-drenate e cospicui decrementi in condizioni drenate o parzialmente drenate, come risulta chiaro se si considerano i percorsi di tensione dei punti *A* e *B* di Figura 2. Tali percorsi si riferiscono a terreni normalconsolidati, e quindi con $K_0 < 1$ e stato tensionale iniziale da peso proprio (“geostatico”) non uniforme ($\sigma_v' > \sigma_h'$). Lo scavo provoca un processo di scarico tensionale come indicano i percorsi di tensione totale (TSP) di Figura 2. Lo scavo comporta, inoltre, nette modifiche delle condizioni al contorno per il moto di filtrazione; le quote piezometriche e le pressioni interstiziali variano sensibilmente nei terreni circostanti allo scavo.

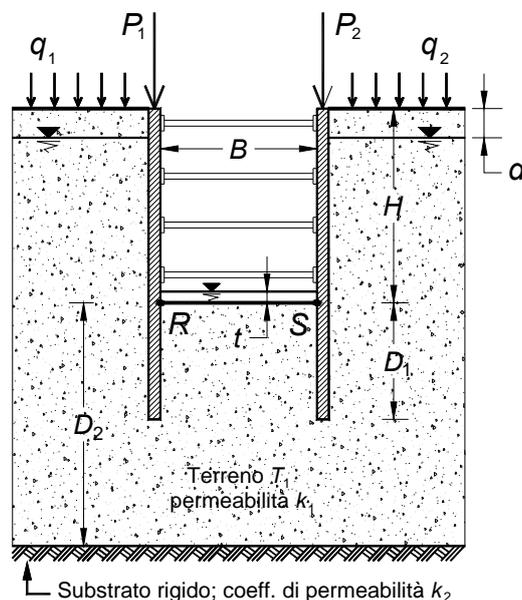


Figura 1: Schema di riferimento per la posizione del problema nel caso più generale. *B*: larghezza dello scavo; *H*: altezza dello scavo; *D*₁: profondità d’infissione; *D*₂: distanza del substrato rigido rispetto al fondo scavo; *d*: profondità della superficie libera della falda idrica dal p.c.; *t*: tirante d’acqua sul fondo scavo; *P*₁, *P*₂: forze sulla testa dei diaframmi; *q*₁, *q*₂: sovraccarichi sul p.c.; *k*₁, *k*₂: coefficienti di permeabilità.

Nella condizione non drenata, al momento del completamento dello scavo, il percorso di tensione totale del punto *A* passa dal punto *A*₀ al punto *A*₁. Il segmento orientato *A*₀*A*₁ è inclinato sull’orizzontale di 45°, poiché la tensione totale verticale nel punto *A* non subisce

variazioni. Lo stato tensionale totale in A rimane sostanzialmente immutato nel tempo, e quindi continua a essere rappresentato dal punto A_1 .

Il percorso di tensione efficace (ESP)⁷ parte da \bar{A}_0 e raggiunge il punto \bar{A}_1 al momento del completamento dello scavo. Se non si verifica la rottura in condizioni non drenate, successivamente ha luogo il processo di consolidazione a tensione tangenziale costante e quindi si raggiunge lo stato finale caratterizzato da condizioni stazionarie del moto di filtrazione (punto \bar{A}_{ss}); corrispondentemente il punto rappresentativo dello stato tensionale efficace si muove da \bar{A}_1 a \bar{A}_{ss} . Quando si raggiunge la condizione drenata la sovrappressione interstiziale $(\Delta u)_A$ si è completamente dissipata, mentre la pressione interstiziale passa dal valore corrispondente al segmento $\bar{A}_0 A_0$ al valore $(u_{ss})_A$ ($\bar{A}_{ss} A_1$). Si può notare che la pressione interstiziale $(u_{ss})_A$ è più piccola di quella esistente nello stesso punto prima dello scavo.

Il percorso di tensione totale pertinente al punto B passa da B_0 a B_1 ; successivamente t nel punto B non varia poiché – grosso modo – le sollecitazioni tangenziali non variano più nel tempo. Il processo di consolidazione avviene a tensione deviatorica costante ($\sigma_v - \sigma_h = \text{cost}$); il punto \bar{B}_1 si sposta sull'orizzontale verso sinistra fino a raggiungere il punto \bar{B}_{ss} .

Nella condizione drenata la pressione interstiziale in B è positiva e vale $(u_{ss})_B$, mentre la sovrappressione interstiziale negativa $(\Delta u)_B$ si è dissipata del tutto. Ne segue che gli sforzi efficaci in B diminuiscono nel tempo. Il rapporto $\tau_{\text{disp}}/\tau_{\text{mob}}$ in B diminuisce gradualmente nel tempo (la distanza di \bar{B}_{ss} dalla retta K_f è minore di quella del punto \bar{B}_1).

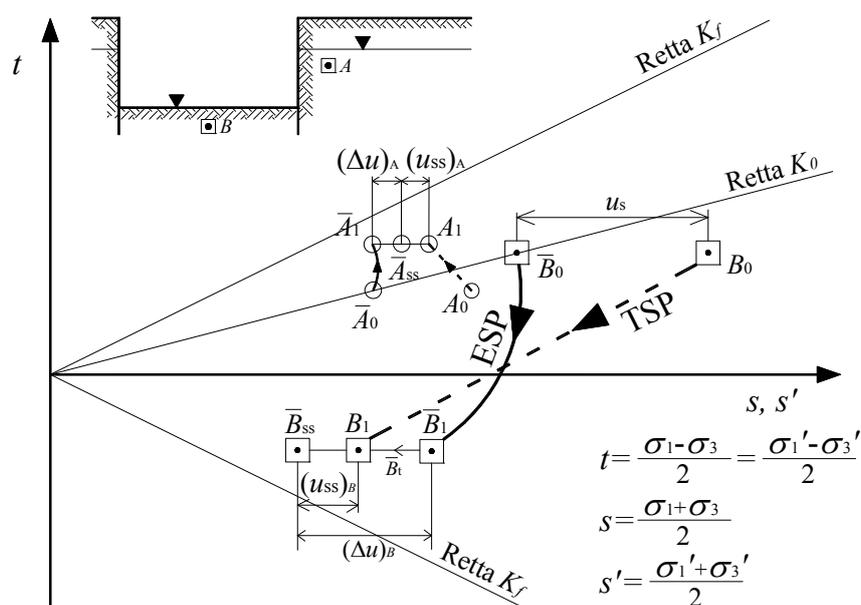


Figura 2: Percorsi di tensione per gli elementi di terreno A e B posti in prossimità dello scavo. (Modificato da Lambe⁸).

Nell'esempio cui si riferisce la Figura 2 non si ha rottura né in condizioni non drenate, né successivamente, com'è indicato dal fatto che i percorsi di tensione efficace non raggiungono le rette K_f . Il punto A tende ad abbassarsi (cede); il punto B tende a sollevarsi. La risposta meccanica del terreno nei punti A e B è descritta sinteticamente in Tabella 1.

Tabella 1: Variazioni delle pressioni interstiziali, delle deformazioni e della resistenza a taglio nei terreni in punti ubicati in prossimità del contorno di scavi a pareti verticali. (Lambe⁸).

Grandezza geotecnica	Elemento di terreno A	Elemento di terreno B
Pressione interstiziale iniziale (prima dello scavo): u_s	$A_0 \bar{A}_0$	$B_0 \bar{B}_0$
Pressione interstiz. finale in condiz. drenate (regime stazionario): u_{ss}	$A_1 \bar{A}_{ss}$	$B_1 \bar{B}_{ss}$
Pressione interstiziale subito dopo l'esecuzione dello scavo	Diminuisce	Diminuisce
Pressione interstiziale durante il processo di consolidazione	Diminuisce	Aumenta
Deformazioni prevalenti subito dopo lo scavo	Compressione verticale (cedimento)	Espansione verticale (sollevamento)
Deformazioni durante il processo di consolidazione	Compressione verticale (cedimento)	Espansione verticale (sollevamento)
Resistenza a taglio disponibile durante il processo di consolidazione	Aumenta	Diminuisce

3 PIANO DELLA RICERCA

È stata condotta un'analisi numerica agli elementi finiti 2D mediante il codice di calcolo Plaxis (Plaxis b.v., Delft)⁹. Sono stati adottati circa 300 elementi finiti a 15 nodi per un totale di circa 2.500 nodi ottenendo un grado di discretizzazione ottimale (v. Figura 3). I diaframmi in c.c.a., aventi spessore di 0,8 m ($EI=1,29 \cdot 10^6$ kNm²/m; $EA=24 \cdot 10^6$ kN/m), sono controventati con puntoni indeformabili, che impediscono la traslazione orizzontale nel tratto non infisso. Lo stato tensionale efficace iniziale è geostatico; il coefficiente di pressione laterale a riposo K_0 è stato fatto variare nell'intervallo 0,63÷2,00. Il contatto tra struttura e terreno è stato simulato con elementi interfaccia anche per potere tener conto dell'angolo di resistenza a taglio ϕ'_w del contatto terreno-diaframma. La falda idrica è stata considerata inizialmente in regime idrostatico.

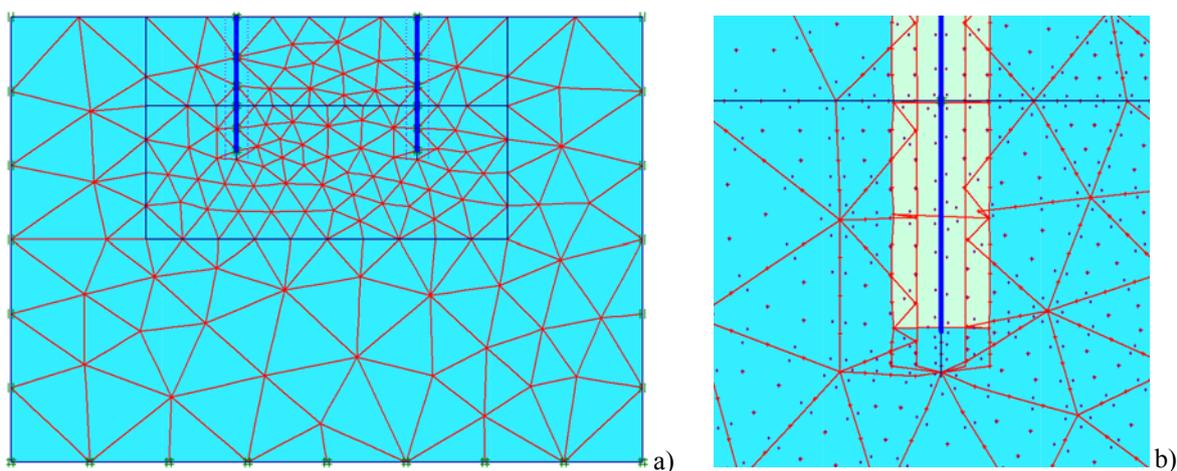


Figura 3: Geometria e mesh adottata per il modello numerico agli elementi finiti. a) Modello intero; b) particolare della punta del diaframma e degli elementi interfaccia (di spessore virtuale).

I calcoli sono stati eseguiti in termini di tensioni efficaci e, per i confronti con il metodo di Terzaghi, anche in termini di tensioni totali. Nel corso di ogni analisi sono state simulate le seguenti fasi: generazione dello stato tensionale iniziale; realizzazione dei diaframmi; scavo e

rimozione dell'acqua; inizio del moto di filtrazione e del processo di consolidazione. Il coefficiente di sicurezza F è stato valutato, in condizioni non drenate, parzialmente drenate e drenate, mediante la procedura di riduzione dei parametri di resistenza ("phi-c reduction" method)¹⁰. I calcoli sono stati eseguiti per $B=2,5\div 40$ m; $H=10$ m; $D_1=1\div 5$ m; $K_0=0,63\div 2,00$; $\phi'_w=0\div 22^\circ$ per i seguenti valori dei parametri geotecnici del terreno: angolo di resistenza a taglio $\phi'_1=22^\circ$; coesione intercetta $c'_1=10$ kPa; modulo di Young dello scheletro solido del terreno $E'_1=10$ MPa; angolo di dilatanza $\psi'_1=0\div 14^\circ$; coefficiente di permeabilità $k_1=10^{-8}$ cm/s; resistenza non drenata $s_u=20\div 100$ kPa.

4 RISULTATI

4.1 Meccanismi di rottura

Il meccanismo di rottura è del tipo indicato schematicamente in Figura 4; esso dipende dal rapporto B/H tra larghezza e altezza dello scavo, dal rapporto D_1/H tra profondità d'infissione del diaframma e altezza dello scavo; dalla resistenza a taglio dell'interfaccia terreno-struttura; dall'angolo di dilatanza ψ'_1 del terreno e dalle condizioni di drenaggio. Per scavi ampi i due meccanismi di rottura simmetrici di destra e di sinistra non interferiscono. In tal caso e in condizioni non drenate la superficie di rottura emerge sul fondo dello scavo con un angolo $\alpha=45^\circ-\psi'_1/2$ (Arens¹¹) ad una distanza dal diaframma $L=0,7(H+D_1)$ in caso di interfacce lisce (Figura 5) e $L=1,4(H+D_1)$ in caso di interfacce con $\phi'_w=2/3\phi'_1$; nel caso di scavi stretti ($B/H<1$) o per i quali gli altri fattori sono tali da causare l'interferenza delle superfici di rottura, queste emergono con un'inclinazione maggiore (Figura 6).

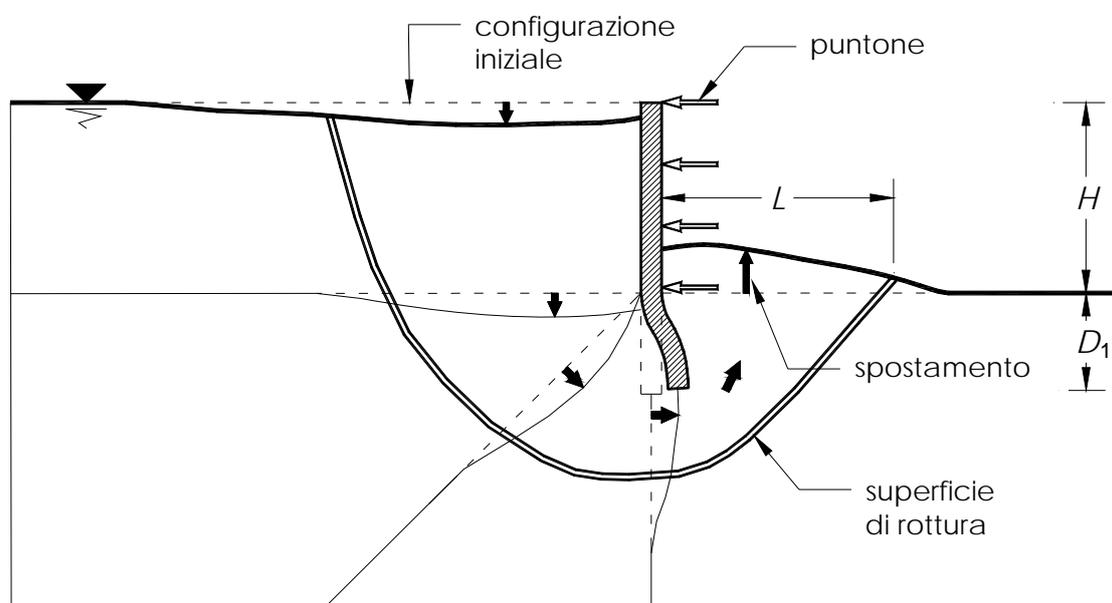


Figura 4: Meccanismo di deformazione schematico del sistema struttura-terreno evidenziato dall'analisi numerica agli elementi finiti.

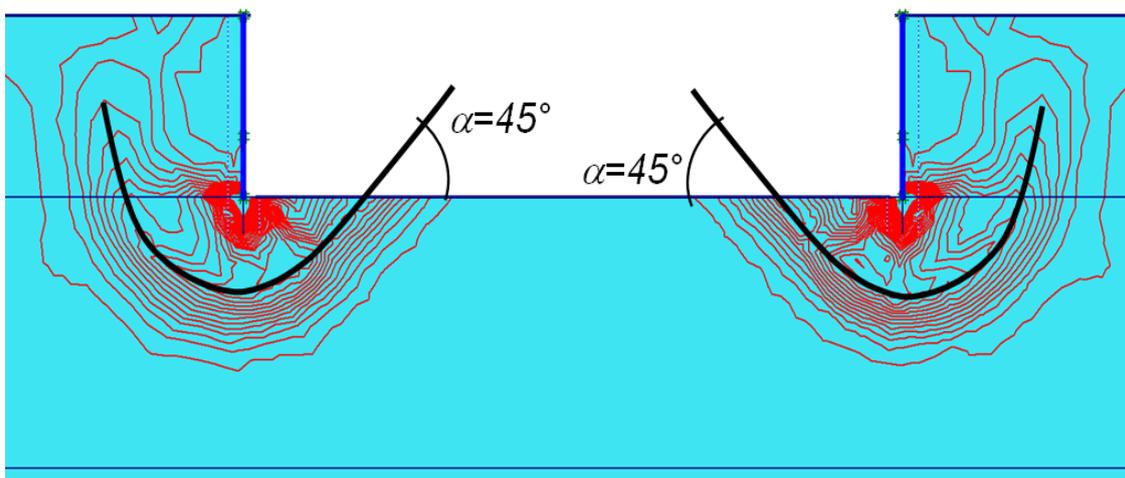


Figura 5: Scavo di grande larghezza. Meccanismo di rottura per sollevamento del fondo scavo in condizioni non drenate, evidenziato dalle isolinee delle deformazioni per taglio incrementali, per $\varphi'_w=0$; $K_0=0,63$; $D_1=0$; $B/H=4$; $\psi'_1=0$. I due meccanismi, di destra e di sinistra, non interagiscono.

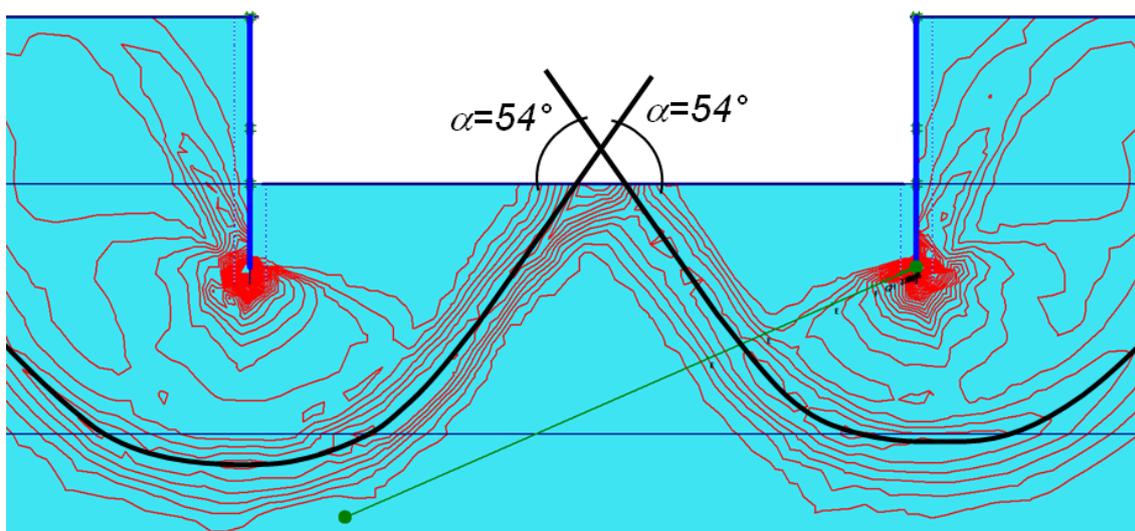


Figura 6: Scavo di grande larghezza. Meccanismo di rottura per sollevamento del fondo scavo in condizioni non drenate, evidenziato dalle isolinee delle deformazioni per taglio incrementali, per $\varphi'_w=0$; $K_0=0,63$; $D_1/H=0,5$; $B/H=4$; $\psi'_1=0$. I due meccanismi, di destra e di sinistra, interagiscono.

4.2 Influenza del rapporto B/H

Al crescere del rapporto B/H i coefficienti di sicurezza (in condizioni drenate e non drenate) decrescono (v. Figura 7), in misura modesta per $B/H \geq 1$ (scavi ampi) e in modo molto più significativo per $B/H < 0,5$ (scavi profondi).

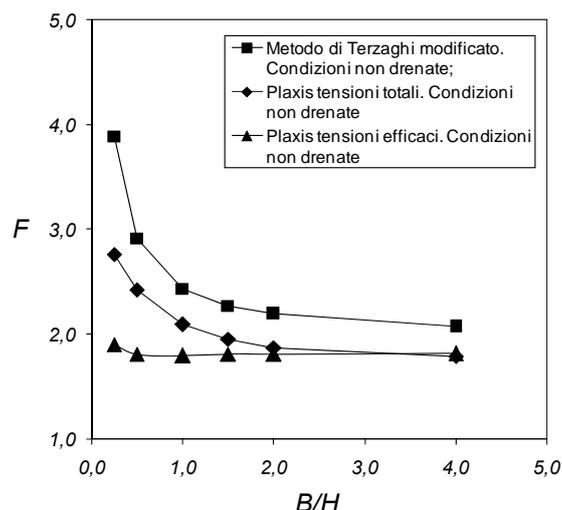


Figura 7: Coefficienti di sicurezza in funzione di B/H . Confronto tra il metodo di Terzaghi modificato da Clough & Hansen e i risultati dell'analisi numerica eseguita in termini di tensioni totali e in termini di tensioni efficaci per interfaccia terreno-struttura liscia per $\varphi'_w=0$ e $D_1=0$.

4.3 Influenza del coefficiente di pressione laterale a riposo K_0

Il valore di K_0 influisce in misura significativa sul coefficiente di sicurezza F , v. figure 8 e 9. In condizioni non drenate, per scavo di larghezza $B/H=2$ e $D_1=0$, il valore di F passa da 1,68 per $K_0=0,63$ a 2,94 per $K_0=2,00$, v. Figura 9. In condizioni drenate K_0 influisce in misura minore su F .

La componente verticale del vettore spostamento massimo del fondo scavo U_y cresce con K_0 (v. Figura 10) e risulta massima nella condizione drenata, come era da attendersi.

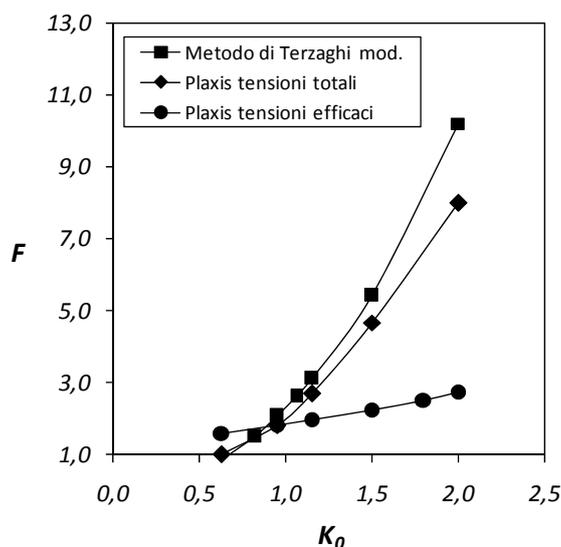


Figura 8: Influenza di K_0 sul coefficiente di sicurezza F . a) Confronto tra il metodo di Terzaghi e i risultati delle analisi numeriche in condizioni non drenate, per interfaccia terreno-struttura liscia, $B/H=4$ e $D_1=0$.

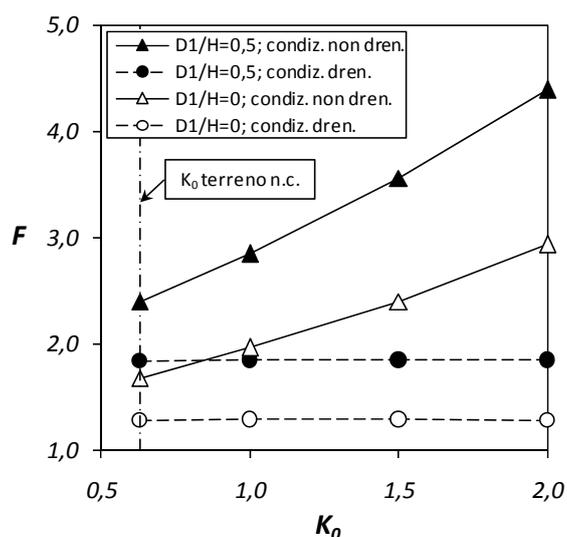


Figura 9: Influenza di K_0 sul coefficiente di sicurezza F . Confronto tra condizioni drenate e non drenate per $\varphi'_w=2/3\varphi'_1$, $\psi'_1=0$ e $B/H=2$; $D_1=0$ oppure $D_1=0,5H$.

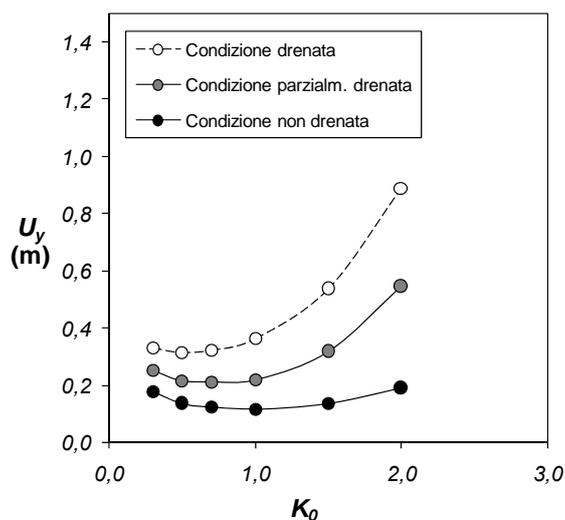


Figura 10: Valore massimo della componente verticale di spostamento U_y dei punti del fondo scavo in funzione di K_0 nelle diverse condizioni di drenaggio. $B/H=4$; $\varphi'_w/\varphi'_1=1$; $D_1=0$; $c_v=10^{-3}$ cm²/s; $\psi'_1=0$.

4.4 Influenza della profondità di infissione D_1

La profondità d'infissione D_1 del diaframma influisce in misura considerevole su F . Con una profondità d'infissione pari al 20% dell'altezza dello scavo ($D_1/H=0,2$), in condizioni non drenate, si ottiene un incremento di F del 30% (v. Figura 11). Questo risultato conferma in pieno l'intuizione di Peck¹² e indica uno dei modi più efficaci (Ukritchon et al.¹³) per migliorare la stabilità del fondo dello scavo nei riguardi del tipo di rottura in esame.

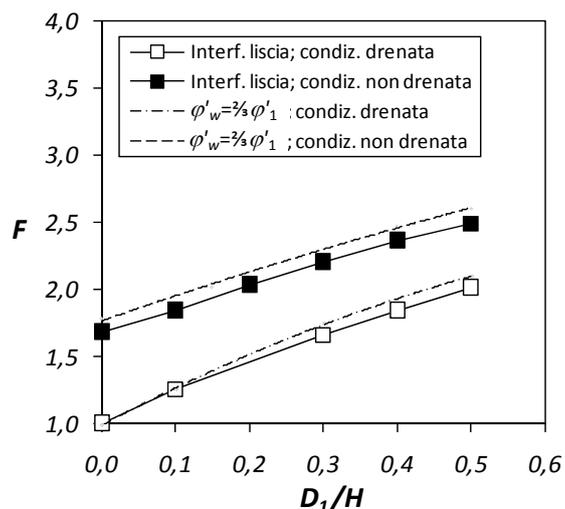


Figura 11 – Influenza della profondità d'infissione D_1 sul coefficiente di sicurezza F per $K_0=0,63$, $B/H=4$, nelle condizioni drenata e non drenata. Attrito terreno-diaframma nullo ($\varphi'_w=0$) oppure $\varphi'_w=2/3\varphi'_1$.

4.5 Evoluzione del coefficiente di sicurezza

L'evoluzione nel tempo del coefficiente di sicurezza F a partire dal completamento dello scavo (v. Figura 12), dipende fundamentalmente dalla dissipazione delle sovrappressioni interstiziali negative, soprattutto nel volume di terreno sottostante al fondo scavo. Pertanto le pressioni interstiziali aumentano col passare del tempo e, di conseguenza, si riducono gli sforzi efficaci e la resistenza a taglio del terreno nella zona più critica per la stabilità nei riguardi della rottura per sollevamento del fondo scavo.

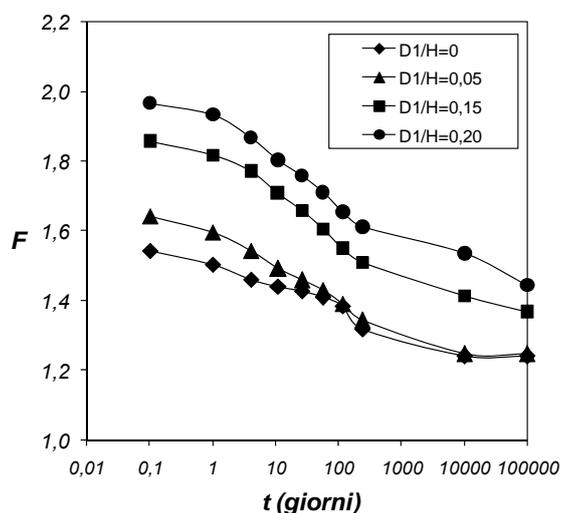


Figura 12 – Variazione del coefficiente di sicurezza F in funzione del tempo trascorso a partire dal completamento dello scavo. $B/H=4$; $\varphi'_w/\varphi'_1=1/2$; $K_0=0,63$; $c_v=10^{-3}$ cm²/s; $\psi'_1=0$.

Le analisi eseguite dimostrano che per valori del coefficiente di consolidazione

caratteristici dei terreni a grana fina ($c_v=10^{-3}$ cm²/s) il coefficiente di sicurezza diminuisce in misura significativa anche nell'arco di qualche decina di giorni. In taluni casi il valore di F può ridursi da valori comunemente ritenuti adeguati, relativi alla condizione non drenata, al valore unitario dopo tempi limitati dal completamento dello scavo. Quest'ultimo risultato è estremamente rilevante per la corretta scelta delle fasi e dei tempi di costruzione, e spiega, tra l'altro, il ritardo col quale la rottura del fondo scavo si può manifestare (rottura differita).

5. CONCLUSIONI

I risultati della ricerca eseguita indicano che il meccanismo di rottura per sollevamento del fondo scavo dipende principalmente dai seguenti fattori: B/H ; D_1/H ; ϕ'_w/ϕ'_1 ; ψ'_1 e dalle condizioni di drenaggio. In condizioni non drenate e per scavi di notevole larghezza la superficie di rottura emerge con un angolo $\alpha=45^\circ-\psi'_1/2$ a una distanza dal diaframma $L=0,7\div 1,4(H+D_1)$.

Lo stato tensionale iniziale influisce fortemente sul coefficiente di sicurezza F in condizioni non drenate.

Il rapporto B/H influisce sul coefficiente di sicurezza sia in condizioni drenate che non drenate, in modo più significativo per $B/H<0,5$ (scavi stretti) e in misura modesta per $B/H>1$ (scavi larghi).

In tutti i casi il coefficiente di sicurezza F cresce al crescere dell'angolo di resistenza a taglio ϕ'_w dell'interfaccia terreno-diaframma.

Per diaframmi relativamente rigidi, la profondità d'infissione del diaframma D_1 influisce in misura considerevole su F .

A partire dal completamento dello scavo, il coefficiente di sicurezza F può diminuire notevolmente anche nell'arco di qualche decina di giorni, a causa della progressiva dissipazione delle sovrappressioni interstiziali negative. In taluni casi il valore di F può ridursi da valori ritenuti adeguati nella condizione non drenata al valore unitario. Si ha in tal caso la rottura differita.

L'adozione della resistenza non drenata s_u come parametro unico nelle analisi in termini di tensioni totali può risultare a svantaggio di sicurezza poiché s_u in realtà varia nello stesso punto con la giacitura del piano che si considera (Vardanega and Bolton¹⁴), dal momento che la tensione normale efficace varia con la giacitura. Inoltre la s_u può essere anisotropa anche per altri motivi legati alle vicende deposizionali e alla storia tensionale del terreno.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] K. Terzaghi, *Theoretical Soil Mechanics*, Wiley, New York (1943).
- [2] L. Bjerrum and O. Eide, "Stability of strutted excavations in clay", *Géotechnique*, **6**, 115-128 (1956).
- [3] M.F. Chang, "Basal stability analysis of braced cuts in clay", *J. of Geotech. and Geoenviron. Engrg.*, ASCE, **126**, 3, 276-279 (2000).
- [4] G.W. Clough and A. Hansen, "Clay anisotropy and braced wall behaviour", *J. of Geotech. Engrg. Div.*, ASCE, **107**, GT7, 893-913 (1981).
- [5] S.Y. Lam and M.D. Bolton, "Energy conservation as a principle underlying mobilizable strength design for deep excavations", *J. Geotech. Geoenviron. Engrg.*, **137**, 11, 1062-1074 (2011).
- [6] A.S. Osman and M.D. Bolton, "Ground movement predictions for braced excavations in undrained clay.", *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, **132**, 4, 465-477 (2006).

- [7] T.W. Lambe, "Stress path method." *J. Soil Mech. Found. Div.*, **93**, 6, 309-331 (1967).
- [8] T.W. Lambe, "Braced excavations" in: *Proc. ASCE Speciality Conf. on Lateral stresses in the ground and design of earth-retaining structures*, 149-220 (1970).
- [9] R.B.J. Brinkgreve et al., *Plaxis V8, Reference Manual*, Plaxis b.v., Delft (2003).
- [10] R.B.J. Brinkgreve and H.L. Bakker, "Non-linear finite element analysis of safety factors", *Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Rotterdam, 1117-1122 (1991).
- [11] E. Arens, "Ebene Grundbruchversuche Mit Lotrecht Und Schrag Belasteten streifengrundungen", **Heft 3**, FBG, Technische Hochschule Aachen (1975).
- [12] R.B. Peck, "Deep excavations and tunnelling in soft ground", *7th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engrg.*, Mexico City, **State-of-the-art volume**, 225-290 (1969).
- [13] B. Ukritchon, A.J. Whittle and S.W. Sloan "Undrained stability of braced excavations in clay", *J. Geotech. Geoenviron. Engrg.*, **129**, 8, 738-755 (2003).
- [14] P.J. Vardanega and M.D. Bolton, "Strength mobilization in clays and silts", *Can. Geotech. J.*, **48**, 10, 1485-1503 (2011).