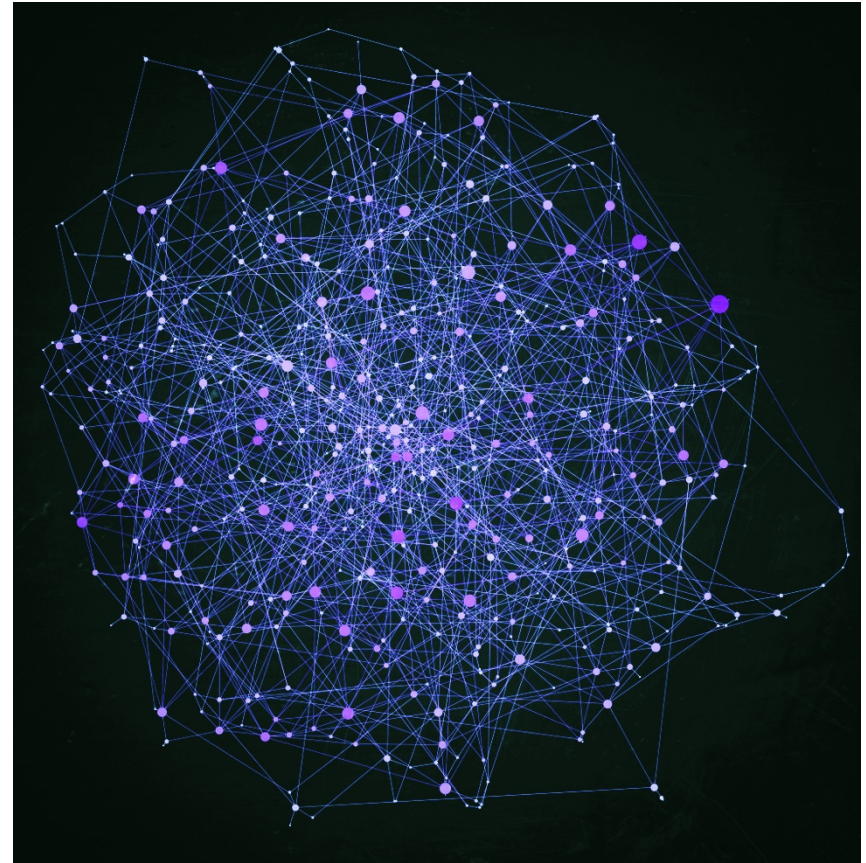


Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Salvatore Spagnolo

Dipartimento di Fisica e Chimica
Università degli Studi di Palermo



Ciclo di seminari a cura del Prof. F. Bagarello

Palermo, 15 dicembre 2016

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sommario

1. Introduzione
2. Concetto di modellizzazione
3. Un po' di esempi
4. Sistemi complessi
5. Conclusioni

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Introduzione

Modelli e Ingegneria

Ingegneria: disciplina che sfrutta le conoscenze matematiche, fisiche e chimiche per applicarle alla tecnica utilizzata in tutti gli stadi di progettazione, realizzazione e gestione di dispositivi, macchine, strutture, impianti e sistemi finalizzati allo sviluppo del genere umano e della società.

La matematica è necessaria in diversi ambiti ingegneristici per risolvere problemi complessi:

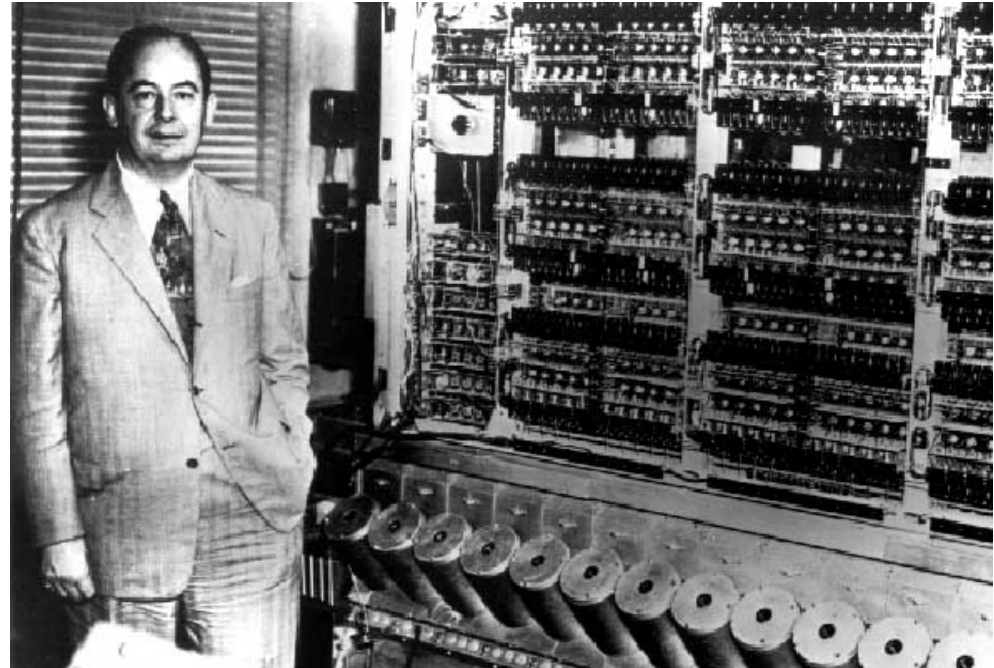
- La modellazione matematica, finalizzata all'intuizione, a partire da un problema, del modello matematico adatto al fenomeno in questione e alle analisi qualitative e quantitative delle soluzioni.
- La simulazione numerica, finalizzata alla descrizione dei metodi di approssimazione e integrazione numerica e dei diversi metodi di rappresentazione numerica della soluzione.
- La probabilità e la statistica, utilizzate nella trattazione di problemi non deterministici e nella gestione di dati sperimentali o provenienti da modelli di probabilità.

Importanza dei modelli matematici in Ingegneria: corsi di laurea, dottorati di ricerca, lavoro

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Concetto di modellizzazione

John von Neumann (1903-1957)



Le scienze non cercano di *spiegare*, a malapena tentano di interpretare, ma fanno soprattutto dei modelli. Per modello s' intende un *costrutto matematico che, con l'aggiunta di certe interpretazioni verbali, descrive dei fenomeni osservati*. La giustificazione di un siffatto costrutto matematico è soltanto e precisamente che ci si aspetta che funzioni – cioè descriva correttamente i fenomeni in un'area ragionevolmente ampia. Inoltre esso deve soddisfare certi criteri estetici – cioè, in relazione con la quantità di descrizione che fornisce, deve essere piuttosto semplice.

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Concetto di modellizzazione

Richard P. Feynman (1918-1988)

- Un modello matematico è uno schema che consente di interpretare le leggi fisiche...
- Un “modello” può anche essere un “*modello di ragionamento*”:
 - Ipotesi che la natura sia causale → Legge di Newton.**
 - Ipotesi che la natura obbedisca a un principio di minimo → Principio di Minima Azione.**
 - Ipotesi che la natura delle leggi fisiche sia locale → Concetto di Campo.**

“...Una delle caratteristiche sorprendenti della natura è la varietà dei possibili schemi interpretativi, dovuta al fatto che le leggi sono così speciali e delicate.”

Nel caso dei modelli “fisici”...

“...In altre parole i matematici preparano un ragionamento astratto pronto per essere usato appena si ha una serie di assiomi sul mondo reale. Il fisico invece dà un significato a tutte le sue frasi...”



Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Concetto di modellizzazione

Richard P. Feynman (1918-1988)

“Quando sapete quello di cui state parlando, che alcuni *simboli* rappresentano le masse, altri le forze, l’inerzia, e così via, allora potete usare abbondantemente il buon senso, e i ragionamenti terra-terra. Avete visto varie cose e sapete più o meno come il fenomeno si comporterà. Ma il povero matematico lo traduce in equazioni, e poiché i simboli non gli dicono niente, non ha nessuna guida nella deduzione se non la precisione del rigore matematico. Il fisico, invece, che sa più o meno quale risultato verrà fuori, può all’incirca tirare a indovinare per una parte, e così procedere abbastanza rapidamente. *L’assoluta precisione del rigore matematico non è molto utile in fisica. Tuttavia non bisogna criticare i matematici per questo: non è necessario che solo perché una cosa sarebbe utile in fisica la debbano fare in qualche modo, essi fanno il loro mestiere, e se volete qualche altra cosa dovete farvela da soli.*”

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Concetto di modellizzazione

Termini primitivi: Ror, Gal, Ved, Foo, Sta

Assiomi:

- 1) Dopo Ror c'è Ved
- 2) Dopo Ved c'è Gal
- 3) Dopo Gal c'è Ror
- 4) Se Ved allora Per, altrimenti Sta

Termini privi di apparente significato
No definizioni operative
Formalmente corretta

Termini primitivi: R, G, V, P, S. Simboli: \rightarrow , $>$, $|$

Assiomi:

- 1) $R \rightarrow V$
- 2) $V \rightarrow G$
- 3) $G \rightarrow R$
- 4) $V > P, |S$

Coerenza
Indipendenza
Completezza

Cosa rappresenta?

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Concetto di modellizzazione

Esempio di modello in fisica: modello di Drude (1900)

Ipotesi: elettrone=particella, gas, viscosità, campo elettrico

$$m \frac{d}{dt} \langle \vec{v} \rangle = -e \langle \vec{E} \rangle - \gamma \langle \vec{v} \rangle$$

$$\langle \vec{v} \rangle = -\frac{e}{\gamma} \langle \vec{E} \rangle = \frac{e\tau}{m} \langle \nabla V \rangle = \mu \langle \nabla V \rangle$$

$$\langle \vec{j} \rangle = ne \langle \vec{v} \rangle = \frac{ne^2\tau}{m} \langle \nabla V \rangle = \sigma \langle \nabla V \rangle \Rightarrow \Delta V = Ri$$

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$

**Microscopico, non direttamente
accessibile, misurabile (?)
→ Macroscopico, fenomenologico,
misurabile**

**Conduttività in corrente continua e alternata,
effetto Hall, conducibilità termica, legge Wiedemann-Franz (1853)**

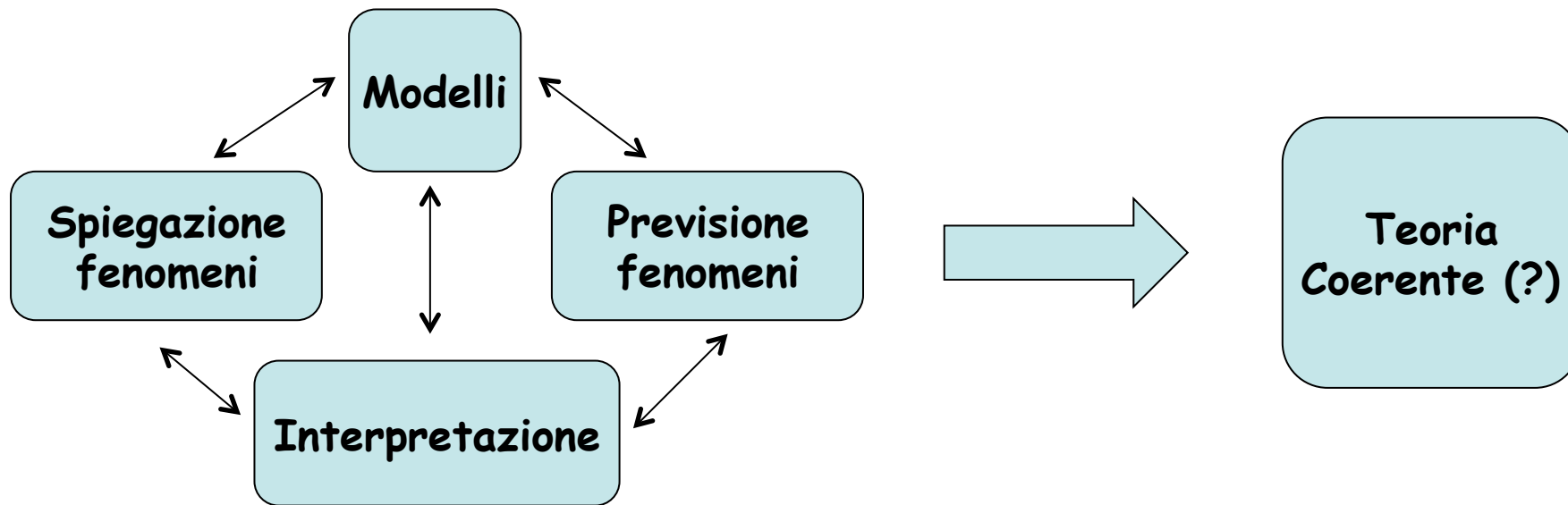
COERENZA DEL MODELLO?

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Concetto di modellizzazione

Differenza fra matematica e fisica!

La fisica non è matematica e la matematica non è fisica. Una aiuta l'altra, ma in fisica si deve *capire la connessione tra le parole e il mondo reale*. Alla fine è necessario tradurre, quello che si è dedotto, in italiano, cioè, nel mondo in cui si faranno gli esperimenti: solo in questo modo potremo vedere se le conseguenze non sono giuste. Questo è un problema che in matematica non esiste affatto.



Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Concetto di modellizzazione

Stephen Hawking (1942)

"una teoria è una buona teoria se soddisfa due condizioni: deve descrivere accuratamente un'estesa serie di osservazioni sulla base di un modello che contiene solo pochi elementi arbitrari, e deve fare predizioni precise riguardo ai risultati di osservazioni future". Egli prosegue dicendo "... tutte le teorie fisiche sono provvisorie, nel senso che sono solo ipotesi: non possono essere mai completamente provate. Non importa quante volte i risultati di un esperimento sono in accordo con una teoria, non si può mai essere completamente sicuri che la prossima volta i risultati non saranno in contraddizione con la teoria. D'altra parte, si può smentire una teoria con una sola osservazione che sia in contrasto con le predizioni della teoria".

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Concetto di modellizzazione

Indovinare un'equazione (cioè vedere che la matematica come un linguaggio e uno strumento modo profondo di esprimere la natura) o partire da principi filosofici?



RUOLO DELLA SIMULAZIONE



La simulazione di un modello fisico consente di sperimentare il modello, metterlo alla prova cambiandone i parametri che lo caratterizzano. La simulazione di un modello consente quindi di “sperimentare le varie possibilità del modello oltre che i suoi limiti”, in un certo qual modo il modello fa da impalcatura per la sperimentazione e l'organizzazione delle nostre idee. Quando alla fine il modello funziona è possibile togliere l'impalcatura, magari si scopre che sta in piedi lo stesso, si scopre qualcosa di nuovo.

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Concetto di modellizzazione

- Nella costruzione di un modello, si fa riferimento alle idee e conoscenze grazie alle quali si rappresenta formalmente la realtà del fenomeno.
- Un modello fa riferimento alle conoscenze ed idee di chi formula il modello stesso (vedi Feynman), perché non il principio di Minima Azione piuttosto che le leggi di Newton? L' influenza delle proprie convinzioni, cultura, stile, punti di vista, può essere cruciale.
- Come non esiste un modo univoco di affrontare e risolvere i problemi, così non esiste un modo univoco di costruire i modelli che descrivono il comportamento di un dato fenomeno. La descrizione matematica della realtà fatica nel tenere considerazioni degli infiniti, complessi, correlati aspetti che rappresentano un fenomeno fisico. Se già la difficoltà è notevole per un fenomeno fisico, sarà ancor più grande nel caso si tratti di un fenomeno biologico.
- La necessità di selezionare tra le variabili rilevanti e non rilevanti conduce alla discriminazione tra queste variabili. Questa scelta viene effettuata grazie alle idee, alla conoscenza, alla scuola da cui proviene chi lavora sul modello.

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Un po' di esempi

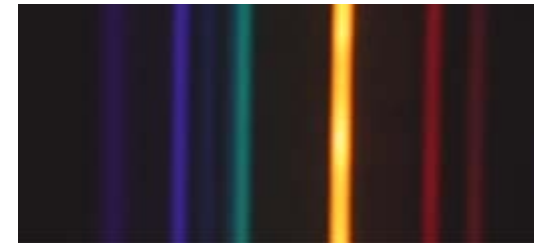
Esperimenti condotti all'inizio del '900 sulla luce emessa da gas luminosi: spettro discreto in serie regolari in disaccordo con la fisica classica che prevede uno spettro continuo a causa del teorema di Larmor.

Il modello atomico di Bohr (1913) segnò il passo fondamentale verso una moderna teoria atomica.

In seguito, la Meccanica Quantistica e l'equazione di Schrödinger permisero di comprendere i postulati e superare i limiti della teoria di Bohr.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right] \quad \begin{array}{l} n_1, n_2 \text{ interi} \\ (n_1 > n_2) \end{array}$$

$$R_H, \text{ costante di Rydberg} = 1.097 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-1}$$



Helium spectrum



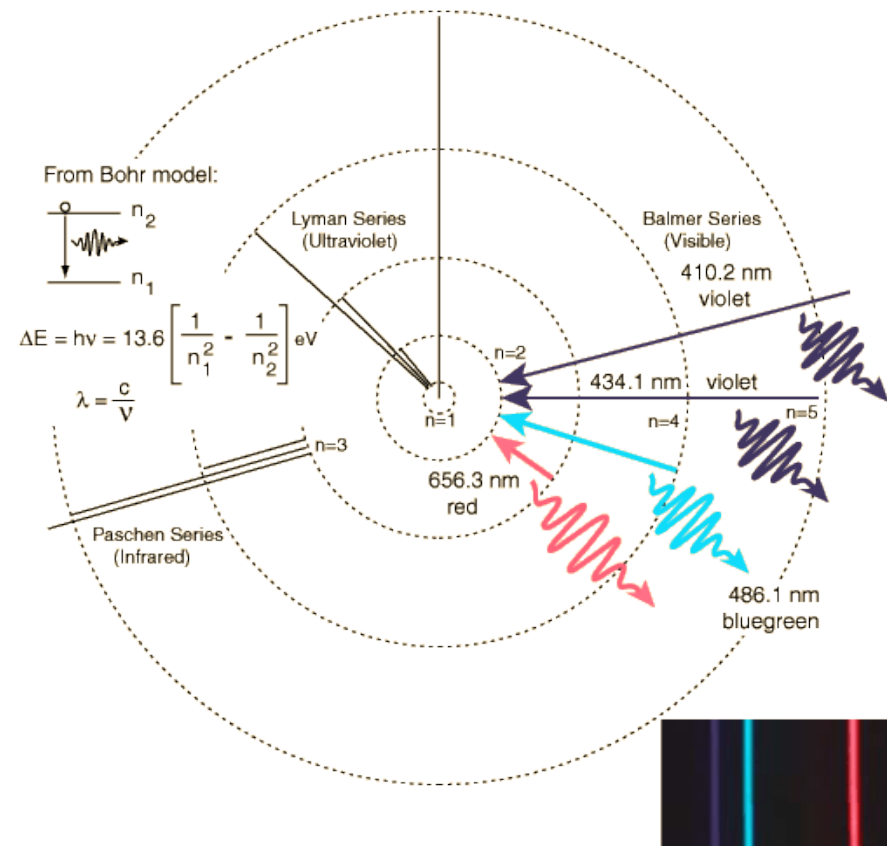
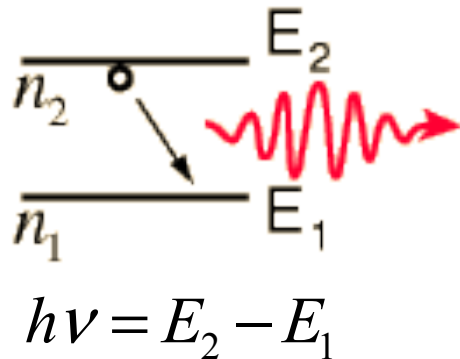
Hydrogen spectrum

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Un po' di esempi

Modello di Bohr

- 1) Gli elettroni occupano una delle possibili orbite quantizzate, senza emettere onde elettromagnetiche.
- 2) Quando l'elettrone passa da un'orbita all'altra emette un fotone di energia pari alla differenza di energia tra le due orbite.



Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Un po' di esempi

La teoria della luce di Newton

- La luce è composta da piccolissime particelle di materia emesse da sostanze luminose in tutte le direzioni.
- Tali particelle vengono liberate dai corpi luminosi e si propagano in linea retta (in un mezzo omogeneo).
- La riflessione è spiegata tramite il rimbalzo delle particelle nel momento dell'urto con una superficie.
- La rifrazione è dovuta alle forze che le molecole di una sostanza esercitano sulle particelle di luce deviandone la direzione.
- La luce è più veloce nei corpi rispetto al vuoto.
- Luci di colori diversi vengono rifratte con angoli differenti.
- Le particelle hanno diversa massa:
 - i corpuscoli più grossi provocano la sensazione del rosso;
 - i corpuscoli più piccoli danno la sensazione del violetto
- Newton riuscì a spiegare:
 - riflessione,
 - differenze di colore,
 - propagazione della luce dal Sole alla Terra.
- La teoria corpuscolare però non poteva dare una spiegazione a:
 - assorbimento della luce dei corpi opachi
 - rifrazione
 - diffrazione e interferenza.

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Un po' di esempi

La teoria della luce di Huygens

- La luce è costituita da un insieme di onde meccaniche che si propagano in linea retta a velocità finita. Il “raggio” è perpendicolare al fronte d’onda, è la direzione di propagazione dell’onda.
- Le vibrazioni dei corpi luminosi producono tali onde.
- La propagazione della luce è dovuta all’oscillazione dell’etere.
- L’etere è un mezzo isotropo, estremamente sottile, composto da corpiccioli elastici.
- L’etere propaga la luce oscillando ma non assume un moto traslatorio
- Le onde luminose obbediscono al principio di Huygens, riassumibile in tre punti:
- Ciascun punto del fronte d’onda è il centro di onde particolari
- Il fronte d’onda è determinato dalla tangente comune alle estremità di queste onde elementari
- Le onde particolari sono percepibili soltanto nel luogo definito dalla loro tangente comune
- La velocità della luce è inferiore nei mezzi che non siano l’etere (ipotesi confermata dai successivi studi sulla velocità della luce).

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Un po' di esempi

Esempi di modelli in fisica

Modelli eliocentrici e geocentrici, modello fluido per il calore (calorico), modello gas perfetto di Bernoulli, modello di Thompson, modello di Rutherford, modello di Einstein-Debye per il calore specifico dei solidi, modello a due fluidi per la superconduttività, modello del nucleo a goccia, modello standard, modelli cosmologici...

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Un po' di esempi

Filosofia: riduzionismo e complessità

Riduzionismo

In epistemologia il termine riduzionismo rispetto a qualsiasi scienza si riferisce alla visione secondo la quale che gli enti, le metodologie o i concetti di tale scienza debbano essere ridotti al minimo sufficiente a spiegare i fatti della teoria in questione. In questo senso il riduzionismo può essere inteso come un'applicazione del cosiddetto "rasoio di Occam" (o "principio di economia"), secondo cui non bisogna aumentare senza necessità le entità coinvolte nella spiegazione di un fenomeno.

Complessità...

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Oltre 60 definizioni di complessità!

“Avere” complessità o “essere” complesso è diverso da avere massa o carica, essere una forza, o una forma di energia.

Complicato: dal latino *cum plicum* cioè con la piega di un foglio, ripiegato

Complesso: dal latino *complectus*, dal verbo *complector*, abbracciare, allacciare, intrecciare più volte. Composto di più parti collegate fra loro e dipendenti l'una dall'altra.

	Complicato	Complesso
Etimologia	<i>cum plicum</i>	<i>cum plexum</i>
Approccio	analitico	sintetico (sistemico)
Soluzione	spiegato nelle sue pieghe	compreso nel suo insieme
Esempio	meccanismo	organismo

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Cosa si intende per sistema in fisica?

Sistema: porzione dell'universo caratterizzata da variabili spazio-temporali oggetto dell'indagine scientifica. Ciò che non è compreso nel sistema è considerato “ambiente” ed è considerato per i suoi effetti sul sistema sotto indagine.

Sia il sistema sia l'ambiente possono essere considerati entità più o meno strutturate.

Su cosa concentriamo la nostra attenzione?

C'è un certo grado di arbitrarietà nel concetto di strutturato: dipende dalle domande che ci poniamo, dai livelli di descrizione che ci proponiamo.

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Quali sono le caratteristiche di un sistema complesso?

I sistemi complessi

- *hanno relazioni diffuse fra le parti eterogenee che agiscono localmente le une sulle altre entro un certo spazio*
- *Sono privi di qualsiasi controllore generale che governi o utilizzi le interazioni fra le parti per pilotare l'evoluzione del sistema verso una qualche forma di obiettivo precostituito*
- *Possiedono un'organizzazione più orizzontale che gerarchica, con molti tipi di interazione intrecciati fra di loro*
- *Sono soggetti a un continuo adattamento attraverso processi di evoluzione delle singole parti*
- *Le loro dinamiche si trovano in stati lontano dall'equilibrio ma, in realtà, possono prevedere molti stati di equilibrio o anche nessun equilibrio*
- *Se sottoposti a stimoli esterni nuovi, reagiscono creando endogenamente dinamiche nuove, a priori del tutto imprevedibili e ingovernabili.*

da Bertuglia, Vaio (2011)

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Quali sono le caratteristiche di un sistema complesso?

Più in generale (L. Rondoni, Proceedings SEFIR 2009),
un sistema complesso consiste di un'unità globale, organizzata di interrelazioni fra elementi, azioni o individui, contraddistinti da

- *una grande varietà di componenti che possiedono delle funzioni specializzate,*
- *i cui livelli siano organizzati per livelli gerarchici interni,*
- *tale che i diversi livelli e gli elementi individuali siano collegati da una quantità di legami.*

Attenzione: ad oggi non esiste ancora una teoria generale ed epistemologicamente omogenea sulla complessità.

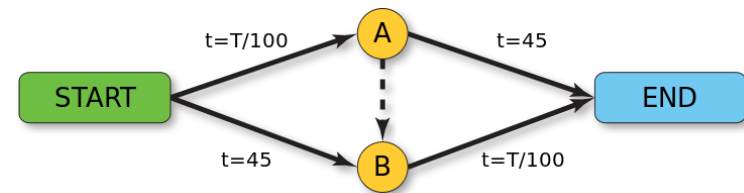
Essa è più un “*concetto-problema*” (M. Cerruti) che fornisce però un quadro interpretativo della realtà in modo trasversale e generale aspirando a porsi come forma di paradigma scientifico.

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Paradosso di Braess: supponiamo che 4000 viaggiatori vadano da Start a End.

All'equilibrio, $T=2000$ scelgono il tragitto Start-A-End e $T=2000$ scelgono il tragitto Start-B-End. Il tempo di ogni tragitto completo è di 65 minuti (i tratti Start-A e B-End si percorrono in $2000/100=20$ minuti).



Supponiamo ora di aprire una scorciatoia da A a B percorribile in tempi approssimativamente nulli. Il singolo viaggiatore percorrerà allora il percorso Start-A-B-End pensando di poterlo percorrere in $20+20=40$ minuti.

Ma poiché tutti i viaggiatori, non cooperando, avranno la stessa idea, avremo in realtà che i tempi saranno Start-A-B-End $40+40=80$ minuti (ora $T=4000$ e quindi $T/100=40$ minuti).

In conclusione la scorciatoia potrebbe aumentare i tempi di traffico (conseguenza apparentemente assurda)!

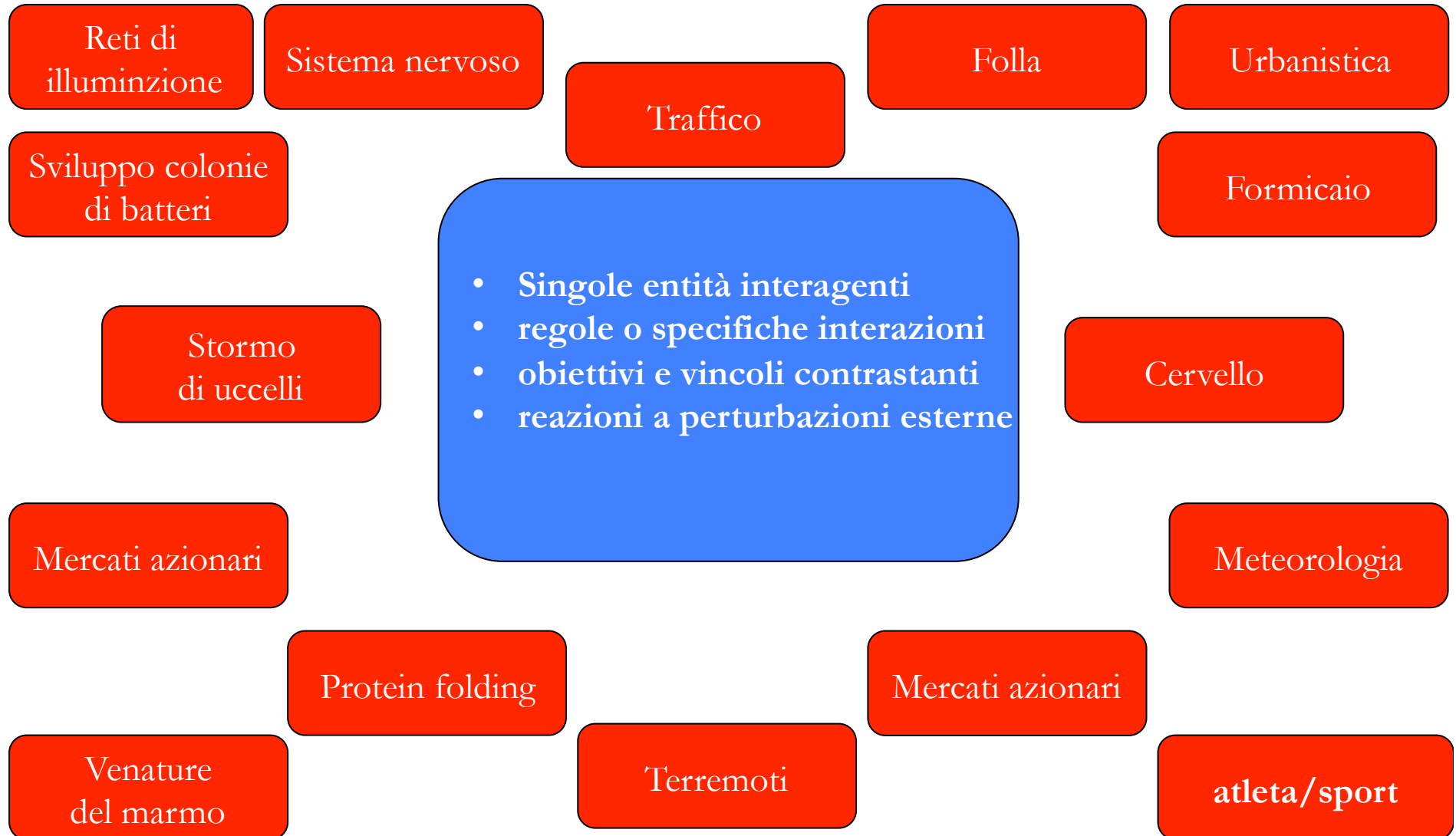
Fenomeno osservato:

- Teoria delle code e del traffico: Seul, Stoccarda (1969), New York (1990);
- Reti elettriche: specifiche reti di trasmissione di potenza con generatori decentralizzati;
- Fisica: in reti nanoscopiche per elettroni, aprire nuovi percorsi può ridurre la conduttanza;
- Biologia: eliminazione di una specie destinata all'estinzione in una catena alimentare per non fare estinguere altre specie presenti nella catena.

"Braess paradox road example" by BraessParadoxRoadsExample.png: The original uploader was Reb42 at English Wikipediaderivative work: Hazmat2 (talk) - This file was derived from: BraessParadoxRoadsExample.png. Licensed under CC BY-SA 3.0 via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Braess_paradox_road_example.svg#/media/File:Braess_paradox_road_example.svg

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi



Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Numeri e interazioni

I numeri contano?

Folla: 10^2 - 10^6 elementi

DNA: 10^9 nucleotidi

Economia: $7 \cdot 10^9$

Cervello: 10^{11} - 10^{12} neuroni

Laser: 10^{18} atomi

Fluido: 10^{23} - 10^{24} molecole/cm³

Traffico: 10^3 - 10^4

comportamento complesso

comportamento complesso?

comportamento complesso

comportamento complesso

comportamento complesso?

comportamento complesso?

comportamento complesso?

I legami contano?

Numero di Erdos-Bacon

Teoria dei sei gradi di separazione

Amicizie comuni su Facebook

La complessità è conseguenza di entrambi i fattori!

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Numeri e interazioni

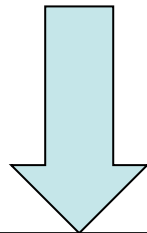
Passaggi	Elementi raggiunti al passaggio	
1	50	50
2	50^2	2.500
3	50^3	125.000
4	50^4	6.250.000
5	50^5	312.500.000
6	50^6	15.625.000.000

Supponendo che una persona conosca in media 50 persone

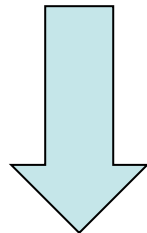
Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Proprietà emergenti

Atomi, molecole,
interazioni attrattive/repulsive,
Interazione con pochi primi vicini



Neuroni,
Interazioni complicate
(trasporto massa, carica)
Interazioni con anche 1000 altri neuroni



Folla,
Interazioni sofisticate,
Interazioni dipendenti dal tempo in numero e qualità

Sistemi molto differenti fra loro ma con fasi e dinamiche condivise. Uno degli scopi della teoria della complessità è capire se elementi comuni possono essere tradotti in termini matematici, al fine di rendere relativamente prevedibile il comportamento di un sistema complesso.

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Irriducibilità della scala microscopica (atomi, molecole e loro mutua interazione) alla scala mesoscopica o macroscopica (neuroni, cellule, etc e loro iterazione). Nonostante il secondo livello sia composto da elementi del primo livello, emergono proprietà e dinamiche nuove.

Le leggi associate ai comportamenti collettivi sono essere molto diverse dalle leggi che regolano i comportamenti dei singoli componenti.

Abbandono della visione riduzionista, foriera di grandi successi in fisica classica, secondo cui il comportamento dell'insieme può essere visto come “somma” del comportamento delle singole parti:

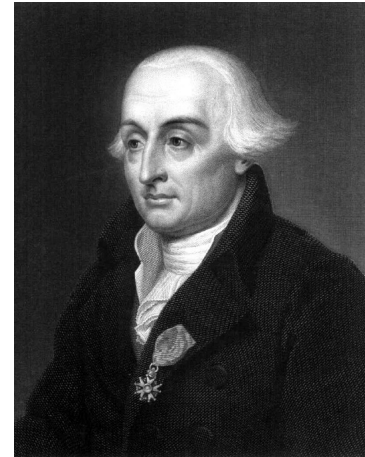
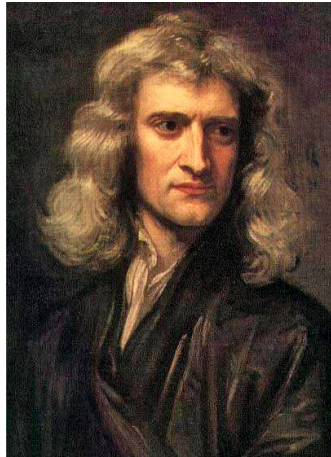
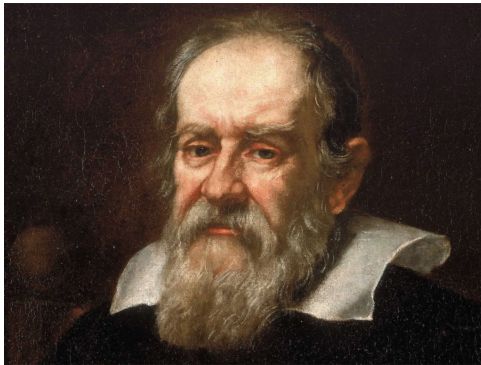
Il metodo analitico ci appare oggi una fallace idealizzazione. La situazione potrebbe essere simile al ridurre i fabbricati in conglomerati di mattoni; con gli stessi mattoni si può costruire una fabbrica, un palazzo o una cattedrale. È solo a livello dell'intera costruzione che noi possiamo vedere l'effetto del tempo, dello stile in cui il fabbricato è stato concepito.

Y. Prigogine, I. Stengers

Storicamente come si arriva al concetto e alla definizione di complessità?

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi



Schema classico (per sistemi non caotici)

1. $t=0$: condizioni iniziali. Sono date (misurate) posizioni e velocità di tutti i “componenti” (particelle o onde) del sistema.
2. Si risolvono le equazioni del moto (equazioni di Newton per le particelle, equazione di D'Alembert o di Maxwell per le onde)
3. Si ottengono le posizioni e le velocità di ogni “componente” ad un qualunque tempo $t \geq 0$

Limiti schema classico (per sistemi non caotici)

1. Accesso alla conoscenza di tutte le condizioni iniziali (per grandi numeri è impossibile) → Meccanica Statistica
2. Presenza dell'errore sperimentale → Dinamiche non lineari e Sistemi complessi

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Determinismo

Possiamo considerare lo stato attuale dell'universo come l'effetto del suo passato e la causa del suo futuro. Un intelletto che ad un determinato istante dovesse conoscere tutte le forze che mettono in moto la natura, e tutte le posizioni di tutti gli oggetti di cui la natura è composta, se questo intelletto fosse inoltre sufficientemente ampio da sottoporre questi dati ad analisi, esso racchiuderebbe in un'unica formula i movimenti dei corpi più grandi dell'universo e quelli degli atomi più piccoli; per un tale intelletto nulla sarebbe incerto ed il futuro proprio come il passato sarebbe evidente davanti ai suoi occhi.



P.M. Laplace

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

**Lo studio dei fluidi e dei sistemi termodinamici
produce un cambiamento nell'approccio dell'indagine fisica!**

Quando lo stato delle cose è tale per cui una variazione infinitamente piccola dello stato attuale modifica solo di una quantità infinitamente piccola lo stato di un tempo futuro, la condizione del sistema, che sia in quiete o in moto, si dice essere stabile; ma quando una variazione infinitamente piccola dello stato attuale può comportare una differenza finita dello stato del sistema in un tempo futuro, la condizione si dice instabile. E' evidente che l'esistenza di condizioni instabili rende impossibile la previsione degli eventi futuri, se la nostra conoscenza dello stato presente è solo approssimativa e non precisa.

J. C. Maxwell

**Introduzione del concetto di probabilità per trattare sistemi in cui
lo sperimentatore ignora lo stato reale del sistema stesso
(probabilità epistemica).**

**Proprietà emergenti:
Leggi nel microscopico reversibili**

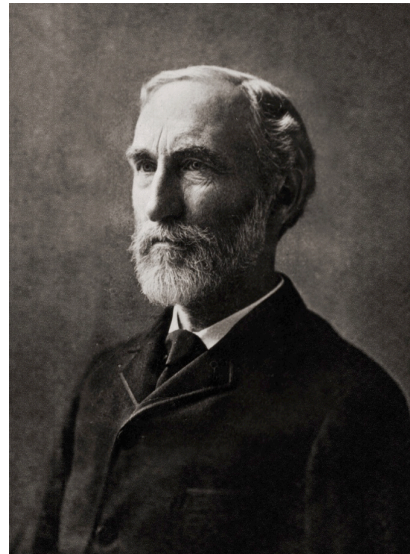
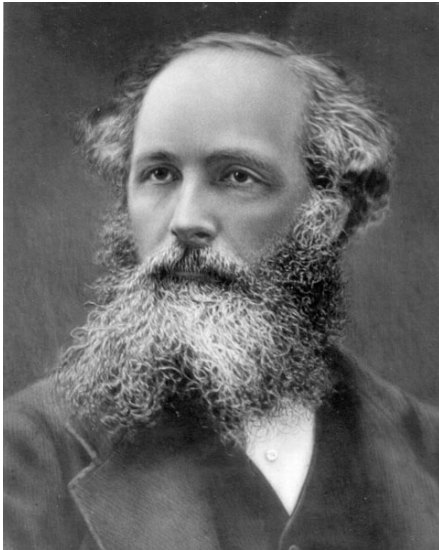
vs

Comportamenti macroscopici irreversibili

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Meccanica statistica



Schema

1. $t=0$: condizioni iniziali. E' data la distribuzione di probabilità che il sistema si trovi in un certo stato.
2. Si risolve l'equazione dinamica associata al sistema (eq. di Boltzmann, di Fokker-Planck, etc.)
3. Si ottiene la probabilità che il sistema si trovi in un certo stato ad un qualunque tempo $t \geq 0$

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Caos deterministico

Lo studio di un sistema formato da soli tre corpi (sic!) porta all'analisi di sistemi i cui componenti seguono leggi **deterministiche** ma il cui comportamento collettivo è **impredicibile**.

Ciò è dovuto essenzialmente all'incertezza iniziale sulla conoscenza della posizione e velocità dei componenti.

Non importa quanto piccolo sia l'errore sperimentale: esso si propagherà fino a rendere impredicibile lo stato del sistema dopo un certo tempo!



Ingredienti: equazioni differenziali non lineari, forte dipendenza dalle condizioni iniziali (leggi semplici ma con termini non lineari!)

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Solo per citare alcuni autori moderni...

Cibernetica (N. Wiener, W. Weaver, W. R. Ashby, H. von Foerster)

Teoria dell'informazione (J. von Neumann, C. Shannon)

Fisica (P. W. Anderson, Y. Prigogine, M. Gell-Mann, S. Lloyd)

Matematica (A. N. Kolmogorov, V. I. Arnold, B. Mandelbrot, D. Ruelle)

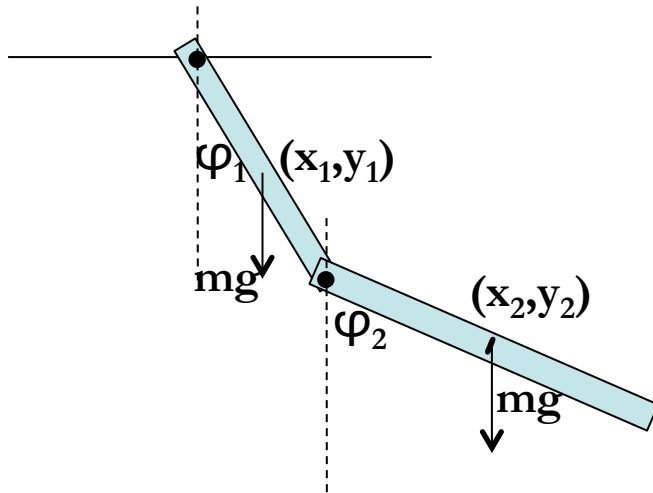
Filosofia (E. Morin, M. Cerruti, I. Stengers)

Oggi conosciamo un numero molto grande di sistemi dal comportamento complesso o caotico!

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Pendolo doppio

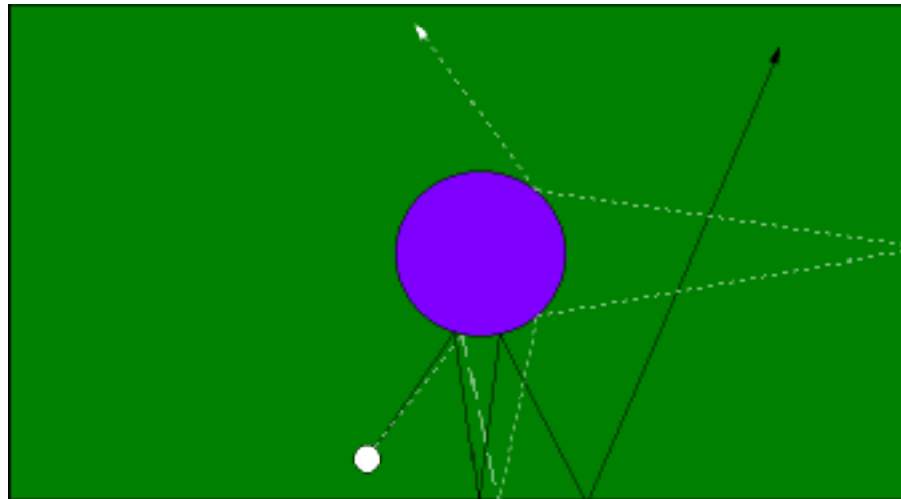


$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left[2ml^2 \dot{\varphi}_1 + ml^2 \dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right] - ml^2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + mlg2 \sin \varphi_1 = 0 \\ \frac{d}{dt} \left[ml^2 \dot{\varphi}_2 + ml^2 \dot{\varphi}_1 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right] + ml^2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + mlg \sin \varphi_2 = 0 \end{cases}$$

"DPLE" di George Ioannidis - Opera propria. Con licenza CC BY 3.0 tramite Wikimedia Commons - <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:DPLE.jpg#/media/File:DPLE.jpg>

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Biliardo di Sinai



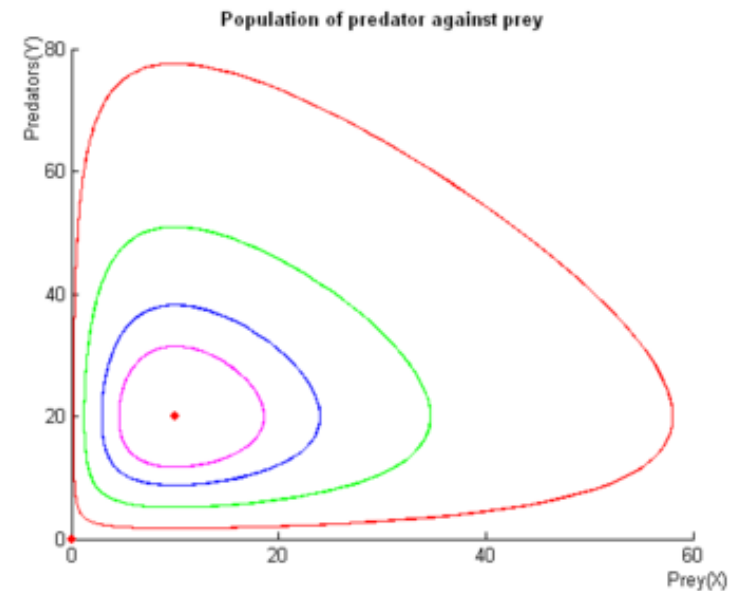
Un classico biliardo può essere modificato ponendo al centro un ostacolo a simmetria cilindrica: le traiettorie delle palle dipenderanno criticamente dalle condizioni iniziali!

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Sistema preda-predatore

$$\frac{dx}{dt} = (A - By)x$$
$$\frac{dy}{dt} = (Cx - D)y$$

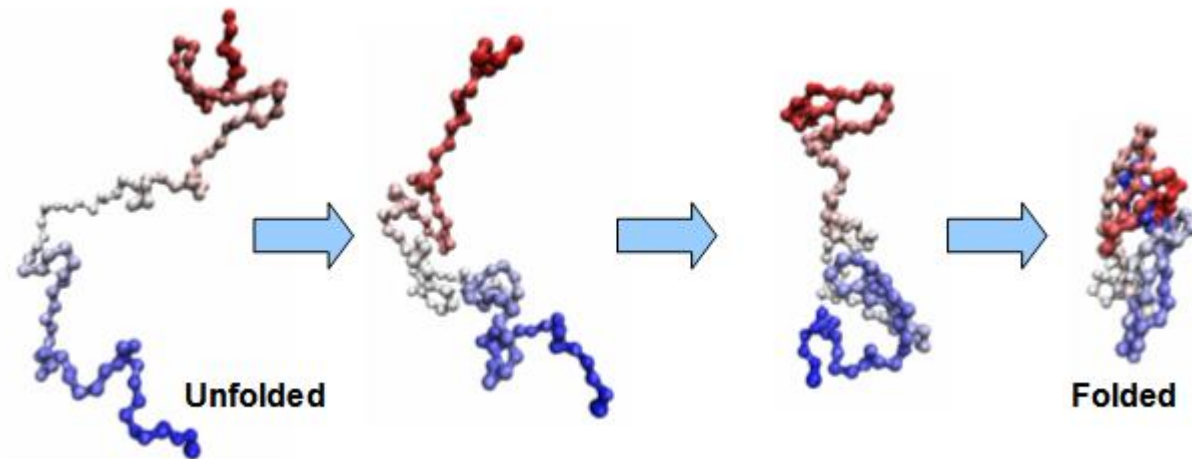


Equazioni di Lotka-Volterra: esempio di sistema con forte dipendenza dalle condizioni iniziali con dinamiche non banali.

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Protein folding



Una proteina raggiunge la sua configurazione funzionale nativa in tempi dell'ordine di 10^{-6} - 10^{-3} s, ma dal punto di vista del calcolo combinatorio dovrebbe esplorare 10^{300} configurazioni possibili con tempi maggiori dell'età dell'universo (paradosso di Levinthal)!

Il sistema è complesso e presenta caratteristiche di auto-organizzazione!

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Teoria degli automi cellulari

Simulazione di sistemi auto-organizzanti attraverso semplici algoritmi (J. von Neumann)

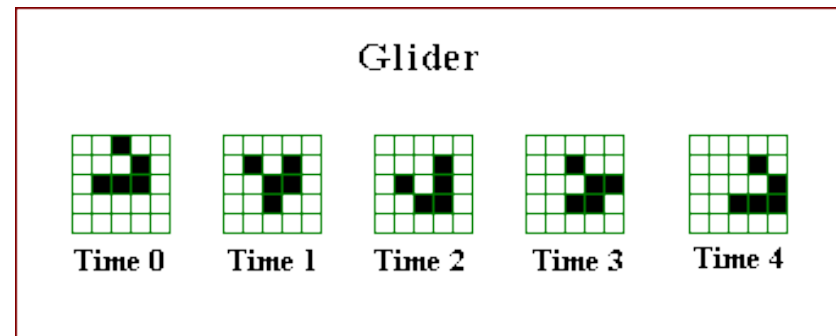
Il Gioco della vita di J. Conway:

Cellule o vive (valore 1) o morte (valore 2); controllo sincrono con i primi vicini (8 cellule per ogni cellula). Una cellula è viva se

1. Circondata da tre cellule vive, indipendentemente dal suo stato
2. Circondata solo da due cellule vive e essa stessa è viva.

Risultato delle simulazioni: sistema estremamente complesso, configurazioni di equilibrio stabili, oscillanti, o propagantesi spazialmente (ricorda anche gli stormi di storni).

Alcune delle più importanti problematiche relative alla teoria della complessità sono nate nell'ambito dell'informatica e della cibernetica. Il ruolo dei computer risulta comunque fondamentale anche a livello operativo.



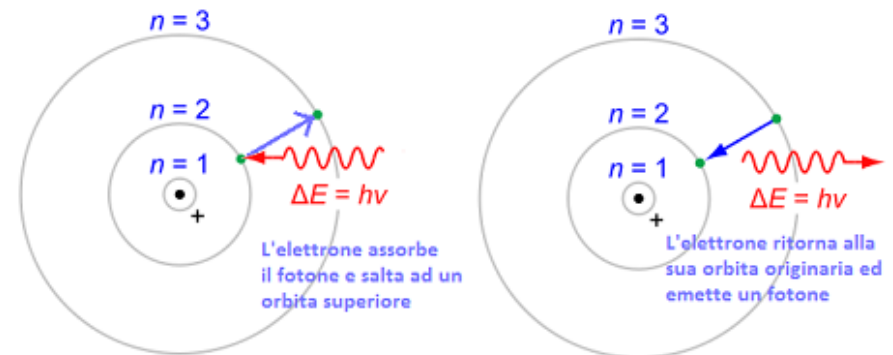
Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Dressing atomico

PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE DI
HEISENBERG

LA POSIZIONE x E LA VELOCITA' v DI
UNA PARTICELLA DI MASSA m NON
POSSONO ESSERE
SIMULTANEAMENTE MISURATE CON
ESATTEZZA:
 $\Delta x \Delta (mv) \geq h$



LA QUANTIZZAZIONE COMPORTA L'INTRODUZIONE DEL
CONCETTO ENERGIA DI PUNTO ZERO.

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Dressing atomico

Formula di Larmor

$$P = \frac{2}{3} \frac{q^2 a^2}{c^3}$$

potenza elettromagnetica irradiata sotto forma
di onde elettromagnetiche

Un carica q con accelerazione a irradia energia sotto forma di onde elettromagnetiche

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Sistemi complessi

Dressing atomico

Considerando un sistema di cariche (per esempio un atomo) nello stato ground, avremo emissione di fotoni che rimarranno localizzati attorno alla sorgente.

Modello del dressing atomico: s'instaura attorno all'atomo nello stato ground una nuvola di fotoni virtuali che non possono allontanarsi indefinitamente da esso. Possiamo immaginare l'atomo come una sorgente circondata da una densità di energia elettromagnetica dovuta alla sua nuvola di fotoni virtuali.

Un sistema di questo tipo è un sistema complesso con alto livello di auto-organizzazione: considerato in varie configurazioni (in presenza di boundary conditions dipendenti dal tempo, posto in movimento etc...) trova sempre il modo di riorganizzarsi opportunamente.

-
- 1) Atom-field interactions and dressed atoms, G. Compagno, R. Passante, F. Persico, Cambridge University Press (2005)
 - 2) Long-time behaviour of self-dressing and indirect spectroscopy, R Passante, T Petrosky, I Prigogine, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 218 (3), 437-456 (1995)
 - 3) Field fluctuations near a conducting plate and Casimir-Polder forces in the presence of boundary conditions, S. Spagnolo, R. Passante, L. Rizzuto, Physical Review A 73 (6), 062117 (2006)
 - 4) Dynamical Casimir-Polder potentials in non-adiabatic conditions, R. Messina, R. Passante, L. Rizzuto, S. Spagnolo, R. Vasile, Physica Scripta 2014 (T160), 014032 (2014)

Modellizzare fenomeni fisici e naturali •

Sistemi complessi

Alcuni strumenti e concetti base

- Entropia/informazione
- Comportamenti collettivi o proprietà emergenti
- Auto-organizzazione
- Strutture Dissipative (strutture di Turing, Prigogine, oscillatori chimici, vita)
- Equilibrio e non equilibrio
- Sistema aperto
- Determinismo e caos
- Linearità e non linearità
- Reversibilità e irreversibilità
- Ordine e disordine

Modellizzare fenomeni fisici e naturali •

Sette principi base

Auto-organizzazione: strutture ordinate, sistemi termodinamicamente aperti ma organizzativamente chiusi.

Orlo del caos: la dinamica dei sistemi complessi si evolve in attraverso stati e configurazioni al limite fra ordine e disordine; grande numero di piccole perturbazioni o piccolo numero di grandi perturbazioni che generano discontinuità, creazione, innovazione.

Principio ologrammatico: nei sistemi complessi una parte è nel tutto e il tutto è nella parte, il sistema è nell'ambiente e l'ambiente è nel sistema.

Non prevedibilità: per quanto sia possibile prevedere i possibili stati future o le possibili strutture di un sistema complesso, è impossibile prevedere con certezza lo stato futuro di un sistema complesso.

Potere connessioni: ogni elemento è connesso almeno ad un altro in modo non lineare, creando una rete di interazioni molto sensibile, intricata e potente.

Causalità circolari: la causa genera l'effetto che a sua volta retroagisce sulla causa (feedback positivo e negativo), in una relazione circolare che si auto-alimenta.

Apprendimento try&learn: in condizioni di complessità, apprendimento per tentativi

Modellizzare fenomeni fisici e naturali

Conclusioni

- La modellizzazione è uno degli strumenti fondamentali dell'indagine scientifica e del suo passaggio da un "atteggiamento" metafisico a un "atteggiamento" strumentalista".
- Lo studio di sistemi complessi fornisce un quadro interpretativo della realtà molto articolato e trasversale.
- Grazie alla teoria della complessità oggi sappiamo molto di più su molti sistemi che si ritenevano fuori dal campo dell'indagine delle scienze esatte.
- La teoria dei sistemi complessi necessita di strumenti matematici raffinati e lontani dal background culturale medio di un laureato in ambito scientifico.
- La teoria della complessità fornisce strumenti di indagine per elaborare modelli su sistemi apparentemente lontani da una descrizione matematica.

- **Modelli matematici**, G. Israel, Muzzio
- **Il quark e il giaguaro**, M. Gell-Mann, Bollati Boringhieri
- **Complessità e modelli**, C. S. Bertuglia, F. Vaio, Bollati Boringhieri
- **Non linearità, caos e complessità**, C. S. Bertuglia, F. Vaio, Bollati Boringhieri
- **La complessità in medicina**, P. Bellavite, Tecniche Nuove
- **Caso, probabilità e complessità**, A. Vulpiani, Ediesse

- Rondoni, Proceedings SEFIR 2009
- <http://www.andreacontin.com/wp-content/uploads/dispensa.pdf>
- http://www.tulliotinti.net/psicofilosofia/corso_complex.htm