

Calcolo 1 - Analisi Matematica 1
Esercizi di “ripasso”
Prof. Marco Pavone

Ricordiamo le seguenti definizioni e notazioni:

- Per ogni numero reale $t \geq 0$, si denota con $\sqrt{t}$ l'unico numero reale s che ha la proprietà che $s \geq 0$ e $s^2 = t$.
- Se n è un numero intero positivo pari e t è un numero reale ≥ 0 , allora si denota con $\sqrt[n]{t}$ l'unico numero reale s che ha la proprietà che $s \geq 0$ e $s^n = t$.
- Se n è un numero intero positivo dispari e t è un numero reale, allora si denota con $\sqrt[n]{t}$ l'unico numero reale s che ha la proprietà che $s^n = t$.
- Se a è un numero reale positivo diverso da 1, e x è un numero reale positivo, allora si denota con $\log_a x$ l'unico numero reale y che ha la proprietà che $a^y = x$. Quando a è uguale al numero di Nepero e , la scrittura $\log_e$ viene comunemente abbreviata con $\log$ o con $\ln$.
- Per ogni numero reale t , si denota con $|t|$ il numero reale ≥ 0 così definito: se $t \geq 0$, allora $|t| = t$; se $t < 0$, allora $|t| = -t$.

1) Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni, nell'incognita reale x :

1. $x^4 - x^2 - 6 > 0$.

2. $\frac{x}{x-2} \geq x+1$.

3. $x-3 > \sqrt{x-2}$.

4. $2 \log_{\frac{1}{2}}(2x^2) = 6$.

5. $\left| -\log_2 |x| \right| \leq 3$.

6. (qui la variabile x va presa soltanto nell'intervallo $[0, \pi]$)

$$-2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0.$$

7. $4^x - 5 \cdot 2^x - 24 < 0$.
8. $\left| \frac{x}{x+4} \right| = \frac{x}{x+4}$.
9. $-\sqrt{x+5} \geq 2x$.
10. $\log^4 |x| > 16$.
11. $\log_{\frac{1}{4}}(x - 2\sqrt{x} + 1) > -1$.
12. $\left| 3^x - 10 \right| > 17$.
13. $x^8 - 14x^4 - 32 > 0$.
14. $\sqrt{x^2 - 4} < -5$.
15. $\frac{1}{\log_2 |x|} < 2$.
16. $\log_3(x^2) + \log_9(x^8) = 2$ (si consiglia di usare un'unica base per i logaritmi).
17. $9^x - 3^{x+1} - 4 < 0$.
18. $\left| \log^2 x - 9 \right| > 5$.
19. $4x + \sqrt{2x+5} > 0$.
20. $\frac{1}{x} < x^2$.
21. $\sqrt[4]{\log_2(x+3)} < \frac{1}{2}$.
22. $\sqrt[3]{10^x + 5} = 3$.
23. $x(4^x - 6 \cdot 2^x + 8) > 0$.
24. $\frac{x}{x-2} \leq \sqrt{x}$.
25. $\log_2(x^2) + \log_4(x^8) = 4$ (si consiglia di usare un'unica base per i logaritmi).
26. $\left| |2^x - 2| - 1 \right| > 5$.
27. $-1 > \frac{-4}{\log |x|}$.

28. (qui la variabile x va presa soltanto nell'intervallo $[0, 2\pi]$)

$$\tan x > \sin x.$$

29. $e^{2\sqrt{x}} + 2e^{\sqrt{x}} - 8 < 0.$

30. $1 - \frac{4}{\log x} < 0.$

31. $x \leq \sqrt{x - |x|}.$

32. $\log^2 \sqrt{x} + \log |x| < 0.$

33. $\sqrt[6]{2x-1} - \sqrt[6]{x-3} > 0.$

34. (qui la variabile x va presa soltanto nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$)

$$\sin(2x) + \cos x < 0.$$

35. $(x+2)(4^x - 2 \cdot 2^x - 8) > 0.$

36. $x^3 + x\sqrt{x} - 6 < 0.$

37. $e^{4/\log|x|} > 1.$

38. $(x+2)\sqrt{\frac{x-2}{x+2}} > 2.$

39. $\left| \log_3 \frac{x^3}{-|x|} \right| > 2.$

40. $\sqrt{x^2+1} = \sqrt[3]{x^3+1}.$

41. $\frac{1-x}{\sqrt{x}-3} > 0.$

42. $\log(9x^2) \leq -6.$

43. $\log_{\frac{1}{2}}(x - \sqrt{x^2 - 25}) > 0.$

44. $10^{4x} - 2 \cdot 10^{2x} - 8 \leq 0.$

45. $-\sqrt{2x+5} \geq 3x.$

46. $|x+2| \leq x+1.$

47. $\log_{\frac{1}{2}}^2\left(\frac{-1}{x^3}\right) > 16.$

48. $\left| \frac{x+2}{x} \right| \leq 1.$
49. $e^{-4/\log x} > e^2 .$
50. $\sin(2x) - \sin x \geq 0$ (la variabile x qui varia nell'intervallo $[\pi, 2\pi]$).
51. $\sqrt{|x+1|} \geq x+2.$
52. $x^5 + x^2\sqrt{-x} + 2 > 0.$
53. $\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}}|x|} > -2.$
54. $5^{4x} - 8 \cdot 5^{2x} - 9 = 0.$
55. $-12x \geq \sqrt{6x+5} .$
56. $|\log x + 1| > 3.$
57. $(\log(x^2) - 2)(x^3 - 64) > 0.$
58. $\sqrt{x^2 + 2x} > -2.$
59. $\sqrt{x^2 + 1} = -\sqrt[3]{x^3 + 1}.$
60. $\sqrt{x} - x + 2 > 0.$
61. $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2) > -2\log_{\frac{1}{2}} x.$
62. $\frac{4\log|x| + 2\log(x^2)}{\log 4} = 2.$
63. $\frac{4^{x^2}(4^x)^{x+3}}{4^x \cdot (16)^{x^2} \cdot 4^{2x+1}} = \frac{1}{4} .$
64. $\begin{cases} \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \\ \frac{\pi}{2} < x < \pi. \end{cases}$
65. $-\sqrt{x} \leq x - 2.$
66. $\log^2 \sqrt{x} > 3.$
67. $|3x + 1| \leq -x + 1.$
68. $\frac{x^2 + 3x + 1}{x(x+2)} > 0.$
69. $5^{\frac{1}{x}} > \frac{1}{2} .$

70. $5^x + 5^{x+2} = 52.$
71. $\log^2(x^2) > 5.$
72. $-\sqrt{|x|} - x \leq x.$
73. $\frac{\log\left(\frac{1}{x^2}\right) - 3}{x - 8} > 0.$
74. $\frac{1}{x} < x + 4.$
75. $\sqrt{x + 2} = -x.$
76. $\log_9(x^2) + \log_3 x = 1.$
77. $\sqrt{|x| + |x + 1|} - 3 \geq 0.$
78. $1 > \frac{1}{8 \log^3 x}.$
79. $\frac{2 \cos^2 x + 5 \cos x - 3}{\cos x} < 0.$
80. $\frac{3 \cdot 8^x + 2^{3x}}{(2^x)^2} = 5.$
81. $\sqrt{x^4 - 4x^2} \leq 0.$
82. $x^3 - \sqrt{x^6 - x} \geq 0.$
83. $e^{2x} - e^x - 6 < 0.$
84. $\log(x^4 - 4) - 2 \log \sqrt{x^2 + 2} > 0.$
85. $|x + 1| > |3x - 9|.$
86. $(x^2 - 4) \log^2 x \geq 0.$
87. $\log(x^3 - 1) - 2 \log \sqrt{x - 1} = 0.$
88. $|x^3| + x\sqrt{|x|} > 0.$
89. $\log(x^2) + 1 - \frac{2}{\log(x^2)} < 0.$
90. $6 \cdot 4^{3x} - 8^x - 1 = 0.$
91. $\left(\log \frac{1}{x} + 3\right)(x - 8) > 0.$

92. $\sqrt{x} = -x + 12$.
93. $\frac{1}{x} < \sqrt{x^2}$.
94. $\log(\sqrt{x} - e^2) > 2 + \log 3$.
95. $3 \cdot 2^{x+2} \cdot 4^x + 4 \cdot 2^{3x} > \frac{1}{2}$.
96. $(3^{2x} - 1)\sqrt[3]{x^2 - 1} \geq 0$.
97. $1 - \frac{4}{\log x} < 0$.
98. $\left| \log_{\frac{1}{2}}(2x^5) \right| > 3$.
99. $\sin(2x) - \sin x > 0$ (dove la variabile x varia nell'intervallo $[\pi, 2\pi]$).
100. $\frac{27 \left(\sqrt[3]{x^{12}} \right)^4}{x^5} = (x^2)^2 \cdot x^2$.
101. $\frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 + x - 2} \geq 0$.
102. $3 - 2x - 2\sqrt{x-1} > 0$.
103. $\sqrt[3]{2x-1} > \sqrt{x+1}$.
104. $|x^2 + x - 2| > |x - 1|$.
105. $\frac{(-x)^{2/3}}{-x^{2/3} + x^{4/3}} = 1$.
106. $\frac{\sqrt{x} + 1}{x} = 2$.
107. $3e^{\sqrt{4x}} - 8e^{\sqrt{x}} - 3 = 0$.
108. $\log_{1/3}^4(x) = 81$.
109. $\left| \frac{x-1}{x-3} \right| < 3$.
110. $\sqrt[3]{(x-1)^5(x+2)^4} < 0$.
111. $-2\log^6 x - 4\log^3 x + 16 < 0$.
112. $\sqrt{4x+5} + 8x \leq 0$.

113. $6e^{2\sqrt{x}} - e^{\sqrt{x}} - 1 = 0$.
114. $\sin x + \cos x - 2 < 0$ (distingui due casi in base al segno di $\cos x$, oppure studia la funzione $f(x) = \sin x + \cos x - 2$).
115. $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x^2 - 5x + 6}) \leq 1$.
116. $x\sqrt{x^2 + x - 1} = -\sqrt{x^3}$.
117. $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x^2-1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3x^2+2x+2}$.
118. $e^{\frac{4}{\log x}} > 0$.
119. $\cos(2x) - 5\cos x + 3 = 0$, $\pi < x < 2\pi$.
120. $x \leq 1 + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$.
121. $\left(\log \frac{1}{x} + 3\right)(x - 8) > 0$.
122. $\log_{\frac{1}{2}}(e^{2x} - 2e^x + 1) = -2$.
123. $\sqrt{\log_4(x+1)} < 2$.
124. $\sqrt{|3x+5|} = -6x$.
125. $x(4^x - 5 \cdot 2^x - 24) > 0$.
126. $\sqrt{\log(4 - \sqrt{x})} > -5$.
127. $\log_2\left(\frac{-1}{x^3}\right) > 16$.
128. $\cos(2x) + \cos x > 0$ (la variabile x varia nell'intervallo $[\pi, 2\pi]$).
129. $\frac{\log(x+1)}{\log\left(\frac{1}{2} - x\right)} > 1$.
130. $\sqrt{\log_{\frac{1}{4}}(x^2)} < 1$.
131. $3\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$ (dove la variabile x varia nell'intervallo $[0, \pi]$).
132. $7^{2x+1} - 50 \cdot 7^x + 7 > 0$.
133. $\frac{\sqrt{-x+1}}{x} = 1$.
134. $\log_{10}^2(x^4) > 9$.

135. $x\sqrt{\frac{x-4}{x}} > 2.$
136. $\sqrt[4]{x^4 + x^2 - 2} \leq 0.$
137. $(\log(x^2) - 3) \arctan^2(x - 1) \geq 0.$
138. $x + \sqrt[3]{x}\sqrt[6]{x} < 6.$
139. $(2^x + 3)(x^6 - 2x^4) < 0.$
140. $\frac{\sin^2 x}{\cos(2x)} = -\frac{3}{2}$ (dove la variabile x varia nell'intervallo $[\pi, 2\pi]$).
141. $\sqrt{2x} + \sqrt{x+1} = 7.$
142. $x - 3 < \sqrt{x^2 - 2x}.$
143. $\log_2^3 x - 3 \log_2^2 x + 4 > 0.$
144. $\log_{\frac{1}{e}}(x) + 3 > \left| \log_{\frac{1}{e}}(x) \right|.$
145. $2^{2x-1} \cdot 3^{x+1} > 36.$
146. $\frac{1}{2(1-x)} < 1 - \frac{x}{2}.$
147. $\frac{1}{x} < \sqrt{2x+2} - 1.$
148. $\log_{\frac{1}{2}}(4x^2) > -3.$
149. $x - 1 \geq \sqrt{x^2 - x}.$
150. $\left(\sqrt[3]{|x|^2} \right)^{3/4} = 2.$
151. $x - 2\sqrt{x} = 3.$
152. $2^{\frac{x}{x+1}} < \frac{1}{4}.$
153. $\frac{6}{2x^2 - 2x - 12} = \frac{1}{x+2}.$
154. $\log_x 9 = 4.$
155. $e^x - 2 > 10 - e^{2x}.$
156. $x\sqrt{\frac{x+1}{-x}} > \frac{\sqrt{3}}{4}.$
157. $\sqrt{\log^4(x^2)} = 2.$

158. $|2x^4 - 6| > x^4 + 3$.
159. $\log^2(4x) - \log^2 8 = 0$.
160. $\frac{\log_2(x^2)}{\log_8(4x)} = 2$.
161. $6 \cos^2 x - 3 \sin x - 3 = 0$ (dove la variabile x varia nell'intervallo $[\pi, 2\pi]$).
162. $\frac{1}{x-1} < \frac{1}{2-x^2}$.
163. $|\sqrt[3]{x} - 2| < (\sqrt[3]{x} - 2)^4$.
164. $\frac{1}{1-\log|x|} < 1$.
165. $\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} > 6$.
166. $\frac{(5^x)^2}{3 \cdot (125)^x + 5^{3x}} = \frac{1}{5}$.
167. $|6x^2 - 5x - 4| > |2x^2 + 3x + 8|$.
168. $\frac{3x-1}{x+4} \leq 0$.
169. $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.
170. $\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x} = 1$.
171. $2^x = 3^{1-x}$.
172. $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{2-x}$.
173. $8^{x+1} \geq 2^{x^2}$.
174. $x^4 \geq 3x^2$.
175. $-|2x+1| > 4 > x$.
176. $|\cos x - 1| < \cos x$.
177. $\log(x^8) + \log(x^2|x|) + \frac{1}{2} \log(x^2) = 3$.
178. $x > \sqrt{|x|}$.
179. $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$.
180. $\frac{3}{2 + \log x} < 1$.

181. $x + \sqrt{x} = 6$.
182. $(x - 2)(2 \cdot 4^x - 17 \cdot 2^x + 8) \geq 0$.
183. $\sqrt[3]{\log_2(x + 3)} > 2$.
184. $\ln^2 |x| - \ln |x| - 6 < 0$.
185. $\sqrt[3]{\frac{1}{2e^x - 1}} = -1$.
186. $|2^x - 7| < 1$.
187. $\ln(x - \sqrt{x} - 6) = 0$.
188. $\frac{5 - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} = 0$.
189. $\frac{e^x + 1}{e^x - 3} > 2$.
190. $\begin{cases} 4 \sin^2 x + 4 \cos x - 1 = 0 \\ 3\pi \leq x \leq \frac{7}{2}\pi \end{cases}$.
191. $\frac{-1}{\ln x} > \ln^2 x$.
192. $\begin{cases} \sin(2x) - 2 \cos^2 x = 0 \\ -\pi \leq x \leq \pi \end{cases}$.
193. $\sqrt[4]{\frac{2^x - 1}{3}} = 1$.
194. $\log_x 8 > 5$.
195. $\sqrt{x + 3} - \sqrt{\frac{x + 1}{x}} > 0$.
196. $\frac{x^2 + x}{x - 1} < 3x - 4$.
197. $\sin(2x) - 2 \sin x \leq 0$.
198. $x^2 = 2|x| + 3$.
199. $\sqrt{\frac{-3 - x}{x + 2}} = 2$.
200. $\frac{1}{2 - \ln x} > -\frac{1}{2}$.

201. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{1+x}} - 2 = 0.$
202. $|e^{4x} - 1| > 1.$
203. $\ln|x - 4| = 0.$
204. $\frac{x+1}{x-1} \leq \sqrt{x+1}.$
205. $\begin{cases} \sqrt{-x^2 - x + 6} = 3 \\ -3 \leq x < -1. \end{cases}$
206. $\begin{cases} \sqrt{-x^2 - x + 6} = 2 \\ -3 \leq x < -1. \end{cases}$
207. $\sin x - \sqrt{3} \cos x - \sqrt{2} < 0.$
208. $(2 - x) \ln x \neq 0.$
209. $\ln \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 5x + 6} > 0.$
210. $4x|x + 1| = 0.$
211. $\sqrt{e^x - \frac{1}{e^x}} = 1.$
212. $4^{2x} + (16)^x - 6 \cdot 4^x > 0.$
213. $\log_{\frac{1}{4}}(1 - 2|\sin x|) > -\frac{1}{2}.$
214. $\left| -x + \frac{1}{1-x} - 1 \right| < 1.$
215. $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x} \leq \frac{1}{x^2 - x}.$
216. $\log_3(x^2 - 11x + 28) < 0.$
217. $\left(\frac{1}{\cos^2 x} + 2 \right)^3 > \tan^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} + 6 \right)^2.$
218. $\tan x > \sin x \cos x.$
219. $2 \ln^4|x| + 3 \ln^2|x| - 2 = 0.$
220. $\frac{1}{2 - \ln x} + \frac{1}{4} \geq 0.$
221. $\ln^2|x - 3| > 4.$

222. $2 \log_4^3 x + 5 \log_4^2 x + \log_4 x - 2 = 0.$
223. $\sqrt{x} - \sqrt{x+3} \geq \sqrt{2x}.$
224. $\sqrt{x+4} + 2 = \sqrt{x}.$
225. $4^x \cdot 2^{-x} + 1 - \frac{12}{2^x} < 0.$
226. $|\cos(3x)| \geq 1.$
227. $\sqrt{4x^2 - 4} + 2x > 0.$
228. $|x^2 - x - 2| \geq x + 1.$
229. $\frac{1}{1 - \ln(1 - x)} > 1.$
230. $\begin{cases} 2 \sin x - 2 \cos x < 4 \\ -\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{2}. \end{cases}$
231. $\ln |x^2 + 2x| < 1 + \ln(x + 2).$
232. $\frac{-5}{x^6 - x^3} = -1.$
233. $(x - 2)(2 \log_{\frac{1}{4}}^2 x - \log_{\frac{1}{4}} x - 1) > 0.$
234. $\sin x + \cos x = -1.$
235. $\frac{-2}{\log_5(3^x - 1)} = 1.$
236. $2e^{2\sqrt{x}} + 6e^{\sqrt{x}} - 8 < 0.$
237. $\frac{3 - x}{\sqrt{x} - \sqrt{5}} < 0.$
238. $2x - \sqrt{4x^2 - 1} = -2$, nell'incognita $x < 0$.
239. $\frac{4 \log_{\frac{1}{16}} x - 1}{x - 1} \geq 0.$
240. $|x - 1| + \frac{2}{x} \leq 2.$
241. $\frac{\sqrt{9x^2 + 3x + 1}}{x} = 4$, nell'incognita $x > 0$.
242. $\sqrt{12 - x^2} = \sqrt{x - 2}.$

243. $\log_3 x - |2\log_3 x + 1| = -\frac{4}{3}$.
244. $\frac{1}{x^6 + x^{12}} = \frac{1}{2}$, nell'incognita $x < 0$.
245. $\frac{x + \sqrt{2}}{\sqrt{x} + \sqrt{3}} > 0$.
246. $|\log^4 x - 3| > 5$.
247. $\sqrt{x^2 - 4} < |x - 3|$.
248. $\log_{\frac{1}{3}}^2(x + 2) = 1$.
249. $|\log_5(x + 1)| < \sqrt[3]{-x - 1}$.
250. $8\log_{\frac{1}{16}}^3 x + 2\log_{\frac{1}{16}}^2 x - \log_{\frac{1}{16}} x > 0$.
251. $\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = 15$.
252. $a^x = \sqrt[3]{\frac{a^{-1}\sqrt[4]{a^3}}{a^{-2}}}$, dove a è un numero reale positivo diverso da 1.
253. $\frac{3}{\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}}} = 1$.
254. $|2x + 1| = 1 - x$.
255. $\sqrt{x^2 - 2} \leq \sqrt{2x - 3}$.
256. $\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x^3 > 1$.
257. $\ln|x^3 - 1| = 2$.
258. $4 - x - \frac{2}{x - 1} \geq 0$.
259. $\sqrt{5 + 2x} - 2 = \sqrt{5 - 2x}$.
260. $|1 + \ln(x - 1)| > \ln 5$.
261. $\sqrt[5]{9x^2} = \sqrt[3]{3x^2}$.
262. $2^{(2x-1)/(2-x)} = \frac{1}{8}$.
263. $|4 - x^2| - |3 - x| > x$.

264. $\sqrt{4x^2 + 4ax + 8a^2} \leq -x - 3a$, dove $a \leq 0$ è un numero reale assegnato.
265. $4^{x-1} + 2^{2x-3} = 3^x + 3^{x-2}$.
266. $|2 \log_5 \sqrt{-2x}| \geq \log_5(x^2 - 3)$.
267. $\cos x + 3 - \frac{4}{\cos x + 3} = 0$.
268. $\frac{-3}{\ln(3x - 2\sqrt{x})} = 1$.
269. $\frac{8 - \sqrt{9x}}{\sqrt{x} - 2} = -\frac{7}{2}$.
270. $\log_{\frac{1}{3}}(x - 2)^2 < 1$.
271. $\sqrt[3]{13x + 1} = \sqrt{4x + 1}$.
272. $\left| 1 - \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} \right| > -2 \tan x$, dove l'incognita x varia tra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$.
273. $\ln \frac{3x^3 + 8}{x^3 + 2} = 3$.
274. $\begin{cases} 4\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cos x \log_2 x < 0 \\ x \leq 2\pi \end{cases}$.
275. $\log_{10}(x - \sqrt{1 - x^2}) < 0$.
276. $\sqrt[4]{x + 3} = \sqrt[6]{3x + 5}$.
277. $\sqrt{e^{2x} - 4e^x + 6} = 2$.
278. $\sqrt[3]{x - 1} + \frac{1}{2} > \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$.
279. $\frac{2^{4x} - 2 \cdot 4^{x+1} - 20}{2^x - 2} > 0$.
280. $\tan^2 x (1 + \tan^2 x) > \frac{6}{1 + \cos(2x)}$.
281. $\sqrt[4]{\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+2}{x}} + 2 = 3$.

$$282. \log_5 \left(2 + 3^{-4/x} \right) = 2.$$

$$283. \sqrt{-2x - 6} \geq x + 4.$$

$$284. \ln \frac{4}{3 + \sqrt{x^2 - 5}} = 0.$$

$$285. \sqrt[3]{x^3 - 4x} = \sqrt{x^2 - 2}.$$

$$286. 2 \cos^2 x - 5 \cos x - 3 \leq 0.$$

$$287. \left| \frac{\ln \sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{\ln x}} \right| = 1.$$

$$288. \frac{2}{\sqrt[3]{e^{4-x} - 1}} = 1.$$

$$289. x \ln|x| > x.$$

$$290. \sin x \sin(2x) - 7 \sin x \cos x + 3 \cos x > 0, \text{ dove l'incognita } x \text{ varia nell'intervallo } \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2} \pi \right].$$

$$291. \ln \left(2^{\sqrt{|x| - 1}} - 8 \right) = 3.$$

2) Determina $x \in [2\pi, 4\pi]$ tale che $\sin x = -\frac{1}{2}$ e $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

3) Calcola gli zeri del polinomio $2x^3 + x^2 - 13x + 6$, sapendo che -3 è uno di essi.

4) Scrivi $2x^3 + x^2 - 5x + 2$ come prodotto di $x + 2$ per un altro polinomio.

5) Calcola, se esistono, i valori di $x \in [0, 2\pi]$ tali che

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

6) Fattorizza $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 3$, sapendo che $P\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$.

- 7) Calcola, se esistono, i valori di $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right]$ tali che

$$-\sin x + \cos x + 2 < 0.$$

- 8) Dì quante sono, se esistono, le soluzioni reali dell'equazione

$$x^3 + 3x^2 - 9x - 27 = 0.$$

- 9) Determina, se esistono, le soluzioni reali del sistema di equazioni

$$\begin{cases} 2e^x - x + x^2 &= 2 \\ e^x + x + x^2 &= 6 \\ e^x + x - x^2 &= -2. \end{cases}$$

- 10) Fattorizza (a coefficienti reali) il polinomio $x^3 + x^2 - 3x + 1$.

- 11) Calcola $\log_{100} \frac{1}{\sqrt{10}}$.

- 12) Fattorizza il più possibile il polinomio $P(x) = x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 6x + 2$ come prodotto di polinomi a coefficienti reali (comincia col trovare a occhio uno zero di P).

- 13) Sia x un numero naturale, e siano P , Q , R le affermazioni così definite: $P = "x < 3"$; $Q = "x \text{ è pari}"$; $R = "x < 6"$. Supposto che l'affermazione " $\text{non}(P \text{ oppure non}(Q \text{ e } R))$ " è vera, calcola x .

- 14) Se la moto di Scricchianespola oggi vale l'80% di quanto valeva l'anno scorso, e se l'anno scorso valeva l'80% di quanto valeva due anni fa, quanto vale oggi la moto (in percentuale) rispetto a due anni fa?

- 15) Calcola, se esistono, le soluzioni del sistema $\begin{cases} x - y &= 2 \\ \frac{x}{y} &= \frac{7}{6} \end{cases}$

(x e y sono variabili reali).

- 16) Determina $a, b \in \mathbb{R}$ tali che l'equazione $6x^2 + ax + b = 0$ abbia come soluzioni -5 e $\frac{2}{3}$.

- 17)** Calcola $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[5]{\frac{1}{3}}$.
- 18)** Dividi il polinomio $P(x) = 3x^4 - 10x^3 + 12x^2$ per il polinomio $Q(x) = x^3 - 5x^2 + 12x - 8$ (equivalentemente, determina il quoziente e l'eventuale resto di tale divisione).
- 19)** Risolvi l'equazione $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2$, nell'incognita $x \in [0, 2\pi]$.
- 20)** Dì per quali valori del numero reale x risulta definito $\sqrt{x^2 - |8x - 16|}$.
- 21)** Dì per quali valori del numero reale x risulta definito $\frac{2}{\sqrt[3]{e^{4-x} - 1}}$.
- 22)** Risolvi la disequazione $a\sqrt{x} < \sqrt{a^2 - x}$ al variare del parametro reale a .
- 23)** Dì per quali valori del numero reale x risulta definito $\ln\left(2^{\sqrt{|x|} - 1} - 8\right)$.