



EVOLUZIONE DELLA COMPOSIZIONE GRANULOMETRICA DI SABBIE POMICEE SOTTOPOSTE A COMPRESSIONE 1-D FINO AD ALTE PRESSIONI

M. Zicarelli* e C. Valore*

* Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aerospaziale, dei Materiali (DICAM)
Università di Palermo
Viale delle Scienze, 90128 Palermo, Italy
e-mails: maurizio.zicarelli@unipa.it; calogero.valore@unipa.it.

(Ricevuto 20 Settembre 2012, Accettato 15 Ottobre 2012)

Keywords: Grain size distribution, Sands, Particles crushing, Evolution, Characteristic diameter, One-dimensional compression.

Parole chiave: Composizione granulometrica, Sabbie, Frantumazione dei grani, Evoluzione, Diametro caratteristico, Compressione 1-D.

Abstract. *The results of a laboratory research programme on the crushing of pumice sands compressed under one-dimensional conditions, at vertical effective stresses σ_v up to 100 MPa are reported in the paper. Tests have been carried out on dry pumice sands with initial coefficient of uniformity C_u ranging from 1.18 to 1.66 and with diameters of particles ranging from 0.18 to 2mm. The pumice sands show considerable crushing of particles even at low stresses (about 150 kPa), due to both their intragranular and intergranular porosity. It is shown that the evolution of the grain-size distribution can be effectively represented by the following relation between the absolute value of the decrement of the generic characteristic diameter ΔD_j and σ_v : $\Delta D_j = h / (K(1 + C e^{-hl\sigma_v}))$, where C , h , K are positive parameters depending upon the nature and the initial grain-size distribution of the sand. This Verhulst type relation properly accounts for the existence of an upper limit to ΔD_j . The Hardin's coefficient of relative breakage also evolves according to a Verhulst type function showing that the pumice sands at high pressures attain a very "stable" gradation and structure. The results of the present research confirm the trend in the evolution of the grain-size distribution of other sands as pointed out in previous papers. It therefore appears that the Verhulst type relation between ΔD_j and σ_v holds its validity in general.*

Sommario. *Nell'articolo si riportano i risultati di uno studio sperimentale sull'evoluzione della composizione granulometrica di sabbie pomicee sottoposte a compressione 1-D fino a pressioni di 100 MPa. La sperimentazione è stata eseguita su sabbie asciutte con coefficiente di uniformità compreso tra 1.18 e 1.66 e con diametro iniziale dei grani compreso tra 0.18 e*

2mm. Il crushing dei grani è significativo per tutte le granulometrie indagate a partire da pressioni efficaci basse (dell'ordine di appena 150 kPa).

I risultati della ricerca dimostrano che, anche per queste sabbie dotate di un doppio ordine di pori – intergranulari e intragranulari - esiste una composizione granulometrica limite superiore, e che la variazione del generico diametro caratteristico con la pressione applicata σ'_v è rappresentabile con una curva di Verhulst: $\Delta D_j = h/(K(1+C e^{-h \log \sigma'_v}))$, nella quale C, h, K sono costanti positive dipendenti dalla natura e dalla forma dei grani, dalla composizione granulometrica iniziale della sabbia, dall'indice di porosità iniziale e dal diametro caratteristico considerato.

Questa relazione indica correttamente l'esistenza di un limite superiore per ΔD_j .

Anche il coefficiente di breakage relativo di Hardin presenta andamento descrivibile con una curva di Verhulst e dimostra che le sabbie a pressioni alte tendono a raggiungere un assetto strutturale e una composizione granulometrica sempre più stabile e sempre meno suscettibile di modifiche. Questi risultati sono in pieno accordo con quelli precedentemente ottenuti per sabbie di natura differente e indicano che il trend che caratterizza l'evoluzione della composizione granulometrica può ritenersi di validità generale.

1 INTRODUZIONE

Il comportamento meccanico delle sabbie a pressioni alte, sia in condizioni di deformazione monodimensionale che di compressione triassiale, è stato oggetto di differenti studi che hanno posto l'attenzione sul fenomeno del *crushing* dei grani e sull'influenza di quest'ultimo sul comportamento meccanico (Roberts e de Souza¹, Hendron², Marsal^{3,4}, Lee e Farhoomand⁵, Vesic e Clough⁶, Hardin⁷, Fedá⁸, Miura e Ohara⁹, Yamamuro¹⁰, Hagerty et al.¹¹, Yamamuro et al.¹², Lade et al.¹³, McDowel e Bolton¹⁴, Bolton¹⁵, Bolton et al.¹⁶, Lade e Karimpour¹⁷, Karimpour e Lade¹⁸). In tutti questi studi è stata osservata la rottura dei grani a pressioni medio-alte.

Per alcuni tipi di sabbie, come le sabbie carbonatiche, il *crushing* dei grani è stato osservato anche a pressioni relativamente basse (Burland¹⁹, Colliat-Dangus et al.²⁰, Golightly e Hyde²¹, Coop²², Fukumoto²³, Valore²⁴, Ziccarelli²⁵, Coop et al.²⁶, Valore e Ziccarelli²⁷).

L'intensità del *crushing* aumenta con la tensione verticale applicata e comporta variazioni di porosità, della densità dei contatti, del numero dei contatti e tipi di contatto intergranulare, e un complesso processo di generazione e distruzione (nascita e morte) di grani. Questo processo è rilevante per molti problemi geotecnici quali ad esempio pali di fondazione in sabbie, gallerie molto profonde, dighe di rofill di grande altezza, esplosioni, impatto di proiettili, esplosioni, etc.

Le modifiche della composizione granulometrica assumono un ruolo determinante nel comportamento meccanico dei mezzi granulari influenzandone significativamente il legame tensioni-deformazioni, la dilatanza e la resistenza a taglio dei materiali granulari^{28,29}.

È stato dimostrato che in condizioni di deformazione monodimensionale per le sabbie carbonatiche e per le sabbie di quarzo l'evoluzione della composizione granulometrica, con la pressione applicata può essere quantificata attraverso l'evoluzione dei diametri caratteristici e che le variazioni di questi ultimi è descrivibile mediante una funzione di Verhulst^{25,27}:

Allo scopo di verificare la generalità dell'andamento dell'evoluzione granulometrica delle sabbie e l'applicabilità della relazione di Verhulst ad altri tipi di sabbia è stata eseguita un'ampia ricerca sperimentale in condizioni di deformazione monodimensionale su sabbie di

pomice ottenute artificialmente per frantumazione del materiale commercialmente disponibile per impiego nel campo edilizio (cfr. Fig. 1).

Le sabbie di pomice presentano un doppio ordine di pori, e sono, quindi, facilmente frantumabili già a partire da livelli tensionali bassi. Di conseguenza esse dovrebbero raggiungere una configurazione “stabile” sia per quanto riguarda la composizione granulometrica sia per quanto riguarda la struttura del materiale, a partire da pressioni relativamente basse.



Figura 1. Materiale di partenza dal quale sono state ottenute per frantumazione le sabbie utilizzate nella sperimentazione. Le dimensioni dei “grani” sono comprese tra 10 e 15mm.

2 CARATTERISTICHE DELLE SABBIE UTILIZZATE NELLA SPERIMENTAZIONE

La sperimentazione è stata condotta su una sabbia di pomice ottenuta artificialmente per frantumazione di frammenti di roccia delle dimensioni della ghiaia grossa, Fig. 1. Le sabbie utilizzate sono essenzialmente monogranulari, con diametro dei grani compreso tra 0.18 e 2mm; la loro composizione granulometrica è rappresentata sulla figura 2. Il coefficiente di uniformità C_u è compreso fra 1.18 e 1.29 per le sabbie quasi monogranulari (sabbie 1-6, Fig. 2) e fra 1.38 e 1.66 per le miscele (sabbie 7 e 8, Fig. 2).

Il peso specifico γ_s è di 24.5 kNm^{-3} . I grani hanno forma irregolare, sono generalmente allungati e a spigoli vivi, e presentano vuoti intragranulari.

3 PIANO DELLA SPERIMENTAZIONE E MODALITÀ D’ESECUZIONE DELLE PROVE

La sperimentazione è consistita nell’esecuzione di prove di compressione edometrica nelle quali la massima pressione prevista è stata applicata con un unico incremento di carico. La durata delle prove è compresa tra 5 e 10 minuti. Per tale durata l’influenza del *creep* sulla frantumazione dei grani è trascurabile.

Le prove sono state eseguite su provini con diametro di 56 mm con classici edometri (convenzionali), con un edometro che permette l’applicazione di tensioni verticali efficaci fino a 20 MPa e con un edometro speciale²⁵ avente diametro di 73mm che permette l’applicazione di pressioni fino a 120 MPa.

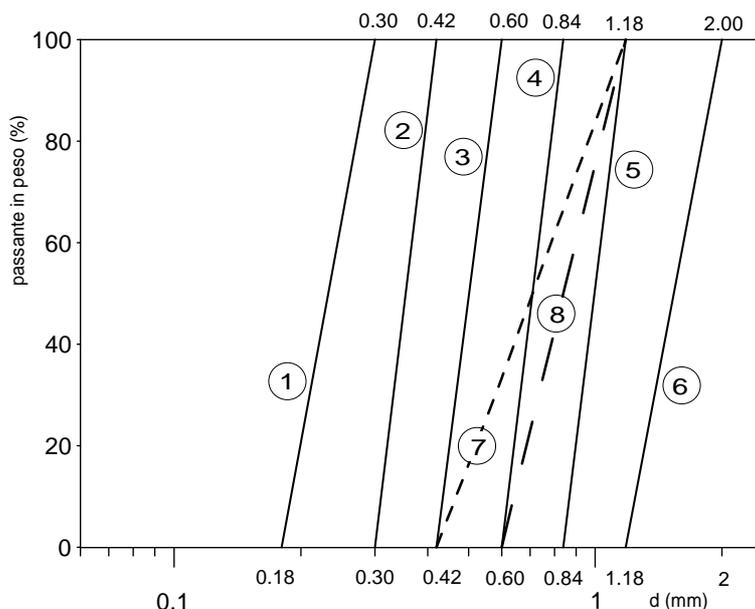


Figura 2. Composizione granulometrica delle sabbie utilizzate nella sperimentazione. 1) $0.18 \leq d \leq 0.30$ mm; 2) $0.30 \leq d \leq 0.42$ mm; 3) $0.42 \leq d \leq 0.60$ mm; 4) $0.60 \leq d \leq 0.84$ mm; 5) $0.84 \leq d \leq 1.18$ mm, 6) $1.18 \leq d \leq 2.00$ mm, 7) $0.42 \leq d \leq 1.18$ mm, 8) $0.60 \leq d \leq 1.18$ mm. La sabbia 7 (miscela M1) è stata ottenuta come miscela al 33.33% delle sabbie 3), 4) e 5); la sabbia 8), miscela M2, come miscela al 50% delle sabbie 4) e 5).

Le prove sono state eseguite su materiale con contenuto d'acqua molto basso (dell'ordine dello 0.1-0.2%) che il materiale presenta in laboratorio in ambiente controllato a temperatura di 20 ± 1 °C. I provini sono stati confezionati per *tamping* a strati di 2-3mm circa direttamente nell'edometro. L'indice di porosità iniziale e_0 dei provini è compreso tra 3.03 e 3.6 per le sabbie 1-6 (cfr. Fig. 2) e fra 2.93 e 3.01 per le miscele (sabbie 7 e 8, cfr. Fig. 2).

Sono state eseguite finora complessivamente circa 200 prove. Le prove sono state eseguite La massima pressione applicata è stata di 100 MPa.

Nel campo tensionale 2-20 MPa, molte prove sono state eseguite sia con gli edometri convenzionali che con l'edometro speciale allo scopo di verificare l'effetto dimensione del provino. I risultati ottenuti indicano che, a parità di pressione applicata, le differenze che si riscontrano tra le prove eseguite con l'edometro speciale e quelli convenzionali sono del tutto trascurabili. Pertanto, nella presente memoria, per chiarezza di esposizione, si riporterà un solo risultato (relativo alla generica pressione).

La sperimentazione è stata eseguita essenzialmente su sabbie monogranulari e su miscele leggermente più assortite granulometricamente. È stato esplorato un ampio intervallo granulometrico (da 0.18 a 2mm, cfr. Fig. 2) e un ampio intervallo tensionale ($\sigma'_v = 0.15 - 100$ MPa).

A fine prova, per tutti i provini, è stata determinata per via secca la composizione granulometrica, allo scopo di studiare e quantificare il processo di *crushing* delle particelle.

4 RISULTATI SPERIMENTALI

In figura 3 è riportata una foto di un provino a fine prova per sabbia avente inizialmente grani con diametro d compreso tra 0.42 e 0.60 mm (sabbia 3, Fig. 2) e per $\sigma'_v = 15$ MPa.

L'altezza del provino passa da 20 a 11 mm; l'indice di porosità si riduce da 3.03 a 0.75. La sabbia diventa molto assortita granulometricamente, la struttura diventa serratissima e simile a quella delle *locked sands*³⁰ che consente di poter estrarre il provino integro dall'edometro. Il materiale però non è cementato, tanto che si disgrega in breve tempo se immerso in acqua.

In figura 4 sono riportate le foto al microscopio ottico di alcune delle frazioni della sabbia a fine prova del provino rappresentato in Fig. 3. A fine prova sono presenti ancora grani trattenuti allo staccio con apertura 0.42mm, figura 4a), ossia grani con le stesse dimensioni di quelle iniziali.

Per effetto dell'applicazione del carico si generano grani di dimensioni più piccole, v. figure 4 b), c), d), e) f). Le particelle più piccole generate hanno diametro minore di 0.075mm. Per tutte le frazioni generate si osserva che i grani hanno spigoli vivi compresa la frazione passante allo staccio n. 200 ASTM (figura 4 f).

Questo risultato è di notevole importanza in quanto dimostra che anche le particelle più piccole sono a spigoli vivi e quindi ancora potenzialmente frantumabili per effetto dell'aumento del livello tensionale o per effetto dell'applicazione di carichi di lunga durata (fenomeni di *creep*).

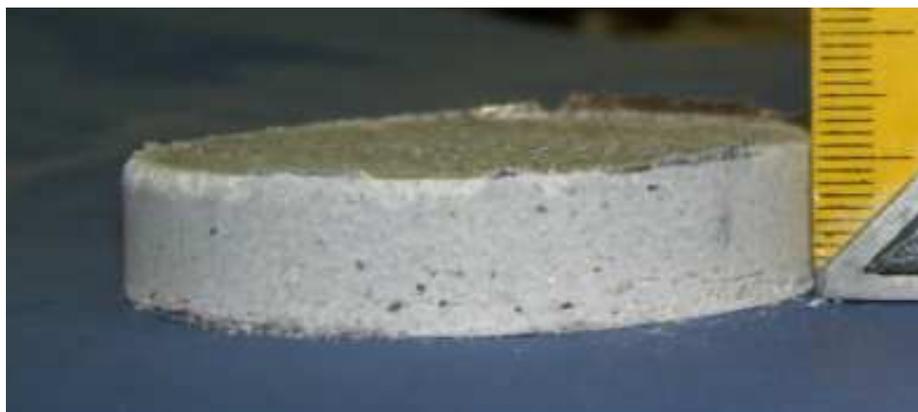


Figura 3. Provino a fine prova. Sabbia iniziale: $0.42 < d < 0.60$ mm ($\sigma'_v=15$ MPa). Indice di porosità iniziale $e_0=3.03$. Altezza iniziale del provino: $H_0=20$ mm; diametro del provino: $D=73$ mm; altezza finale: $H_{fin}=11$ mm. $e_f=0.75$. Si noti che il materiale presenta uno stato di addensamento e una struttura fortemente interconnessa che consente l'estrazione del provino integro dall'edometro.

5 EVOLUZIONE DELLA COMPOSIZIONE GRANULOMETRICA

Nelle figure 5 e 6 sono riportate le curve granulometriche a fine prova.

Il *crushing* dei grani inizia già a livelli tensionali bassi e aumenta con la pressione σ'_v , e a parità di altre condizioni, con le dimensioni medie dei grani della sabbia di partenza.

Per tutte le sabbie utilizzate per valori di σ'_v dell'ordine di appena 150 kPa si osservano evidenti variazioni della composizione granulometrica. A parità di σ'_v le variazioni di composizione granulometrica aumentano con l'aumentare delle dimensioni medie iniziali dei grani: più è grossa la sabbia più è intenso il processo di *crushing*.

Sulla base delle composizioni granulometriche ottenute a fine prova è possibile caratterizzare il processo di frantumazione e schiacciamento dei grani mediante le variazioni dei singoli diametri caratteristici ΔD_j e mediante l'indice di *crushing* globale B_r di Hardin⁷.

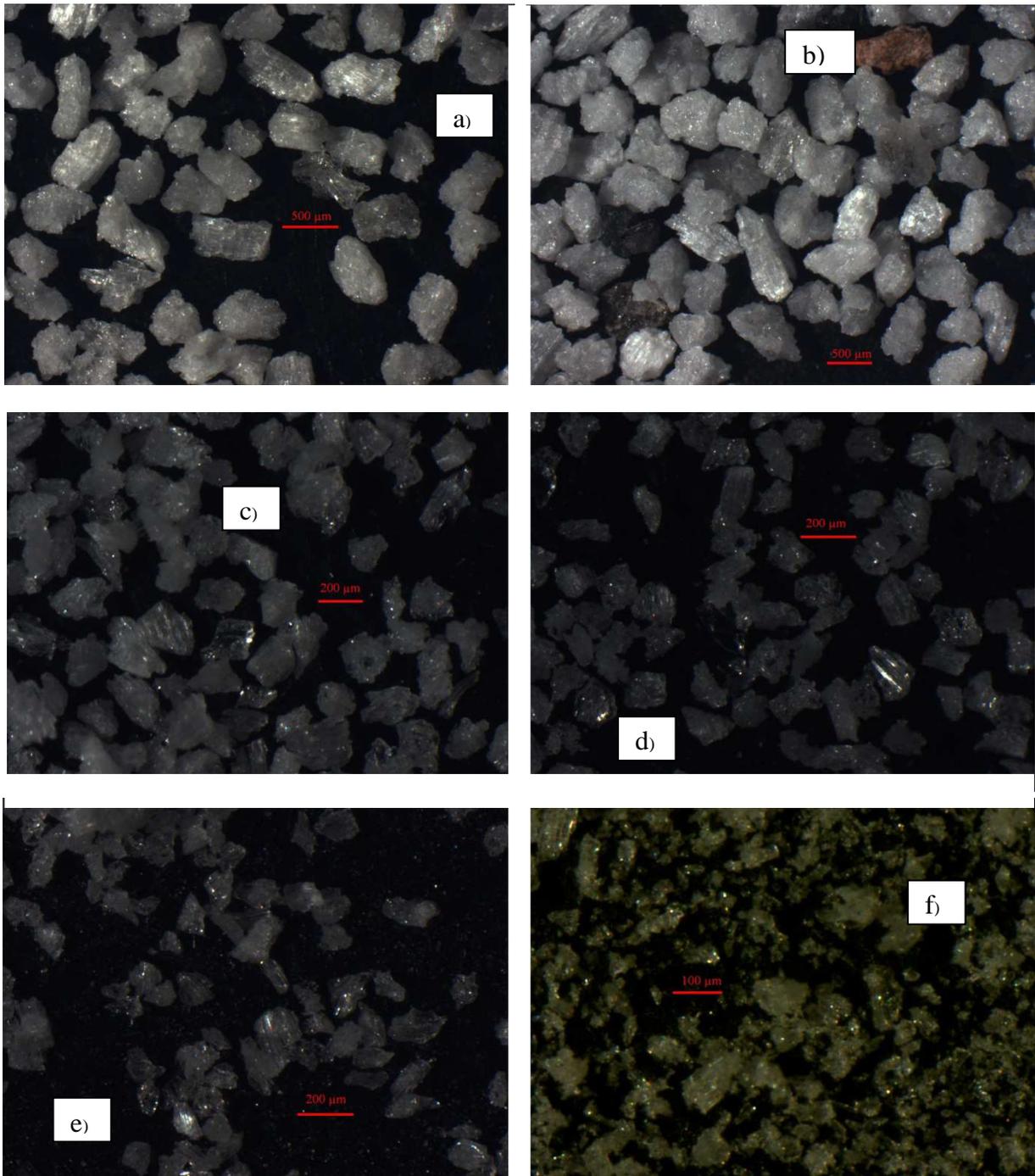


Figura 4. Grani della sabbia $0.42 < d < 0.60$ mm a fine prova ($\sigma'_v=15$ MPa). a) grani con $0.42 < d < 0.60$ mm sopravvissuti (ingrandimento 16x). Grani generati per frantumazione: b) $0.30 < d < 0.42$ mm (20x); c) $0.18 < d < 0.25$ mm (32x); d) $0.106 < d < 0.15$ mm (40x); e) $0.075 < d < 0.106$ mm (50x); f) $d < 0.075$ mm (90x).

5.1 Evoluzione dei diametri caratteristici

Per tutte le sabbie è stata studiata l'evoluzione dei seguenti diametri caratteristici: D_{10} , D_{15} , D_{25} , D_{50} , D_{75} .

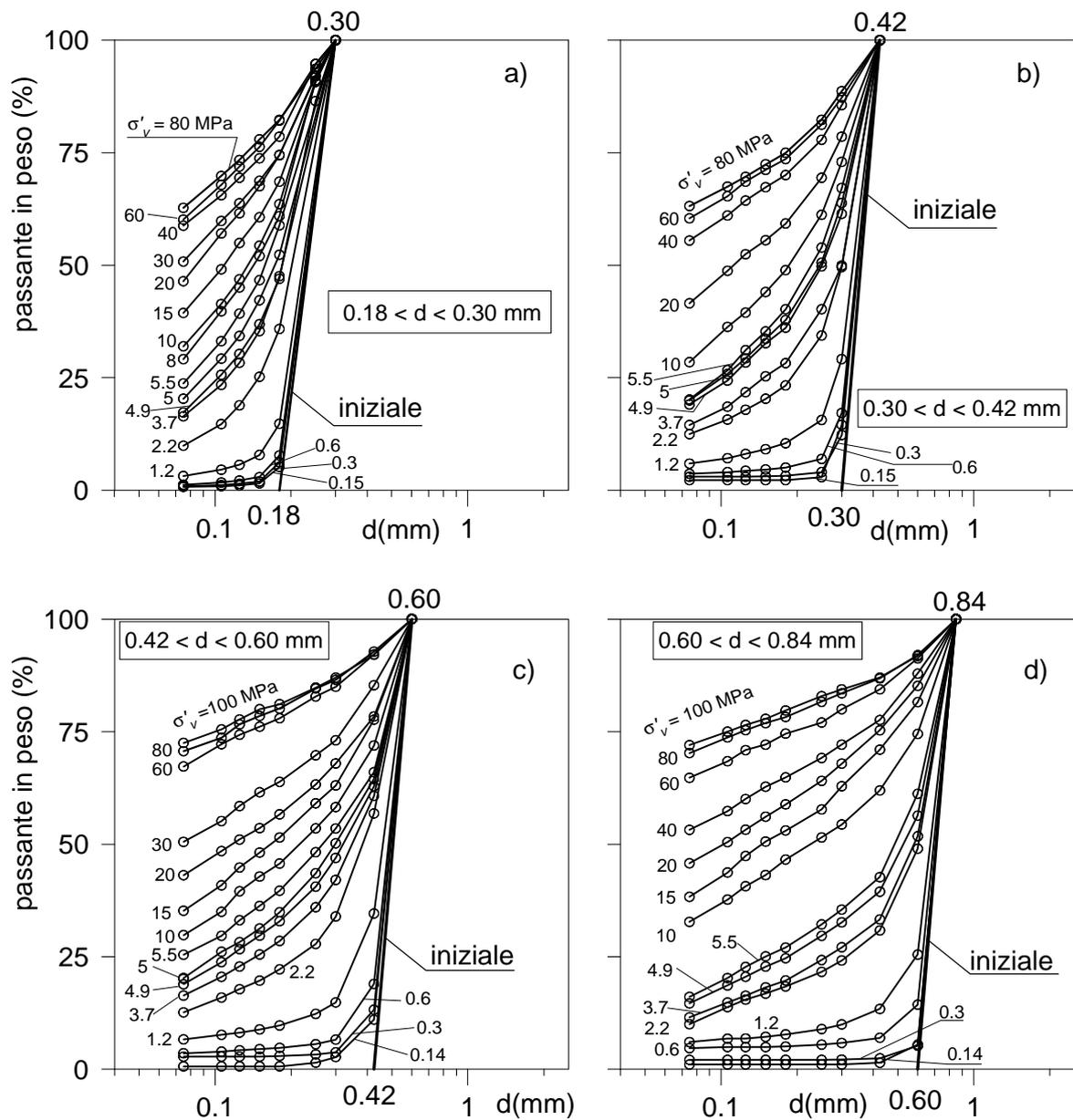


Figura 5. Composizione granulometrica a fine prova delle sabbie 1, 2, 3 e 4 di figura 2. Il processo di frantumazione dei grani diventa più intenso con l'aumentare della σ'_v e a parità di σ'_v con l'aumentare delle dimensioni medie iniziali delle particelle costituenti la sabbia.

È stato dimostrato^{25,27} che per le sabbie carbonatiche e per quelle di quarzo, l'evoluzione della composizione granulometrica, sia in condizioni triassiali che in condizioni di deformazione 1-D, può essere espressa con una funzione di Verhulst:

$$f(x) = \frac{1}{k} \frac{h}{(1 + C e^{-h \log(x)})} \quad (1)$$

nella quale h , k , e C sono costanti positive dipendenti dalla costituzione mineralogica e dallo stato iniziale (indice di porosità iniziale, granulometria, assortimento granulometrico, forma

dei grani) della sabbia, mentre f rappresenta la variazione del generico diametro caratteristico ΔD_j o l'indice di *crushing* B_r , mentre x , nel caso 1-D, è la tensione verticale applicata σ'_v . Nel caso 1-D l'equazione 1 diventa quindi:

$$\Delta D_j = \frac{1}{k} \frac{h}{(1 + C e^{-h \log \sigma'_v})} \quad (2)$$

L'evoluzione dei diametri caratteristici con la pressione applicata per le varie sabbie pomicee è riportata sulle figure 7 e 8.

Si può osservare che le variazioni di diametro caratteristico, a parità di altre condizioni, aumentano con le dimensioni medie delle sabbie di partenza essendo l'intervallo di variazione dei diametri dipendente dalle dimensioni iniziali dei grani.

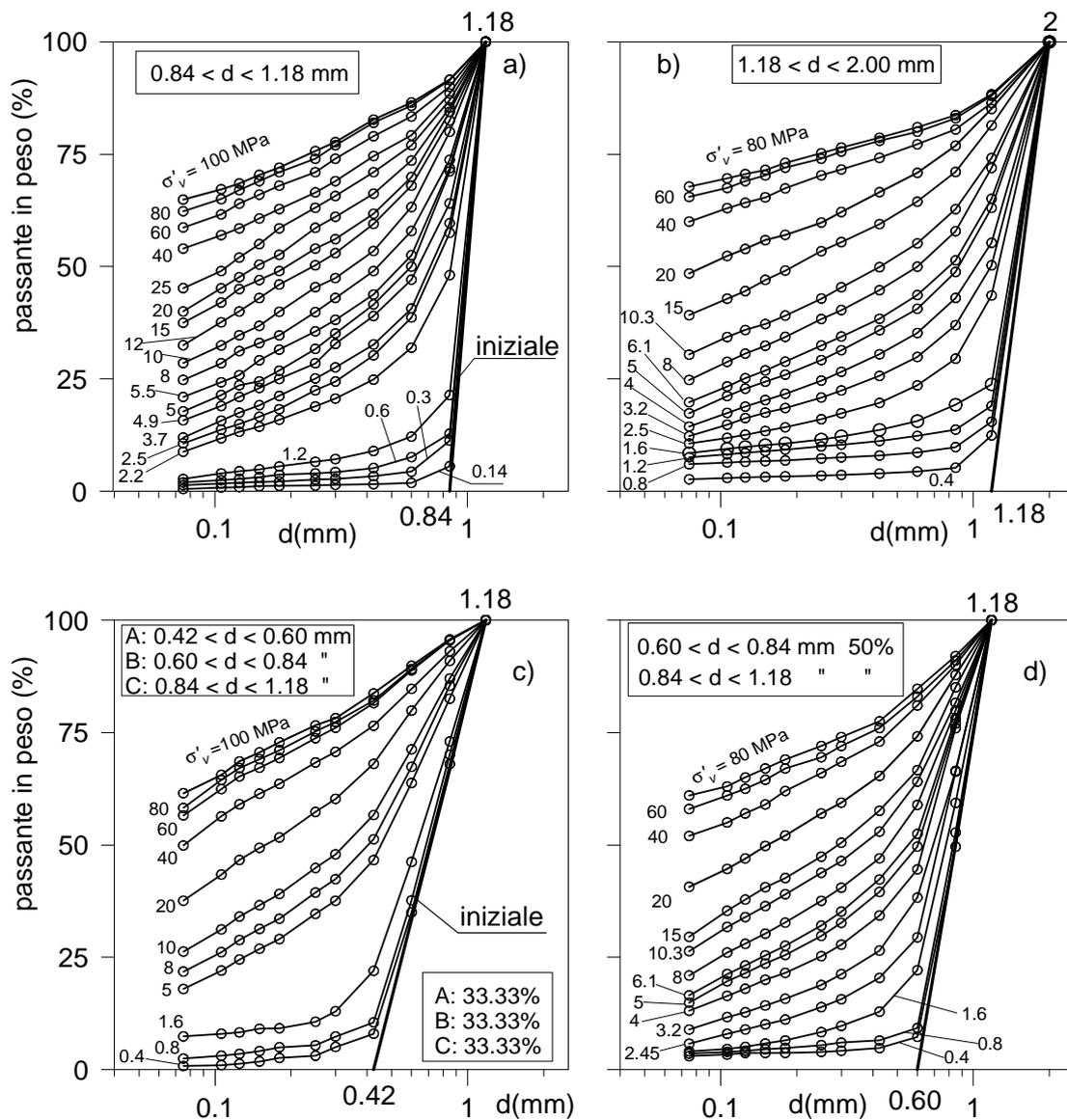


Figura 6. Composizione granulometrica a fine prova delle sabbie 5, 6, 7 e 8 di figura 2. Si noti che a parità di σ'_v il *crushing* è meno intenso nelle sabbie inizialmente più assortite (miscele c) e d)).

In tutti i casi le variazioni dei diametri caratteristici rappresentati presentano andamento che tende a stabilizzarsi con l'aumentare della pressione applicata σ'_v . I valori della pressione σ'_v a partire dalla quale le variazioni di diametro caratteristico sono trascurabili si riducono passando dai diametri caratteristici più grandi ai diametri caratteristici più piccoli ossia dal ΔD_{75} al ΔD_{10} , a parità di sabbia considerata; a parità di diametro caratteristico la pressione in esame si riduce con l'aumentare delle dimensioni medie iniziali dei grani. Ad esempio per il ΔD_{10} si passa da valori σ'_v di 8-10 MPa per la sabbia più fina ($0.18 < d < 0.30 \text{ mm}$) a valori di σ'_v di 1.5-2 MPa per la sabbia più grossa ($1.18 < d < 2 \text{ mm}$).

Per il diametro caratteristico D_{75} non si raggiunge completamente la “stabilizzazione” specie per le sabbie più fine. Questo risultato è legato al fatto che per tutte le sabbie sottoposte a prova la possibilità di variazione è più alta per i diametri caratteristici più grandi (D_{75} , D_{50}) e quindi proprio tali diametri sono suscettibili di variazione essendo legati alla parte più grossa del materiale prodotto dal processo di carico, ancora potenzialmente frantumabile. Per contro i diametri caratteristici minori (D_{10} , D_{15}) sono legati alla componente più fina del materiale prodotto e quindi più difficilmente frantumabile.

Si osserva, per tutte le sabbie, che un numero non trascurabile di particelle più grosse sopravvive al processo di frantumazione in quanto il processo di *crushing* stesso produce, già a partire da livelli tensionali bassi, materiale sempre più assortito granulometricamente, alto numero di contatti intergranulari, e distribuzione delle azioni di contatto sulla superficie anche dei grani più grossi tendenti alla compressione uniforme o isotropa (con sforzi deviatorici e di trazione molto bassi o nulli). Per tale tipo di sollecitazione è molto difficile e improbabile la rottura delle singole particelle.

I risultati ottenuti confermano che, una volta raggiunta una composizione granulometrica “stabile”, è sempre più difficile modificarla.

È da osservare che le variazioni dei diametri caratteristici pur presentando trend generale di tipo sigmoidale, presentano per certi intervalli tensionali un andamento a gradini.

Questo andamento legato al processo di *crushing* dei grani il quale è un processo discontinuo in quanto il materiale durante l'applicazione del carico, raggiunge una serie di configurazioni granulometricamente e strutturalmente “stabili” in corrispondenza di un dato intervallo tensionale, superato il quale si verifica nuovamente un brusco incremento di grani frantumati e il raggiungimento di una nuova configurazione “stabile” e così via. All'aumentare del livello tensionale “i gradini” legati al *crushing* tendono a scomparire.

5.2 Evoluzione dell'indice di *crushing* B_r

Il processo di *crushing* è stato quantificato mediante l'indice di *breakage relativo* B_r di Hardin⁷, la cui definizione è indicata in figura 9.

Il coefficiente B_r si basa sulla differenza tra la distribuzione granulometrica della sabbia a fine prova e quella iniziale e consente quindi di descrivere la differenza tra la composizione granulometrica finale e quella iniziale relativa alla generica pressione applicata.

Il coefficiente B_r varia tra 0 (assenza di grani frantumati) e 1 (composizione granulometrica del materiale finale con diametro minore o uguale a 0.075mm).

Anche l'andamento dell'indice di *breakage relativo* B_r di Hardin in funzione di σ'_v è descrivibile con una funzione di Verhulst.

$$B_r(\sigma'_v) = \frac{1}{k_1} \frac{h_1}{(1 + C_1 e^{-h_1 \log(\sigma'_v)})} \quad (3)$$

con h_1 , k_1 e C_1 costanti positive e dipendenti anch'esse dallo stato iniziale della sabbia (composizione mineralogica, indice di porosità iniziale, granulometria, assortimento granulometrico, forma dei grani, etc.) della sabbia.

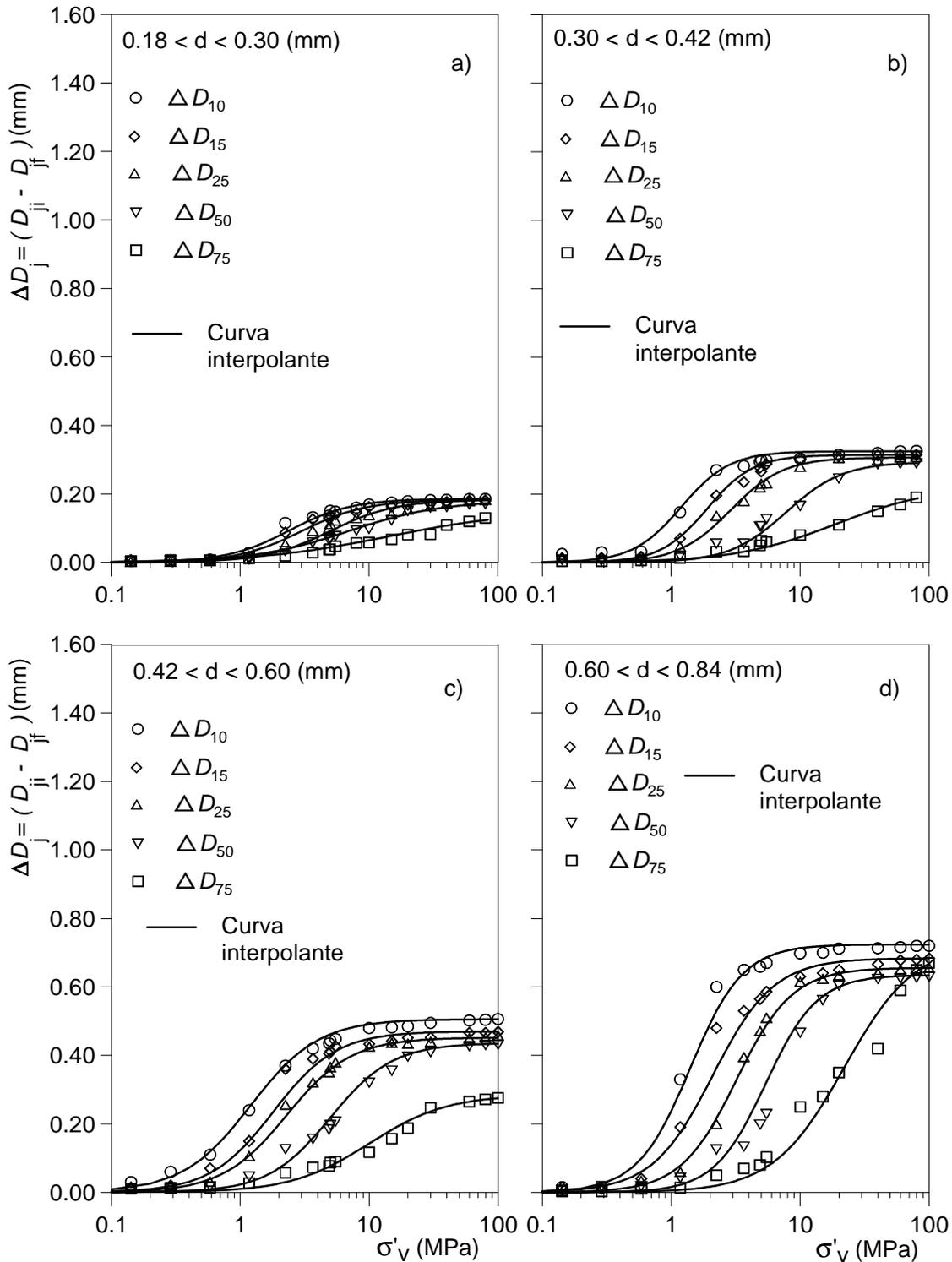


Figura 7. Evoluzione delle variazioni dei diametri ΔD_{10} , ΔD_{15} , ΔD_{25} , ΔD_{50} , ΔD_{75} con la pressione verticale σ'_v . Sabbie 1,2,3 e 4 di Fig. 2. D_{ji} : diametro D_j iniziale; D_{jf} : diametro D_j finale.

L'andamento dell'indice B_r con la pressione applicata σ'_v è riportato per tutte le sabbie in figura 10. Le curve $B_r - L$ indice $B_r - \sigma'_v$ tendono a un asintoto orizzontale.

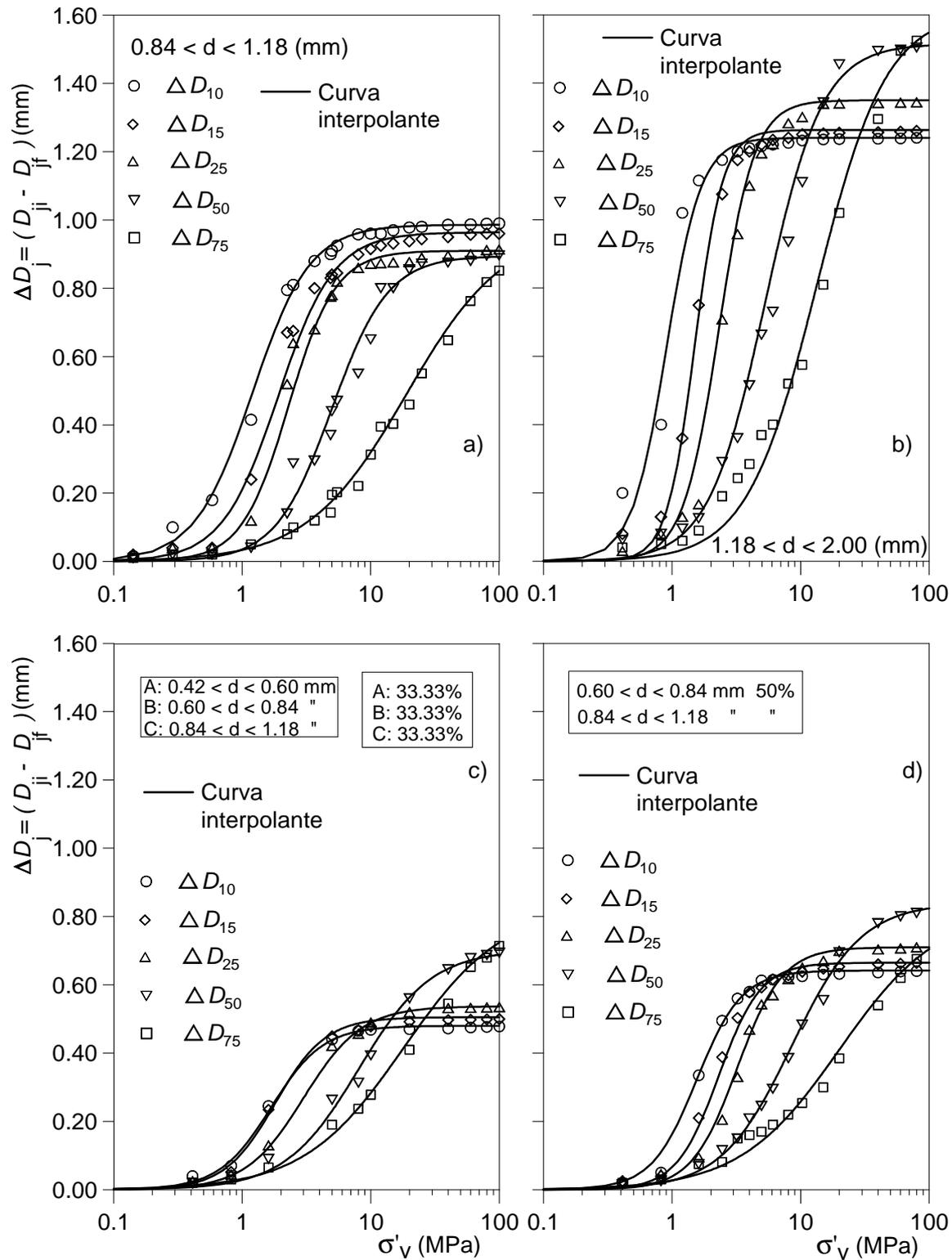


Figura 8. Evoluzione delle variazioni dei diametri ΔD_{10} , ΔD_{15} , ΔD_{25} , ΔD_{50} , ΔD_{75} con la pressione verticale σ'_v . Sabbie 5, 6, 7 e 8 di Fig. 2. D_{ji} : diametro D_j iniziale; D_{jf} : diametro D_j finale.

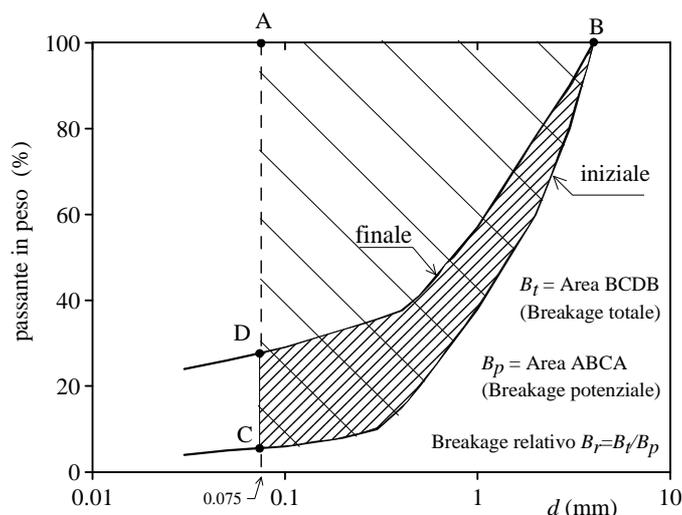


Figura 9. Definizione dell'indice di *breakage* relativo secondo Hardin (1985).

Anche questo risultato porta alla conclusione che il processo di frantumazione dei grani produce un materiale sempre più assortito granulometricamente, sempre più con struttura stabile ossia meno modificabile.

È da osservare che l'andamento dell'indice B_r non presenta l'andamento "a gradini" precedentemente descritto per i singoli diametri caratteristici essendo un indice globale che non può, per sua natura, riflettere "la discontinuità" del fenomeno del *crushing*.

Il valore massimo di B_r aumenta con le dimensioni medie iniziali dei grani, passando da $B_r=0.67$ per la sabbia più fina, $0.18 < d < 0.30 \text{ mm}$, al valore $B_r=0.83$ per le sabbie più grosse ($0.84 < d < 1.18 \text{ mm}$ e $1.18 < d < 2.00 \text{ mm}$), cfr. Fig. 11.

Per la miscela M1, che è la più assortita granulometricamente, si osserva un andamento con gradiente di B_r con σ'_v non nullo anche in corrispondenza della massima pressione applicata. Questo comportamento è legato al fatto che il *crushing* è strettamente dipendente dal valore degli sforzi di contatto intergranulare che sono, a parità di pressione media applicata, più piccoli nelle le sabbie più assortite, e di conseguenza il processo di rottura dei grani è più graduale rispetto a quello delle sabbie monogranulari.

6 CONCLUSIONI

I risultati della ricerca finora acquisiti consentono di trarre le seguenti conclusioni.

La sabbia utilizzata subisce, per effetto della pressione applicata, notevoli modifiche della composizione granulometrica e della struttura che portano a composizione granulometrica e a struttura sempre più stabili all'aumentare della tensione verticale applicata. Il processo di *crushing* dà luogo a materiali sempre più assortiti granulometricamente.

Una parte dei grani iniziali sopravvive anche per valori di σ'_v molto alti per effetto del loro alto numero di coordinazione a pressioni medio-alte.

I grani generati, anche quelli più piccoli, presentano spigoli vivi.

I risultati ottenuti basati su un ampio programma sperimentale (più di 200 prove) confermano pienamente i risultati relativi a sabbie di altra natura e composizione come quelle bioclastiche e quelle quarzose^{25,27}.

Tenuto conto dei risultati delle precedenti sperimentazioni^{25,27}, i risultati ottenuti sulle sabbie pomicee indicano che la relazione del tipo di Verhulst proposta per la descrizione

dell'andamento delle variazioni dei diametri caratteristici in funzione della pressione verticale efficace applicata possa ritenersi di validità generale.

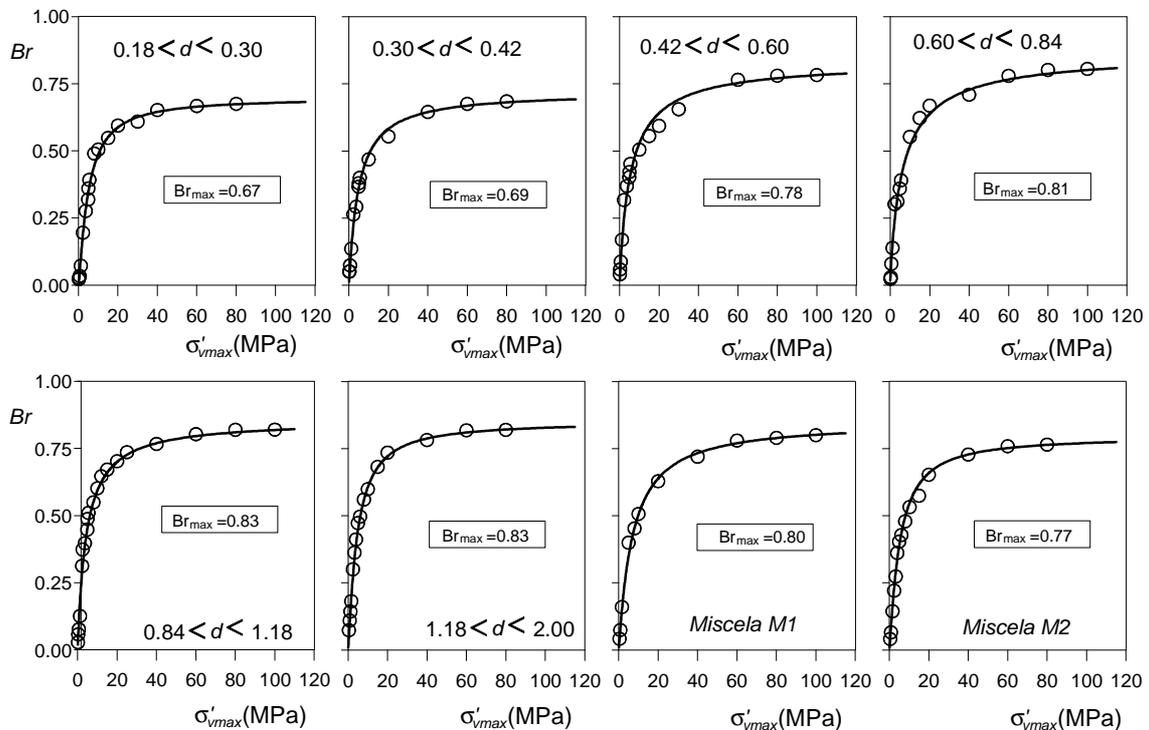


Figura 10. Andamento dell'indice di *breakage* relativo B_r con la pressione verticale applicata σ'_v . I dati sperimentali sono interpolati con una curva di Verhulst in linea continua.

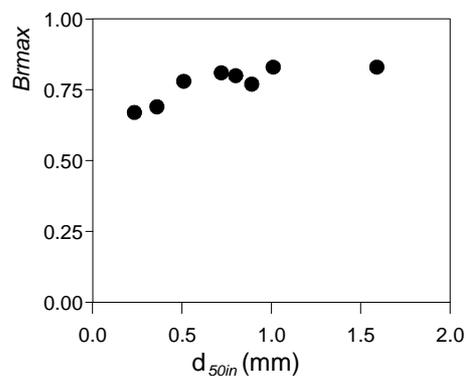


Figura 11. Andamento del valore massimo dell'indice di *breakage* relativo B_{rmax} col diametro medio iniziale d_{50in} delle sabbie.

Elenco dei principali simboli

B_r	Indice di <i>breakage</i> relativo secondo Hardin
B_{rmax}	Valore massimo dell'indice di <i>breakage</i> relativo
d	Diametro dei grani o delle particelle solide
d_{50in}	Diametro medio iniziale delle sabbie

D	Diametro caratteristico
ΔD	Variazione del diametro caratteristico
e	Indice di porosità
e_0	Indice di porosità iniziale
H_0	Altezza iniziale dei provini
H_{fin}	Altezza iniziale dei provini
h, h_1, k, k_1, C, C_1	Costanti dell'equazione di Verhulst
γ_s	Peso specifico della sabbia
σ'_v	Tensione verticale efficace

BIBLIOGRAFIA

- [1] Roberts J.E. and J.M. de Souza, "The compressibility of sands". *Proc. of the Am. Soc. for Test. and Mat.*, **58**, 1269-1277 (1958).
- [2] A. J. Hendron, "The behaviour of sand in one-dimensional compression". *PhD thesis*, University of Illinois at Urbana (1963).
- [3] R.J Marsal, "Large scale testing of rockfill materials". *J. of Soil Mech. and Found. Div.*, ASCE, **93**, SM2, 27-43(1967).
- [4] R.J Marsal, "Mechanical properties of rockfill". *Embankment-Dam Engineering, Casagrande Volume*, John Wiley & Sons, 109-199 (1973).
- [5] K. L. Lee and I. Farhoomand, "Compressibility and crushing of granular soils in anisotropic triaxial compression". *Can. Geotech. J.*, Ottawa, Canada, **4** (1), 68-86 (1967).
- [6] A. S Vesic and G.W Clough, "Behaviour of granular material under high stress". *J. of Soil Mech. and Found. Div.*, ASCE, **94**, 3, 661-668 (1968).
- [7] B.O. Hardin, "Crushing of soil particles", *J. of Geotech. Engrg*, ASCE, **111**, 10, 1177-1192 (1985).
- [8] J. Fedá, "High-pressure triaxial tests of a highly decomposed granite". *Int. Symp. The Geotechnics of Structurally Complex Formations*, A.G.I., **1**, 239-244 (1977).
- [9] N. Miura and S. O-hara, "Particle-crushing of a decomposed granite soil under shear stresses". *Soil and Found.*, JSSMFE, **19**, 3, 1-14 (1979).
- [10] J. A Yamamuro, "Instability and behaviour of granular materials at high pressures". *PhD Dissertation, Dept. of Civ. Eng.*, Univ. of California, Los Angeles (1993).
- [11] M.M. Hagerty, D.R. Hite, C. R Ullrich and D.B. Hagerty, "One-dimensional high-pressure compression of granular media". *J. of Geotech. Engrg*, ASCE, **119**, 1, 1-18 (1993).
- [12] J. A. Yamamuro, P.A. Bopp and P.V. Lade, "One-dimensional compression of sands at high pressures. *J. of Geotech. Engrg*, ASCE, **112**, 2, 147-154 (1996).
- [13] P.V. Lade, J.A. Yamamuro and P.A. Bopp, "Significance of particle crushing in granular materials" *J. of Geotech. Engrg*, ASCE, **122**, 4, 309-316 (1996).
- [14] G.R. McDowell and M.D. Bolton, "On the micromechanics of crushable aggregates" *Géotechnique*, **48**, 5, 667-679 (1998).
- [15] M.D. Bolton, "The role of micro-mechanics in soils mechanics". In: M. Hyodo and Y. Nakata (Eds.). *Proc. of IWSC'99*. Yamaguchi University, Japan, 58-82 (1999).
- [16] M.D. Bolton, Y. Nakata and Y.P. Cheng, "Micro – and macro – mechanical behavior of DEM crushable materials" *Géotechnique*, **58**, 6, 471-480 (2008).

- [17] P.V. Lade and H. Karimpour, “Static fatigue controls particle crushing and time effects in granular materials”. *Soils and Foundations*, **50**, 5, 573-583 (2010).
- [18] H. Karimpour and P.V. Lade, “Time effect relate to crushing in sand”. *J. of Geotech. and Geoenvir. Engng*, ASCE, **136**, 9, 1209-1219 (2010).
- [19] J. Burland, Calcareous Sediments Conference – Closing address. *Proc. Int. Conf. Calcareous Sediments, Pert, Australia, Jewell & Andrews (eds)*, Balkema, Rotterdam. **2**, 869-871 (1988).
- [20] J. L. Colliat-Dangus, J. Desrues and P. Foray, “Triaxial testing of granular soil under elevated cell pressure”. *Advanced Triaxial Testing of Soil and Rock. ASTM STP 977*, Donaghe, Chaney and Silver Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 290-310 (1988).
- [21] C.R. Golightly and A.F.L. Hyde, “Some fundamental properties of carbonate sand”. *Proc. Int. Conf. Calcareous Sediments, Pert, Australia, Jewell & Andrews (eds)*, Balkema, Rotterdam. **1**, 69-78 (1988).
- [22] M. R. Coop, “The mechanics of uncemented carbonate sands. *Géotechnique*, **40**, 4, 607-626 (1990).
- [23] T. Fukumoto, “Particle breakage characteristics in granular soils”. *Soil and Found., JSSMFE*, **32**, 1, 26-40 (1992).
- [24] C. Valore, “1-D strain in a sand composed of brittle particles”. *Proc. 13th Inter. Conf. Soil Mech. and Found. Engrg.*, Athens, **1**, 21-24 (1994).
- [25] M. Ziccarelli, “Comportamento meccanico di sabbie carbonatiche bioclastiche in stato di deformazione monodimensionale” – *Tesi di dottorato in Ingegneria Geotecnica – Dottorato di Ricerca in Ingegneria Geotecnica – Consorzio tra le Università di Catania e di Palermo – Catania* (1999).
- [26] M. R. Coop, K.K: Sorensen, T.B. Freitas and G. Georgoutsos, 2004. “Particle breakage during shearing of a carbonate sand”, *Géotechnique*, **54**, 3, 157-163 (2004).
- [27] C. Valore and M. Ziccarelli, “ The evolution of grain-size distribution of sands under 1-D compression”, *17th Int. Conf. on Soil Mech. and Geotech. Engrg.* – Alexandria, **1**, 84-88 (2009).
- [28] J. K. Mitchell and K. Soga, “*Fundamentals of Soil Behavior*”. *Third edition. J. Wiley & Sons, New York* (2005).
- [29] A. Ramha, “Modélisation du comportement du milieu granulaire en fonction de l'écrasement des grains” *Can. Geotech. J.*, **35** , 517-523 (1998).
- [30] Dusseault and N.R. Morgenstern, “Locked sands”. *Q. J. Engrg Geol.*, **12**, 117-131 (1979).