

## PIANO ANNUALE DELLE RICERCHE DEL DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E INFORMATICA – ANNO 2020

Le attività di ricerca del Dipartimento si sviluppano trasversalmente lungo tutta l'Area 01 – Scienze matematiche e informatiche (con l'eccezione dei SSD MAT/01 e MAT/09). Di seguito le principali tematiche che si prevede di approfondire, suddivise per settore scientifico disciplinare.

### MAT/02 Algebra

Si distinguono due ambiti di ricerca:

#### **A. Identità polinomiali.**

Ricercatori coinvolti: Francesca Benanti (RU), Daniela La Mattina (PA), Fabrizio Martino (RTDA), Antonio Giambruno (CE), Carla Rizzo (PhDE).

#### **B. Algebra categoriale intrinseca.**

Ricercatori coinvolti: Giuseppe Metere (PA).

#### 1. Piano di ricerca per l'anno 2020.

##### **A. Identità polinomiali di un'algebra su un campo di caratteristica zero.**

La ricerca è focalizzata nello studio delle identità polinomiali di un'algebra su un campo di caratteristica zero, ovvero nello studio dei T-ideali dell'algebra libera mediante metodi combinatori ed asintotici che fanno riferimento alle rappresentazioni dei gruppi simmetrici e generali lineari. Il calcolo asintotico dei gradi delle rappresentazioni irriducibili del gruppo simmetrico in caratteristica zero è ben noto ed un'analisi della decomposizione del co-carattere di un'algebra in caratteri irriducibili per il gruppo simmetrico permette di ottenere valutazioni asintotiche che determinano invarianti delle corrispondenti varietà. Uno studio analogo è stato iniziato negli ultimi anni riguardante i polinomi centrali di un'algebra associativa. In quest'ambito sono stati definiti due ulteriori invarianti del corrispondente T-spazio dell'algebra libera ed uno degli obiettivi è quello di studiare tali invarianti mettendoli in relazione con gli invarianti noti dei T-ideali. Per algebre non associative si studierà la crescita dei polinomi centrali nell'ambito delle rappresentazioni delle algebre di Lie semplici di dimensione finita. Per algebre munite di una funzione traccia si sono definite e studiate le identità polinomiali con traccia. In quest'ambito si cercherà di classificare le varietà di algebre con traccia di crescita quasi polinomiale.

In modo più dettagliato si analizzeranno vari aspetti di questa teoria al fine di ottenere i seguenti risultati:

1. per algebre non associative si cercherà di classificare alcune varietà significative quali ad esempio le varietà quasi nilpotenti. Si cercherà anche di studiare la crescita "overexponential" delle varietà di algebre non associative;
2. per algebre con super-involuzione o involuzione graduata si studieranno le corrispondenti varietà di crescita esponenziale fissata mettendole anche in relazione con le varietà di algebre ordinarie.
3. il legame esistente tra l'involuzione Grassmanniana di una opportuna algebra con superinvoluzione e le varietà di algebre con involuzione sarà ulteriormente sviluppato per ottenere risultati generali validi per PI-algebre con involuzione;
4. analisi e studio del T-ideale graduato generato dai polinomi Standard o dai polinomi di Capelli graduati. Una ricerca analoga sarà effettuata nell'ambito delle algebre con involuzione e superinvoluzione.
5. si studieranno le identità differenziali di algebre significative su cui agisce un'algebra di Lie di derivazioni. Lo scopo primario è quello di determinare la crescita asintotica di tali identità ed un'eventuale caratterizzazione delle corrispondenti varietà;
6. l'esistenza dei polinomi centrali per le matrici  $n \times n$  ha svolto un ruolo fondamentale per lo sviluppo della teoria delle PI-algebre. Si cercherà di ottenere la crescita esponenziale determinata

dai polinomi centrali per un'algebra soddisfacente una identità polinomiale arricchita da un'ulteriore struttura confrontandola anche con la crescita esponenziale determinata dalle identità polinomiali.

7. Nella classificazione delle algebre di dimensione finita un ruolo primario è svolto dalle algebre fondamentali. Nell'ambito delle algebre con involuzione si cercherà di determinare, a meno di una costante, l'esatta crescita delle corrispondenti codimensioni per un'algebra fondamentale. A tale scopo sarà essenziale sviluppare la teoria delle algebre fondamentali legandolo all'indice di Kemer.

**B. Algebra categoriale intrinseca, co-omologia non abeliana e strutture categoriali interne.**

Algebra categoriale intrinseca: un approccio fibrazionale alla coomologia non abeliana e allo studio delle strutture categoriali interne. Uno studio delle categorie di varietà algebriche (nel senso dell'algebra universale) consiste nella formalizzazione di sistemi di assiomi per i quali certe proprietà delle strutture algebriche in questione diventano proprietà categoriali.

Nel 2020 si intende continuare il programma di studio al fine di introdurre una teoria categoriale dell'ostruzione che estende quella classica di Schreier-MacLane.

In particolare, ci si concentrerà sullo studio degli aspetti fibrazionali della nozione di regular span di Yoneda, sulla classificazione delle mappe deboli tra 2-gruppi stretti e sua generalizzazione a una generica fiberwise op-fibration, sullo studio delle riflessioni conservative di fibrazioni.

2. Fondi con cui si intende attuare le attività delle due linee di ricerca A e B.

**A.** Le visite all'estero e la partecipazione ai convegni saranno finanziati con fondi ministeriali e di ateneo e con fondi del GNSAGA-INDAM e di enti di ricerca d'Israele e Brasile.

**B.** I periodi di permanenza e la partecipazione ai convegni saranno finanziati dai fondi individuali di Ateneo e da fondi derivanti dal gruppo INDAM - GNSAGA.

3. Livello di internazionalizzazione.

**A.** Sono previsti periodi di permanenza per collaborazioni di ricerca presso il Technion, Haifa, Israele, l'Università di San Paolo, l'Università Federale di Minas Gerais, l'Università di Campinas, Brasile. Sono inoltre previste visite di ricerca a Palermo dei prof. E. Aljadeff (Technion, Haifa, Israele), M. Zaicev (Moscow State University, Russia).

**B.** Sono previsti periodi di permanenza con collaborazioni di ricerca presso l'Université Catholique de Louvain, Belgio, e l'Università degli Studi di Milano.

Dal 21 al 27 giugno 2020, organizzeremo a Genova (in partnership con Università degli Studi di Milano e dell'Università degli Studi di Genova) il convegno internazionale "Category Theory 2020".

## **MAT/03 Geometria**

Si distinguono due ambiti di ricerca:

**A. Fondamenti di Geometria ed Algebre di Lie.**

Ricercatori coinvolti: Claudio Bartolone (PO), Giovanni Falcone (PA), Alfonso Di Bartolo (RU);

**B. Geometria algebrica.**

Ricercatori coinvolti: Gilberto Bini (PO), Vassil Kanev (PO), Luca Ugaglia (PA).

1. Piano di ricerca per l'anno 2020.

**A. Fondamenti di Geometria ed Algebre di Lie.**

Sono previste quattro linee di ricerca.

1. Lo studio delle derivazioni di un'algebra di Lie nilpotente di tipo  $\{2n, 1, 1\}$  ha prodotto nel 2018 una pubblicazione su rivista ISI, che si aggiunge ai quattro articoli pubblicati negli anni precedenti, sempre su riviste ISI. Procedendo in questa direzione, s'intendono classificare derivazioni non nulle di algebre di Lie nilpotenti di tipo  $\{n, 1, \dots, 1\}$ .

2. Si conferma l'intenzione di studiare i codici di Goppa su curve iperellittiche, con particolare attenzione al calcolo di una opportuna base dello spazio di Riemann-Roch in caratteristica  $p > 0$ . Risultati parziali sono stati ottenuti in collaborazione con due colleghe dell'Università di Debrecen.
3. Portando avanti le ricerche svolte l'anno passato in collaborazione con il prof. Marco Pavone del Dipartimento di Ingegneria, che hanno condotto all'accettazione di un lavoro su rivista in Q1, si vogliono caratterizzare quei disegni ottenuti da un campo di Galois in modo che i blocchi siano esattamente i sottoinsiemi di  $k$  elementi la cui somma è zero e i loro automorfismi.
4. Con riferimento a lavori pubblicati negli anni precedenti, si vuole portare a termine lo studio dei loops che restano associati ad un sistema di triple  $\{a, b, c\}$  di Steiner ponendo  $a+b+c=0$ , dove  $0$  è un elemento fissato (si osservi che questa definizione differisce in modo sensibile da quella considerata finora in letteratura, dove si è posto  $a+b=c$ ). Risultati parziali sono stati ottenuti in collaborazione con due colleghe dell'Università di Debrecen.

### **B. Geometria algebrica.**

Sono previste quattro linee di ricerca.

1. Si intende studiare la classificazione birazionale delle varietà algebriche da vari punti di vista. Da un lato si estenderà l'uso di invarianti birazionali, quali la dimensione di Kodaira e quella pseudo-effettiva, nonché gli invarianti introdotti dalla teoria di Fujita per la classificazione di varietà polarizzate, dall'altro si cercherà di comprendere se alcuni oggetti algebrici, come, ad esempio, le cluster algebras, possano essere applicate allo studio delle trasformazioni birazionali di varietà proiettive.
2. Dal punto di vista applicativo, si intende proseguire lo studio di proiezioni birazionali dallo stesso spazio proiettivo a più spazi proiettivi sulla base di problemi che vengono dalla Computer Vision. Nel caso di due spazi proiettivi come schermi delle proiezioni, si intende proseguire lo studio delle principali proprietà, nonché la struttura geometrica della varietà delle matrici fondamentali come spazi omogenei.
3. Portando avanti le ricerche svolte nell'anno passato dove sono state esplicitamente costruite famiglie universali di rivestimenti di Galois di una fissata curva  $Y$ , ramificati in  $n$  punti, aventi gruppo di Galois un fissato gruppo  $G$ , si vuole completare il lavoro svolto precedentemente su famiglie di rivestimenti di  $Y$  di grado  $d$ , ramificati in  $n$  punti e aventi fissato gruppo di monodromia  $G$  contenuto nel gruppo simmetrico  $S_d$ , ottenendo risultati analoghi al caso di rivestimenti di Galois. La varietà algebriche, che parametrizzano le curve di queste famiglie universali di rivestimenti di  $Y$ , sono dette spazi di Hurwitz. Si vuole studiare il seguente problema. E' vero che se la curva  $Y$  è definita con equazioni polinomiali con coefficienti in un campo  $K$  contenuto nel campo dei numeri complessi, allora anche gli spazi di Hurwitz sono definiti con equazioni polinomiali con coefficienti nel campo  $K$ .
4. Si intende proseguire lo studio della relazione esistente tra il luogo base delle forme fondamentali di una varietà torica proiettiva  $X$  in un punto generale e la configurazione dei punti interi corrispondenti agli esponenti dei monomi che descrivono l'immersione di  $X$ . In particolare si intende applicare una recente caratterizzazione (descritta in un articolo in collaborazione con il Prof. Antonio Laface, attualmente al vaglio di una rivista in Q1) allo studio del luogo base stabile di divisori sullo scoppimento della varietà torica in un punto generale. Questo permette di produrre nuovi esempi di divisori non semiampi, e dunque esempi di varietà proiettive che non sono spazi Mori dream (in particolare nella interessante categoria degli scoppimenti di spazi proiettivi pesati).

### 2. Fondi con cui si intende attuare le attività delle due linee di ricerca A e B.

In attesa di poter rispondere ai bandi locali e internazionali (rispettivamente, bando CoRI e fondi FFR, action Marie Curie people), si utilizzeranno le risorse messe a disposizione dall'Ateneo (fondo di ricerca dipartimentale) e da altri Atenei (ad es., l'università di Debrecen ha espresso l'impegno a

continuare a sostenere le spese relative alla collaborazione con quell'Ateneo). Inoltre, parte delle spese per la mobilità saranno sostenute dal progetto Fondecyt (Ministero dell'educazione del Cile).

### 3. Livello di internazionalizzazione.

Le ricerche saranno svolte in collaborazione con colleghi dei seguenti paesi:

**A.** -Ungheria (Agota Figula e Carolin Hannusch, Debrecen);

- Sud Africa (Rory Biggs, Pretoria).

**B.** - Francia (Robert Laterveer, Strasburgo - Alessandra Sarti, Poitiers);

- USA (Gian Mario Besana, Chicago);

- Cile (Antonio Laface, Concepción).

## **MAT/04 Matematiche complementari**

Si distinguono due ambiti di ricerca:

### **A. Storia della matematica.**

Ricercatori coinvolti: Cinzia Cerroni (PA), Maria Alessandra Vaccaro (RU), Aldo Brigaglia (CE), Giulia Buttitta (D), Donatella Maria Collura (D), Miglena Asenova (D).

### **B. Didattica della matematica.**

Ricercatori coinvolti: Benedetto Di Paola (RTD B); Giulia Buttitta (D), Donatella Maria Collura (D), Miglena Asenova (D).

### 1. Piano di ricerca per l'anno 2020

**A. Storia della matematica.** Sono previste le seguenti linee di ricerca:

1. Storia della Geometria Algebrica con particolare riferimento alle opere di Luigi Cremona e Corrado Segre.

2. Lo studio e la storia delle trasformazioni quadratiche e il loro ruolo nella prima formulazione del concetto di trasformazione birazionale, partendo dai lavori di L. Magnus e G. Schiaparelli per concludere con quelli di L. Cremona, E. Beltrami e T. Hirst.

3. Le complesse vicende legate allo studio di problemi "elementari" nel corso del tempo, quali quelli relativi alle origini e sviluppo delle cubiche ellittiche legate alla Geometria del triangolo.

4. Tracciare l'evoluzione storica che partendo dalla configurazione del quadrilatero completo e le relative proprietà, attraverso la catena di Clifford arriva a determinare, per ciascun passo della suddetta catena, la corrispondenza con i politopi nello spazio n-dimensionale.

5. La storia dello sviluppo delle geometrie non desarguesiane e non archimedee con quella, a esse collegate, delle algebre (ottonioni, ecc.).

6. Ricerche collegate al Circolo Matematico di Palermo, in particolare approfondire i rapporti tra G.B. Guccia, H. Poincaré e G. Mittag Leffler.

7. La pubblicazione di carteggi e altro materiale d'archivio con speciale riferimento a Luigi Cremona, E. Beltrami, G. Battista Guccia, Placido Tardy e ai matematici napoletani.

8. Le origini e la successiva formalizzazione matematica delle figure geometriche stellate, dal loro impiego nell'arte alla definitiva matematizzazione da parte di Keplero, passando per i meno noti matematici del medioevo che contribuirono alla loro sistematizzazione teorica.

9. Nel quadro della nascita della scienza nazionale italiana durante il Risorgimento, si analizzerà l'influenza della presenza in Italia di matematici stranieri nel periodo pre-unitario sull'ambiente scientifico italiano ed in particolare sulle riviste, quali gli Annali e il Giornale di Matematiche.

10. Il sorprendente ruolo della matematica nella letteratura (in collaborazione con la dott.ssa Elena Toscano, RU MAT/08).

**B. Didattica della Matematica.** Sono previste le seguenti linee di ricerca:

1. Linguistico-matematico: si propongono ricerche torico-sperimentali atte ad analizzare sperimentalmente la disciplina in oggetto come Linguaggio;

2. Matematica, Scienze e realtà: si propongono collegamenti interdisciplinari tra Matematica, Fisica, Scienze, Statistica, Letteratura, Musica etc. con particolare riferimento ai modelli e ai processi cognitivi sottesi all'Insegnamento/Apprendimento delle stesse in contesti scolastici, come ad esempio quelli definiti nei Licei matematici (LM) attivati a Palermo;
3. Matematica e cultura: si propongono ricerche finalizzate alla comparazione di processi cognitivi messi in atto da studenti di cultura differente inseriti nelle classi italiane e non solo. Tali riflessioni fanno da sfondo per la definizione di un Quadro teorico per la formazione insegnanti in contesti multiculturali come quello della "trasposizione culturale" e per la definizione/realizzazione di strumenti didattici realizzati ad hoc;
4. Neuroscienze e Insegnamento/Apprendimento delle Matematiche: si analizzano errori, ostacoli e misconcetti rintracciati nella pratica didattica matematica in classe alla luce di possibili riflessioni discusse in letteratura in ambito neuro-scientifico;
5. Aspetti metodologici di analisi quantitativa e qualitativa per la ricerca in Didattica: si approfondisce l'utilizzo di metodiche di tipo qualitativo (analisi audio-video; interviste; protocolli etc.) e quantitativo (clustering gerarchico/non gerarchico e analisi implicativa) per l'analisi dei processi messi in luce dagli studenti nel problem solving matematico;
6. Rapporti tra Storia e Didattica della Matematica: si discutono alcuni aspetti teorico-sperimentali relativi alle problematiche storico/didattiche nella pratica matematica d'aula e nella formazione insegnanti in servizio e pre-servizio di tutti i gradi scolastici.

## 2. Fondi con cui si intende attuare le attività di cui sopra.

**A.** Fondi GNSAGA-INDAM;

**B.1.** ERASMUS+ Innovative Mathematics Learning Software for Migrant Student (immiMATH);

**B.2.** ERASMUS+ Developing Bridging Courses for Mathematics and Science Teacher Students (Bridge2Teach)

**B.3.** Fondo GIMAT per la formazione insegnanti.

## 3. Livello di internazionalizzazione.

**A.** Molte sono le collaborazioni con altri gruppi di ricerca nazionali e internazionali. In particolare, per quello che riguarda il materiale di archivio ci sono collaborazioni con l'Università di Milano e di Torino, l'Università di Perugia e l'Università della Basilicata. Per le altre ricerche, ci sono collaborazioni con l'Università di Lille e di Nancy. Si segnala inoltre la partecipazione al progetto CIRMATH Italo-Francese.

**B.** Molte sono le collaborazioni con altri gruppi di ricerca nazionali e internazionali in Didattica della Matematica che lavorano sulle stesse tematiche di ricerca. Tra questi: il gruppo di ricerca di Bari, Bologna, Bolzano, Catania, Modena-Reggio Emilia, Roma, Salerno etc. per il contesto nazionale; il gruppo di ricerca di San Diego, (California, USA), il gruppo di ricerca di Pechino (Cina), quello che lavora a Melilla (Spagna) e quello svizzero (Locarno), per quanto riguarda il contesto internazionale.

A queste si aggiungono le collaborazioni di ricerca e divulgazione di pratiche didattiche con i partner stranieri (AT, CY, CZ, LT, UK, SK); collaborazioni di ricerca in MAT/04, definite anche grazie ai progetti europei di Didattica della Matematica che vedono Benedetto Di Paola come coordinatore locale e UniPa partner di progetto.

## **MAT/05 Analisi Matematica**

Si distinguono i seguenti ambiti ricerca:

**A.** *Frame generalizzati, teoria degli operatori e delle algebre di operatori.*

Ricercatori coinvolti: Camillo Trapani (PO); Francesco Tschinke (RU); Giorgia Bellomonte (RTD) Rosario Corso (D); Maria Stella Adamo (PhD, esterna).

**B.** *Integrazione, spazi funzionali, problemi di convergenza e applicazioni.*

Ricercatori coinvolti: Luisa Di Piazza (PO), Diana Caponetti (PA), Valeria Marraffa (PA).

**C. Equazioni differenziali e punti fissi.**

Ricercatori coinvolti: Calogero Vetro (RU), Pasquale Vetro (CE), Antonella Nastasi (D) con la collaborazione di Elena Toscano (RU MAT/08).

**D. Metodi topologici e dinamici per equazioni differenziali.**

Ricercatori coinvolti: Francesca Dalbono (RU).

**E. Integrazione non assolutamente convergente e applicazioni, problemi ellittici e di frontiera libera.**

Ricercatori coinvolti: Francesco Tulone (RU)

**F. Metodi variazionali e topologici per problemi differenziali non lineari.**

Ricercatori coinvolti: Roberto Livrea (PA), Diego Averna (PA), Elisabetta Tornatore (RU), Angela Sciammetta (CE).

1. Piano di ricerca per l'anno 2020.

**A. Frame generalizzati, teoria degli operatori e delle algebre di operatori.**

L'attività è articolata fondamentalmente su due linee:

1. Basi, frames e problemi di approssimazione. Sono state fin qui studiate generalizzazioni del concetto di base in strutture hilbertiane: basi di Riesz generalizzate, basi distribuzionali, frame, "reproducing pairs", weak A-frame. Quest'ultima è una nozione introdotta recentemente e si intende indagarne l'eventuale connessione con i cosiddetti semi-frame. Si intende poi proseguire la generalizzazione del concetto di frame al caso di spazi di Hilbert rigged allo scopo di analizzare la possibilità dell'esistenza di autovettori generalizzati nel senso di Gelfand di alcune classi di operatori. Inoltre, poiché negli spazi di Hilbert, le basi di Riesz, i frame, i semiframe, le successioni di Bessel e di Riesz-Fisher sono legate da operatori lineari che agiscono su basi ortonormali e poiché in letteratura sono stati condotti studi su limitazioni rispetto la norma hilbertiana di tali successioni, considerando anche i rispettivi operatori lineari collegati, si intende effettuare uno studio analogo nel rispettivo caso distribuzionale, considerando operatori che agiscono in rigged Hilbert spaces. L'indagine riguarderà anche la conservazione di basi di Riezs, basi ortonormali e di frames anche generalizzati, lungo catene di spazi di Hilbert. Si studieranno poi le forme sesquilineari legate a tali generalizzazioni. Inoltre, si vuole studiare la convergenza incondizionata di Moltiplicatori, ovvero operatori definiti mediante due sequenze di vettori in uno spazio di Hilbert e un peso.

2. Rappresentabilità di funzionali su quasi\*-algebre localmente convesse. Si intende proseguire lo studio intrapreso sui funzionali rappresentabili nel caso più generale di una quasi \*-algebra localmente convessa o di una \*-algebra parziale. Di particolare interesse, sono quelle C\*-algebre parziali, cioè \*-algebre parziali che sono spazi di Banach muniti di una norma per cui è verificata una condizione di tipo C\*. Su questa seconda linea di argomenti è in stampa un'opera monografica di sintesi in collaborazione con la Prof. Fragoulopoulou (Università di Atene) e inoltre si sta organizzando l'International Conference of Topological Algebras and Their Applications che si svolgerà a Palermo dal 7 all' 11 Settembre 2020.

**B. Integrazione, spazi funzionali, problemi di convergenza e applicazioni.**

Si distinguono le seguenti linee di ricerca:

1. Rappresentazioni integrali di multimisure. Studio dell'integrabilità di una funzione scalare rispetto a una multimisura, al fine di ottenere versioni del teorema di Radon-Nikodym per integrali di tipo di Bartle-Dunford-Schwartz per multimisure. La teoria delle funzioni scalari integrabili rispetto a misure a valori in uno spazio di Banach, è abbastanza ricca e interessante, e non così semplice come la teoria delle funzioni scalari integrabili rispetto a misure positive. L'integrale di Bartle-Dunford-Schwarz è un integrale classico di funzioni scalari rispetto a misure vettoriali. Sulla teoria dell'integrazione di funzioni scalari rispetto a multimisure, al momento quasi nulla è noto e solo pochi risultati si hanno sull'argomento.

2. Inclusioni differenziali governate da misure. Nello studio dell'evoluzione di un gran numero di processi nella vita reale, si osserva che le grandezze misurate hanno spesso discontinuità. Ad esempio, si trova tale caratteristica ogni volta che in un'evoluzione continua di un fenomeno si verificano perturbazioni discrete. Ciò conduce allo studio sulle proprietà dell'insieme di soluzioni di un problema molto generale: inclusioni differenziali governate da misure di Borel. Questa è una classe molto completa, che copre un ampio numero di problemi classici come: inclusioni differenziali, inclusioni di differenze, problemi impulsivi, problemi dinamici su scale temporali o equazioni differenziali generalizzate. Negli ultimi anni, abbiamo ottenuto risultati di compattezza e dipendenza continua o condizioni di minimalità per tali problemi, sotto varie ipotesi: imponendo condizioni di variazione limitate sulla multifunzione, condizioni di equi-integrabilità o anche di epsilon-variazione. Ci si propone di studiare le proprietà di stabilità delle soluzioni di problemi differenziali di misura multivoche nel caso si verifichino perturbazioni, ovvero problemi di stabilità di tipo di Lyapunov. Si proseguirà inoltre lo studio di proprietà topologiche per l'insieme delle soluzioni di operatori definiti sullo spazio delle funzioni regolate.

3. Misure di non compattezza e spazi funzionali. Studio di un approccio assiomatico per misure di non convessa non compattezza definite in uno spazio F-normato, rispetto ad una topologia più debole di quella indotta dalla F-norma.

#### *C. Equazioni differenziali e punti fissi.*

Si distinguono due linee di ricerca:

1. (C. Vetro, A. Nastasi) Equazioni differenziali. La nostra ricerca è finalizzata allo studio di problemi differenziali nonlineari guidati da operatori differenziali non omogenei, sotto diverse condizioni al bordo (Dirichlet, Neumann, Robin, miste). In aggiunta, attraverso la definizione di opportuni operatori alle differenze, si studieranno le versioni discrete di particolari equazioni differenziali. Si utilizzeranno metodi variazionali, metodi di troncamento, tecniche di comparazione e di sotto e sopra-soluzioni per studiare l'esistenza e la molteplicità delle soluzioni e, in generale, le proprietà dell'insieme delle soluzioni.

2. (C. Vetro, P. Vetro, A. Nastasi con la collaborazione di E. Toscano) Metodi di punto fisso. Studio e approssimazione delle soluzioni di problemi integro-differenziali in diversi spazi ambiente, mediante tecniche di punto fisso. Elaborazione e ricostruzione di segnali su grafi a partire da campioni parziali, mediante la generalizzazione e combinazione di schemi iterativi di punto fisso.

#### *D. Metodi topologici e dinamici per equazioni differenziali.*

Studio di esistenza e molteplicità di soluzioni radiali positive per l'equazione della curvatura scalare, usando la teoria delle varietà invarianti e trasformazioni di tipo Fowler, con particolare interesse per risultati di molteplicità in assenza di ipotesi di simmetria sul peso ed in presenza dell'operatore  $p$ -Laplaciano. Studio di molteplicità di soluzioni per problemi di Dirichlet asintoticamente lineari associati ad una classe di sistemi bidimensionali del secondo ordine, adottando la teoria dell'indice di Morse e le nozioni di angoli di fase.

#### *E. Integrazione non assolutamente convergente e applicazioni, problemi ellittici e di frontiera libera.*

Si affronteranno le seguenti tre linee di ricerca: a) Integrali non assolutamente convergenti e loro applicazioni nella ricostruzione dei coefficienti delle multiserie di Fourier. b) Problemi ellittici. Si studieranno problemi ellittici tramite tecniche variazionali e topologiche sia in ambito euclideo che in ambito Riemaniano. c) Problemi di frontiera libera. Si approfondirà lo studio della regolarità delle soluzioni di un problema "fully-nonlinear" a due fasi.

#### *F. Metodi variazionali e topologici per problemi differenziali non lineari.*

L'attività è orientata alla ricerca di nuovi teoremi di esistenza, molteplicità ed eventualmente regolarità delle soluzioni di problemi differenziali prevalentemente di tipo ellittico. A titolo di

esempio, si studieranno le seguenti questioni: equazioni parametriche in presenza di un operatore differenziale non omogeneo, in forma di divergenza; sistemi singolari, quasi lineari in cui la non linearità dipende dal gradiente della soluzione; disequazioni emivariazionali e loro applicazioni a problemi ai limiti con nonlinearità eventualmente discontinue. In tutti i casi si pensa di adottare un approccio variazionale in combinazione con i metodi topologici.

## 2. Fondi con cui si intende attuare le attività di ricerca.

**A.** FFR di Ateneo

**B.** Fondi INdAM-GNAMPA e FFR di Ateneo.

**C.** Finanziamento Attività Base Ricerca (FFABR) 2017; FFR di Ateneo.

**D.** - PRIN 2017 "Qualitative and quantitative aspects of nonlinear PDEs" (responsabile dell'unità di Palermo) coordinatore Prof. B. Sciunzi; - GNAMPA-INdAM (responsabile, progetto sottoposto).

**E.** Eventuali FFR di Ateneo o fondi GNAMPA.

**F.** GNAMPA-INdAM, progetto PRIN 2017: Nonlinear Differential Problems via Variational, Topological and Set-valued Methods (codice del progetto: 2017AYM8XW)

## 3. Livello di internazionalizzazione.

**A.** Sulle queste linee di ricerca sono in atto collaborazioni con studiosi di diversi paesi europei (Austria, Belgio, Grecia, Polonia) e giapponesi.

**B.** Cooperazione scientifica con Kazimierz Musial dell'Università di Wroclaw (Polonia), Bianca Satco dell'Università Stefan cel Mare di Suceava (Romania), Mieczyslaw Cichon dell'Università di Poznan (Polonia), Udayan B. Darji dell'Università di Lousville (USA).

**C.** Cooperazione scientifica con Alexander Lomtadze, Brno University of Technology (Czech Republic), Dumitru Motreanu, University of Perpignan (France), Nikolaos S. Papageorgiou, National Technical University of Athens (Greece) e Dariusz Wardowski, University of Lodz (Poland). Varie collaborazioni con studiosi attivi nell'ambito della teoria dei punti fissi in Arabia Saudita, Giappone, India, Iran, Pakistan, Romania, Sudafrica.

**D.** Visiting presso il CMAF-CIO, Università di Lisbona, Portogallo, 2-3 settimane nei mesi di giugno-luglio 2020. Eventuali collaborazioni con Carlota Rebelo e Luís Sanchez dell'Università di Lisbona.

**E.** Collaborazioni con autori stranieri (Russia, Georgia, Polonia, USA).

**F.** Collaborazioni con autori stranieri (Belgio, Bulgaria, Francia, Germania, Grecia, Portogallo, USA).

## **MAT/06 Probabilità e Statistica Matematica**

Ricercatori coinvolti: G. Sanfilippo

### 1. Piano di ricerca per l'anno 2020

**A.** *Operazioni logiche generalizzate tra eventi condizionati.* Approfondimento delle operazioni logiche tra eventi condizionati e del ruolo dei costituenti condizionali; studio della validità delle formule classiche della probabilità (principio di inclusione esclusione, Frèchet-Hoeffding bounds, formula di decomposizione, proprietà distributiva,... ) nella teoria dei condizionali basata sui numeri aleatori condizionati; caratterizzazione della coerenza su famiglie finite di eventi condizionati e su tutte le intersezioni costruite da essi. Verranno inoltre studiati gli estremi inferiori e superiori per la previsione dell'intersezione di ogni sottofamiglia finita di  $n$  eventi condizionati. Tali estremi verranno messi in relazione con alcune ben note norme triangolari utilizzate nella logica fuzzy.

**B.** *Condizionamento iterato e inferenza probabilistica.* Analisi di alcuni casi di valutazioni probabilistiche di carattere intuitivo e controverso formalizzando l'informazione latente mediante opportuni condizionali iterati, con applicazioni nella psicologia del ragionamento incerto.

*C. Sillogismi condizionali generalizzati nel quadro della coerenza.* Si porterà avanti lo studio sulle generalizzazioni dei sillogismi condizionali (modus ponens, modus tollens, negazione dell'antecedente, affermazione del conseguente) in cui le premesse e le conclusioni non condizionate (ad esempio A, C) verranno sostituite con eventi condizionati ( $A|H$ ,  $C|K$ ) e la premessa condizionata (ad esempio  $C|A$ ) verrà sostituita con un evento condizionato iterato  $((C|K)|(A|H))$ . Tale analisi necessita dell'introduzione di una opportuna definizione di coerenza che coinvolga assegnazioni "probabilistiche" anche su eventi condizionati iterati e sull'intersezione di eventi condizionati. Un'interpretazione in termini geometrici della nozione di coerenza, consentirà di avere una visione unificata e strutturalista dei quattro sillogismi condizionali.

*D. Distribuzioni a posteriori che in alcuni casi imitano la frequenza osservata.* Si continuerà lo studio delle proprietà di distribuzioni di probabilità scambiabili che corrispondono alle frequenze osservate per valori che appartengono a un dato intervallo.

*E. Regole di punteggio appropriate per previsioni probabilistiche.* Si forniranno i risultati relativi ad uno studio che riguarda l'uso delle proper scoring rules per valutare la qualità di previsioni probabilistiche. In particolare si considererà una situazione in cui due proponenti preferiscono essere valutati mediante una procedura che dipende dalla previsione probabilistica dell'altro piuttosto che dalla propria. A tal proposito viene fornito un ottimo di Pareto sugli scambi delle valutazioni tra i due proponenti. Un caso particolare che coinvolge la divergenza di Kullback e la corrispondente misura simmetrizzata viene applicato ad una procedura di previsione basata su osservazioni sequenziali e su un apprendimento bayesiano.

## 2. Fondi con cui si intende "attuare" le attività di cui sopra.

Si utilizzeranno i fondi rimanenti della ricerca di Ateneo, eventuali fondi Gnampa ed eventuali fondi per conferenze messe a disposizione da Villa Vigoni.

## 3. Livello d'internazionalizzazione

**B.** Questo programma prevede la collaborazione con David Over dell'Università di Durham del Regno Unito e con Niki Pfeifer dell'Università di Regensburg (Germania).

**C.** Questo programma prevede la collaborazione con Niki Pfeifer dell'Università di Regensburg (Germania).

**D. - E.** Questo programma prevede la collaborazione con Frank Lad dell'Università di Canterbury, Christchurch, Nuova Zelanda.

## **MAT/07 Fisica Matematica**

Si distinguono due ambiti di ricerca:

### **A. Modelli matematici e sistemi dinamici.**

Ricercatori coinvolti: Marco Maria Luigi Sammartino (POE), Maria Carmela Lombardo (PA), Vincenzo Sciacca (PA), Gaetana Gambino (PA), Francesco Gargano (RTDAE), Andrea Argenziano (D), Faezeh Farivar (D), Valeria Giunta (D), Gianfranco Rubino (D), Antonio Maria Greco (CE), Rossella Rizzo (CE);

### **B. Meccanica statistica e struttura della materia.**

Ricercatori coinvolti: Valeria Ricci (RU).

## 1. Piano di ricerca per l'anno 2020.

### **A. Modelli matematici e sistemi dinamici. Distinguiamo le seguenti sei linee di ricerca.**

**1.** Modellistica matematica mediante sistemi di reazione-diffusione con diffusione non lineare. Negli ultimi anni le equazioni di tipo reazione-diffusione sono state ampiamente utilizzate per descrivere il meccanismo attraverso il quale la rottura di omogeneità e l'auto-organizzazione (nello spazio e nel tempo) conducono alla nascita di nuove strutture coerenti (pattern). Grande attenzione è stata data alla generazione di pattern di tipo Turing, strutture periodiche nelle variabili spaziali e

stazionarie nel tempo, la cui formazione è essenzialmente dovuta alla destabilizzazione, per effetto della diffusione, di uno stato stazionario stabile per il sistema di reazione. La Turing instabilità è stata largamente studiata in sistemi in cui la cinetica non lineare è accoppiata alla diffusione lineare, ipotesi quest'ultima semplificatrice e non ammissibile per la descrizione dei fenomeni di diffusione in diversi contesti, dalla biochimica ai sistemi geologici con eterogeneità, dall'ecologia a processi industriali come l'elettrodeposizione.

1.1 Sistemi di tipo Reazione-Diffusione con cross-diffusione lineare. E' noto che l'esistenza globale delle soluzioni, in sistemi reazione-diffusione con matrice di diffusione completa (quindi in presenza di cross diffusione lineare), è dimostrabile solo nel caso di cinetiche per cui valgono leggi di bilancio. Ci si propone di dimostrare l'esistenza globale delle soluzioni in casi meno restrittivi, ad esempio per la cinetica di tipo Schnakenberg, in cui la sola proprietà di cancellazione dei termini non lineari (dovuta alla reversibilità della reazione chimica) dovrebbe permettere di determinare un controllo uniforme sulla massa totale delle componenti, che suggerirebbe così l'impossibilità di blow up in un tempo finito. La cross diffusione lineare non assicura, inoltre, la positività delle soluzioni. Ci si propone, dunque, di indagare sotto quali condizioni tale positività si preserva.

1.2 Sistemi di tipo Reazione-Diffusione per la modellizzazione di malattie infiammatorie (Eritemi, Sclerosi Multipla, gliomi cerebrali). Si intendono sviluppare modelli matematici per la descrizione di una classe di malattie che condividono una patogenesi di tipo infiammatorio; nella fattispecie si descriveranno i meccanismi che determinano l'insorgenza di fenomeni di rash cutaneo (quali il Lyme disease, l'eritema ricorrente multiforme) e della Sclerosi Multipla. In quest'ultimo caso ci si focalizzerà sul processo di demielinizzazione, che determina la formazione delle caratteristiche placche della materia cerebrale. Si intende inoltre tenere conto degli effetti antinfiammatori prodotti da alcune specie di citochine, ciò al fine di descrivere alcuni processi riparativi messi in opera dal sistema immunitario come risposta all'attacco della malattia. Tale risposta immunitaria determina, nel caso degli eritemi, la risoluzione (temporanea o definitiva) dello stato infiammatorio e, nel caso della Sclerosi Multipla, la riparazione spontanea delle lesioni con la conseguente formazione delle cosiddette shadow plaques. Si adopereranno modelli di tipo reazione-diffusione-chemotassi sia con diffusione cross non lineare, che ben riproducono i processi diffusivi nei mezzi non omogenei quali la materia cerebrale, sia con diffusione di tipo frazionario, per riprodurre la capacità di creazione delle metastasi a lungo raggio, che è una caratteristica tipica dei gliomi cerebrali.

1.3 Formazione di pattern in sistemi Reazione-Diffusione con bistabilità. Alcuni sistemi reazione-diffusione possono ammettere, per lo stesso set di parametri, più stati stazionari stabili da cui possono insorgere instabilità diffusive diverse che interagiscono tra loro. In tal caso i pattern che si formano sono strutture con ampiezza molto grande dovuta all'accoppiamento dei modi spaziali critici con un modo omogeneo quasi neutrale. Il problema della pattern selection deve, dunque, tenere conto dell'accoppiamento di questi modi e, la classica weakly nonlinear analysis, che si applica nei casi monostabili per prevedere la formazione dei pattern, va opportunamente modificata. Si intende analizzare il meccanismo di formazione dei pattern in un sistema di tipo FitzHugh-Nagumo, che supporta la bistabilità dei suoi stati stazionari omogenei, con cross diffusione lineare. In particolare, in domini bidimensionali si intende mostrare l'insorgere di strutture tipo rombi risonanti e superlattice quasi-periodici.

2. Formazione di pattern oscillatori: interazione fra biforcazioni Turing- Hopf e fenomeni non-lineari nel caso sub-critico. È stato recentemente scoperto che alcuni sistemi di reazione-diffusione possono dare luogo, oltre ai pattern di tipo Turing descritti al punto 1), anche a pattern di Turing oscillanti nel tempo (STOS: spatio-temporally oscillating solutions). Si tratta di fenomeni ben diversi dalle oscillazioni uniformi dovute alla presenza di una biforcazione di Hopf nel termine cinetico; essi sono generalmente dovuti o alla risonanza di modi di Turing instabili con sub-armoniche Hopf-instabili oppure all'interazione di modi di Turing instabili con una biforcazione subcritica. Si intende dunque investigare il fenomeno delle STOS in sistemi di tipo reazione-diffusione con termine diffusivo non lineare, sia utilizzando cinetiche di tipo Lengyel-Epstein (per indagare l'interazione con i modi Hopf-instabili), sia utilizzando cinetiche tipo Lotka-Volterra (per

indagare l'interazione con la biforcazione subcritica. In entrambi i casi si prevede di procedere con un'analisi di tipo debolmente non lineare in prossimità della biforcazione nonché con tecniche numeriche di tipo continuazione.

3. Soluzioni analitiche di equazioni della fluidodinamica. Si intendono dimostrare teoremi di buona posizione per alcune equazioni dissipative della fluidodinamica (per esempio le primitive equations, o le equazioni di Navier-Stokes) con tempi di esistenza che non dipendono dalla dissipazione. È noto che, quando il fluido interagisce con una frontiera si genera uno strato, il cui spessore è dell'ordine della radice quadrata della viscosità, dentro il quale si hanno alti gradienti di "vorticità", il cosiddetto boundary layer. In detto strato la dinamica è governata dalle equazioni di Prandtl. Si intende dunque sviluppare una procedura asintotica nel limite di viscosità nulla e dimostrare la sua validità rigorosa in opportuni spazi di funzioni analitiche.

4. *Studio di formazione di singolarità per le equazioni della Fluidodinamica.*

4.1. Fluidi ad alto numero di Reynolds interagenti con una frontiera rigida. È ben noto che nei fluidi che interagiscono con frontiere rigide ad alti numeri di Reynolds si innescano una serie di fenomeni che, in ultima istanza, portano al fenomeno della separazione non stazionaria del boundary layer ovvero alla formazione di strutture vorticosse sulla frontiera ed al loro successivo distacco ed immissione nel fluido esterno al boundary layer. È già stato mostrato recentemente, dal gruppo di Palermo in collaborazione con K. W. Cassel dell'I.I.T. di Chicago, come tali interazione siano strettamente legate alla presenza di singolarità complesse nella soluzione di Navier-Stokes. Si intende investigare su come le condizioni al contorno da imporre sulla frontiera possano influenzare la formazione delle singolarità complesse, ed il conseguente comportamento del fluido. Nella fattispecie si vuole investigare sul ruolo delle condizioni al contorno di Navier. Si vuole verificare la presenza di eventuali nuove interazioni viscoso-non viscoso tra boundary layer e fluido esterno o come le stesse interazioni, già presenti nel caso di condizioni di no-slip possano essere modificate.

4.2. Vortex-sheet e regolarizzazioni dell'equazione di Birkhoff-Rott. I flussi di tipo "shear layer" sono caratterizzati da forti variazioni del campo di velocità concentrate in una regione di piccolo spessore, all'interno della quale è presente un'elevata vorticità. Nel limite in cui lo spessore della regione tenda a zero si formano i "vortex-sheet", ovvero flussi in cui la vorticità si concentra su una curva nello spazio. Da un punto di vista matematico i vortex-sheet sono governati dall'equazione di Birkhoff-Rott, per il quale è noto che la soluzione formi in tempi finiti una singolarità nella curvatura della curva. È possibile continuare l'evoluzione del vortex-sheet oltre il tempo di singolarità applicando alcune opportune regolarizzazioni all'equazione di Birkhoff-Rott (regolarizzazione di tipo vortex-blob o regolarizzazione di tipo Eulero- $\alpha$ ), oppure approssimando il moto del vortex-sheet con quello di un vortex layer di dimensione finita. Si intende investigare se le diverse regolarizzazioni ammettano soluzioni diverse nel limite di zero-regolarizzazione, mostrando più in generale come non sia possibile provare l'unicità di soluzione deboli dell'equazione di Eulero per dati iniziali di tipo vortex-sheet.

5. Studio del flusso di Kolmogorov. L'attività di ricerca sarà rivolta allo studio della stabilità e della transizione alla turbolenza per un flusso di Kolmogorov stratificato in densità e sotto l'azione di un campo gravitazionale. Si intende caratterizzare come, all'aumentare del numero di Reynolds, la cascata di successive biforcazioni porti alla comparsa di stati sempre più complessi (da stati oscillatori o traslatori, passando a soluzioni quasi periodiche per arrivare a stati caotici); e capire come tale cascata sia influenzata dagli effetti della stratificazione. Saranno impiegate tecniche di tipo continuazione e proper orthogonal decomposition.

6. Analisi e Controllo di sistemi dinamici. Lo studio ed il controllo di sistemi dinamici caotici hanno ricevuto negli ultimi decenni un'attenzione via via crescente: ciò sia per l'interesse teorico per la dinamica non lineare che per le notevoli ricadute in ambito applicativo. Con il termine controllo si intende, in generale, l'applicazione ad un sistema caotico di un segnale esterno - di solito piccolo - al fine di ottenere una ben determinata dinamica (stazionaria, periodica o anche caotica). Una caratteristica essenziale del controllo applicato deve ovviamente essere la sua robustezza, ossia quanto i risultati dello studio su modelli idealizzati rimangono validi rispetto ai sistemi e alle

condizioni reali. L'ambito nel quale si intende lavorare riguarda dunque la progettazione di controlli di tipo feedback (lineare e non lineare) per sistemi caotici. In particolare si studieranno i controlli per la cosiddetta famiglia di Lorenz generalizzata, una famiglia di sistemi caotici dipendenti da un parametro contenente in sé alcuni sistemi caotici di rilevante interesse, quali il sistema di Lorenz, il sistema di Chen e il sistema di Lu. Si prevede di studiare la robustezza del controllo rispetto a possibili ritardi temporali nell'inserimento del segnale: tale studio verrà portato avanti sia da un punto di vista analitico - studiando la possibilità di biforcazioni di tipo Hopf e determinando la corrispondente dinamica sulla varietà centrale al fine di determinare il carattere supercritico o subcritico della biforcazione- che da un punto di vista numerico, in modo da validare i risultati teorici.

*B. Meccanica statistica e struttura della materia.* L'ambito delle ricerche è lo studio matematico di sistemi complessi fuori dall'equilibrio legati ad applicazioni di vario tipo, attraverso l'analisi del legame rigoroso tra le diverse scale di descrizione dei sistemi in esame e la validazione di modelli macroscopici per essi. I principali temi di ricerca sono quattro: la validazione a partire da sistemi di particelle di equazioni cinetiche e idrodinamiche di interesse teorico, lo studio di sistemi multifase di interesse applicativo (es. spray), la modellizzazione e risoluzione di problemi matematici derivanti dallo studio di plasmi termonucleari e astrofisici, in contesto teorico e applicativo, e l'analisi con mezzi matematici dei processi di visione a basse intensità luminose.

## 2. Fondi con cui si intende attuare le attività di ricerca.

Finanziamento Attività Base Ricerca (FFABR).

Progetto Ignitor.

Sono previsti finanziamenti del GNFM – INDAM per le collaborazioni.

PRIN 2017YBKNCE Multiscale phenomena in Continuum Mechanics: singular limits, off-equilibrium and transitions.

## 3. Livello di internazionalizzazione.

**A.** - C. Bardos, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Paris, (France);

- R. Caflisch, Courant Institute, New York (USA);

- M. Cannone, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Université Paris-Est, Marne-la-Vallée cedex 2, (France);

- S. Roy Choudhury, Department of Mathematics, University of Central Florida, Orlando (USA);

- M. Haragus, Laboratoire de Mathématiques, Université de Franche-Comté, Besançon cedex (France);

- I. Kukavica, Department of Mathematics, University of Southern California, Los Angeles (USA);

- Lopes-Filho, Milton Da Costa, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil;

- Nussenzveig Lopes, Helena J.N., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil;

- M. Schonbek, Department of Mathematics, University of California, Santa Cruz (USA);

- E. S. Titi, Department of Mathematics, College Station, Texas A and M University (USA).

**B.** - L. Desvillettes, Institut des Mathématiques de Jussieu, Paris Rive Gauche (IMJ-PRG), Université Paris Diderot (Parigi 7) (Francia);

- F. Golse, CMLS Ecole Polytechnique e CNRS Université Paris Saclay (Francia);

- A.J. Pereira da Costa Soares, CMAT Universidade do Minho (Portogallo);

- S. Mei, Université Paris Diderot e Observatoire de Paris (Francia);

- B. Coppi, Massachusetts Institut of Technology, Boston (USA).

## **MAT/08 Analisi numerica**

### 1. Piano di ricerca per l'anno 2020

**A.** *Metodi numerici per la risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali timedependent.*

Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU).

**B. Schemi iterativi per la costruzione di punti fissi e loro applicazioni.**

Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU) con la collaborazione di C. Vetro (RU MAT/05).

**C. Metodi avanzati per l'approssimazione numerica dei segnali.**

Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU) con la collaborazione di C. Vetro (RU MAT/05).

**D. Metodi dell'analisi numerica affrontati secondo una prospettiva storica.**

Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU).

**E. Matematica e Letteratura.**

Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU) con la collaborazione di M. A. Vaccaro (RU MAT/03).

## 2. Fondi con i quali si intende attuarli

- Fondi GNCS (Indam).

- Fondi FFR.

- Fondi a valere sul Progetto *IDEHA - Innovazioni per l'elaborazione dei dati nel settore del Patrimonio Culturale*. Codice progetto: ARS01\_00421.

## 3. Livello d'internazionalizzazione

**D.** È prevista la seguente collaborazione internazionale: Prof. Michele Benzi dell'Emory University di Atlanta, U.S.A.

### **INF/01 Informatica**

**A. Problemi combinatorici e algoritmici degli automi e dei linguaggi formali.**

Ricercatori coinvolti: Sabrina Mantaci (PA), Marinella Sciortino (PA), Giuseppa Castiglione (RC), Chiara Epifanio (RC), Gabriele Fici (RTD), Antonio Restivo (CE)

**B. Algoritmi e metodologie per l'estrazione di conoscenza da strutture dati discrete**

Ricercatori coinvolti: Raffaele Giancarlo (PO), Giosuè Lo Bosco (PA), Simona E. Rombo (PA)

**C. Metodologie e algoritmi per l'analisi di dati in Biomedicina e E-Learning.**

Ricercatori coinvolti: Domenico Tegolo (PA), Biagio Lenzitti (RC), Cesare Valenti (RC), Fabio Bellavia (RTD)

Ricercatori coinvolti: Salvatore Andolina (RTD), Davide Rocchesso (PO)

#### 1. Piano di ricerca per l'anno 2020.

**A. Problemi combinatorici e algoritmici degli automi e dei linguaggi formali.** L'ambito è una delle aree dell'informatica più consolidate, che trae origine da problematiche relative ai primi computer, ai sistemi di comunicazione e ai linguaggi di programmazione. Successivamente, gli sviluppi della tecnologia informatica hanno incrementato la necessità di esplorare nuovi modelli specifici e hanno stimolato nuovi spunti teorici. Quest'area di ricerca si trova al crocevia fra l'informatica teorica, la matematica e le applicazioni. Da un punto di vista matematico, essa utilizza prevalentemente la combinatoria delle parole, ma anche nuovi strumenti concettuali dell'algebra non commutativa, della logica, del calcolo delle probabilità. Il progetto di algoritmi su stringhe ne rappresenta un aspetto complementare, motivato dalle potenziali applicazioni scientifiche che includono, fra le altre, la codifica, la compilazione, la verifica del software, la compressione dati, la bioinformatica e la ricerca del web. Le linee di ricerca riguardano prevalentemente gli aspetti combinatorici e algoritmici degli automi e dei linguaggi, e prendono anche in considerazione alcuni ambiti applicativi. Le specifiche tematiche di ricerca che si intendono sviluppare nel 2020 sono di seguito elencate:

**1. Complessità di automi (DFA) e minimizzazione.**

Una linea di ricerca correlata riguarda la progettazione di algoritmi efficienti per la costruzione di automi "quasi" minimali per particolari famiglie di linguaggi, come, ad esempio, i linguaggi finiti. Si intende inoltre studiare il problema della decomponibilità di un automa in automi che

risultino più semplici dell'originale, ma tali che il risultato delle indipendenti computazioni su testi in input può determinare il risultato della computazione sull'input dell'automa originale. Questo approccio consentirebbe di parallelizzare molte questioni legate agli automi a stati finiti, come per esempio i problemi di minimizzazione. Molte problematiche connesse a questa tematica sono ancora aperte. Ci proponiamo di affrontare queste questioni da un punto di vista algoritmico e con tecniche proprie della combinatoria delle parole.

2. *Caratterizzazione della più piccola famiglia di linguaggi che contiene i "singleton" ed è chiusa rispetto alle operazioni booleane, al prodotto e allo shuffle.* L'interesse di questo studio è anche legato alle applicazioni dell'operazione *shuffle* all'algebra dei processi ed alla verifica dei programmi. Lo studio dell'operazione *shuffle* conduce a nuovi problemi di combinatoria delle parole connessi, in particolare, ai "quadrati *shuffle*".

3. *Studio e sperimentazione della taglia media (numero di nodi e numero di archi) di CDAWG di stringhe generate da sorgenti i.i.d. di entropia variabile, anche molto piccola.* Esistono in letteratura analisi fatte per stringhe generate da sorgenti i.i.d. di entropia massima al variare dell'alfabeto. Risultati sperimentali preliminari mostrano che la taglia media dei CDAWG si riduce al ridursi dell'entropia anche se non in modo proporzionale, aprendo la possibilità di utilizzo di questa struttura dati su sequenze altamente ripetitive.

4. *Studio della Trasformata di Burrows-Wheeler (BWT) e la sua estensione a multi-set di parole (EBWT).* Siamo interessati a fornire caratterizzazioni combinatorie dei multi-set di parole che possono essere ottenuti tramite queste trasformazioni e, in particolare, a studiare la struttura combinatoria delle parole che sono immagine di multi-set speciali di parole attraverso la EBWT. Si intende inoltre utilizzare la EBWT per trovare soluzioni approssimate di problemi difficili da trattare come, ad esempio, il *Minimum Common String Partition Problem*.

5. *Algoritmi combinatori sulle stringhe e applicazioni a problemi di machine learning e data mining.* Si intende proseguire la ricerca di applicazioni di framework teorici (e.g. minimal absent words) a problemi algoritmici su dati testuali, in relazione a problematiche emergenti legate al machine learning e al data mining. Questa ricerca è supportata da un progetto PRIN 2017 linea giovani (coordinatore di unità locale: Gabriele Fici).

6. *Teoria dei Codici (TC).* Una teoria iniziata da M.P. Schutzenberger negli anni 60, poi ampiamente sviluppata nella combinatoria delle parole e nell'*Information Theory*. Un ruolo applicativo fondamentale hanno i codici prefissi e bi-prefissi, i primi in compressione dati, ed i secondi nella codifica dei file video. Malgrado sia già ampiamente studiata, la TC ha ancora diversi problemi aperti, per esempio lo studio della decomponibilità dei codici prefissi massimali. Sono state date soluzioni per i codici prefissi finiti. È stata inoltre data una soluzione al problema della decidibilità per i codici prefissi razionali, ma senza una prova costruttiva. Non è, ad esempio, ancora noto alcun algoritmo per decidere se un codice razionale si decompone in uno finito.

7. *Polyomini.* Si tratta di oggetti combinatori molto noti poiché legati a problemi complessi come, ad esempio, il tiling del piano. Questi oggetti inoltre trovano applicazioni in fisica come strumento per lo studio dei quasi cristalli. Considerata la difficoltà, nota in letteratura, dei problemi generali sui polyomini (è ancora aperto il problema dell'enumerazione dei polyomini) si programma di approfondire lo studio di particolari classi di polyomini detti *k*-convessi che con le loro proprietà geometriche e combinatorie ci consentono l'approccio a problemi di generazione esaustiva e di enumerazione rispetto al perimetro e all'area.

**B.** *Algoritmi e metodologie per l'estrazione di conoscenza da strutture dati discrete.* L'obiettivo generale riguarda l'analisi e la progettazione di algoritmi e strutture dati per la risoluzione di problematiche su estrazione di conoscenza in diversi contesti applicativi. In particolare, ci si concentrerà su applicazioni nell'ambito di reti sociali, dati biologici e medici, immagini e video digitali. Si adotteranno in prevalenza tecniche di data mining, machine learning, big data management. Coerentemente con le competenze dei membri del team, il piano di ricerca per l'anno di riferimento è di seguito brevemente descritto per punti.

1. *Investigazione delle proprietà combinatorie ed informazionali di stringhe e sequenze in ambito*

*epigenomico*. È ben noto che la sequenza di DNA è generatrice del cosiddetto “codice della vita”. È altrettanto noto che l’organizzazione intrinseca di tale sequenza gioca un ruolo fondamentale in vari processi biologici, come l’organizzazione della cromatina e le modifiche istoniche. Ad oggi, tuttavia, mancano molti risultati fondamentali che stabiliscono con chiarezza quale sia il ruolo dell’organizzazione intrinseca della sequenza in tali processi. L’attività pianificata per l’anno si concentrerà su studi di *k-meri* (particolari sequenze) all’interno di due processi fondamentali per la biologia: l’organizzazione della cromatina e le modifiche istoniche. I risultati attesi comprendono, ma non sono limitati a, costruzione ed analisi di dizionari “epigenomici” per il posizionamento di “nucleosomi”, metodologie di compressione nello spazio di sequenze di classificatori di posizionamento di “nucleosomi”, analisi di grafi di dipendenza dei *k-meri* circa l’acquisizione di stabilità di funzione per posizionamento “nucleosomico” e modifiche istoniche.

2. *Impatto di algoritmi efficienti nelle scienze della vita*. È ben noto che l’algoritmica abbia dato contributi fondamentali alle scienze della vita, ad esempio nell’ambito del sequenziamento del genoma umano. È altrettanto chiaro che, grazie ai cambiamenti epocali ottenuti attraverso le nuove tecnologie di produzione dati in biologia, sia necessaria un’analisi critica del ruolo degli algoritmi in quest’area. L’obiettivo di questa linea di ricerca è quello di fornire misure dell’impatto dell’algoritmica sulle scienze della vita e suggerimenti utili per il futuro, anche alla luce di quanto viene sviluppato in ambito BIG DATA e indipendentemente dalla biologia.

3. *Clustering, Classificazione Supervisionata e Ingegneria degli Algoritmi*. Negli ultimi anni si è maturata una significativa esperienza in molti aspetti legati al *clustering*, alla classificazione e al *pattern discovery* in dati relativi ad esempio a *microarray*, una tecnologia consolidata per esperimenti di biologia, o più in generale per strutture dati quali array bidimensionali impiegati ad esempio nel contesto delle immagini digitali. Le tecniche sviluppate sono ormai mature per essere distribuite sotto forma di software alla comunità internazionale. L’obiettivo di questa linea di ricerca è la realizzazione di tale intento.

4. *Modelli di apprendimento approfondito per l’analisi di sequenze*. I modelli ad apprendimento approfondito (*Deep Learning Models*) appartengono a una caratterizzazione di metodologie di apprendimento automatico capaci di evitare la fase di *feature engineering*. Essi si implementano principalmente tramite reti neurali artificiali organizzate su svariati livelli progressivi. Si intendono applicare tali modelli al clustering e alla classificazione di sequenze di DNA. Infine, alla estrazione automatica delle caratteristiche delle sequenze per studiarne la complessità in relazione alle diverse specie biologiche che verranno considerate nello studio.

5. *Tecniche e strumenti per la medicina personalizzata*. Negli ultimi anni abbiamo assistito ad una crescita esponenziale di dati biologici e medici, provenienti dalle sempre più avanzate tecnologie di sequenziamento, dati clinici e di imaging, cartelle cliniche elettroniche, ecc. I dati risultanti sono complessi nei contenuti, eterogenei nei formati e ordine di Terabyte in quantità. Questi “big data” nel settore biologico e medico offrono opportunità senza precedenti di lavorare su problemi entusiasmanti, ma sollevano anche molte nuove sfide per l’archiviazione, l’elaborazione e l’estrazione dei dati. Uno scenario interessante è quello della medicina personalizzata (o di precisione), secondo cui le decisioni mediche, i trattamenti, le pratiche e/o i prodotti consigliati dovrebbero essere adattati al singolo paziente. In particolare, la selezione di terapie appropriate e ottimali può essere basata sul contesto del contenuto genetico di un paziente o di altre analisi molecolari o cellulari. A tal fine, dati eterogenei raccolti da diverse fonti, come patrimonio genetico, stile di vita e contesto ambientale, possono essere combinati per far progredire la comprensione, la diagnosi e il trattamento della malattia e garantire l’erogazione di terapie appropriate. Si studieranno e progetteranno opportune metodologie di integrazione e analisi dei dati in questo dominio applicativo, con particolare riferimento allo studio di specifici componenti cellulari (es., long non-coding RNA) e particolari tipologie di cellule (es., cellule staminali). Inoltre, si proporranno opportuni modelli (es., networks) e algoritmi su tali modelli per l’estrazione di proprietà caratterizzanti determinate patologie e/o la distinzione tra pazienti sani e malati.

6. *Viral marketing e social advertising*. La tematica di ricerca riguarda l’integrazione e l’analisi dei

dati provenienti da social media, siti di shopping on-line, carte fedeltà, allo scopo di comprendere ed eventualmente migliorare i processi di marketing aziendale. A tal fine, l'utilizzo di tecnologie di big data risulta fondamentale, data l'elevata mole di dati da analizzare e la necessità di elaborazioni in real time per alcune specifiche applicazioni. Si farà riferimento prevalentemente a: profilazione utenti e matching di profili; analisi di misure di network (node/edge) centrality; studio della diffusione dell'informazione; algoritmi per la ricerca di "influencer"; sistemi interattivi per l'advertising.

7. *Text Simplification*. La tematica di ricerca riguarda il Natural Language Processing (NLP), e si pone come obiettivo lo studio dei problemi legati allo sviluppo di sistemi di semplificazione automatica (ATS) dei testi che siano in grado di eseguire autonomamente operazioni di inserimento e cancellazione di parti del discorso in modo da trasformare un testo di difficile comprensione in una forma che si adegui alle caratteristiche del lettore. Le metodologie per la creazione degli ATS sono basate sugli algoritmi di Machine learning e Deep Learning le quali si sono mostrate efficaci per problemi con caratteristiche simili. A tal riguardo, queste tecniche sono state applicate con successo per la creazione di sistemi capaci di valutare automaticamente la complessità di un testo i quali possono essere utilizzati come sistemi di supporto al lettore avvertendolo se il la complessità del testo è adeguato alle sue caratteristiche.

8. *Misurazione, analisi e modellazione del comportamento sociale attraverso i dati delle Online Social Networks*. I servizi di Online Social Networks sono attualmente utilizzati da miliardi di utenti per lo scambio di informazioni e sono tra le principali "disruptive innovation" degli ultimi 15 anni. L'ampia diffusione di queste piattaforme di comunicazione e i dati generati dalle loro interazioni tra utenti costituiscono un'importante sorgente di informazioni per capire, studiare e analizzare il comportamento degli utenti. La tematica di ricerca ha come obiettivo l'utilizzo di dati reali delle Online Social Networks allo scopo di misurare, analizzare e modellare le caratteristiche del comportamento degli utenti in diversi contesti, che includono: trust, reputation, privacy, pattern di comunicazione e diffusione delle informazioni. A tale scopo, verranno adottate: i) metodologie di raccolta dei dati basate su profiling, crawling, and monitoring, ii) tecniche di modellazioni dei dati per reti statiche e dinamiche, iii) algoritmi di data mining e machine learning per l'analisi di reti complesse.

*C. Metodologie e algoritmi per l'analisi di dati in Biomedicina e E-learning*. L'attività di ricerca sarà concentrata sullo sviluppo di metodologie innovative per l'analisi di strutture dati  $n$ -dimensionale presenti nel settore biomedico e nei beni culturali. Le tematiche saranno affrontate in seno alle consolidate teorie degli *algoritmi evolutivi* coadiuvate da algoritmi della *computer vision* e dell'*image processing*. Il piano di ricerca per il prossimo anno sarà articolato come segue:

1. L'attività di ricerca nel campo della visione, e più in generale nell'analisi dei dati multidimensionale, trova i propri fondamenti sia nelle tre aree fondamentali della visione artificiale (basso, medio e alto livello) sia nel campo degli algoritmi genetici e dell'apprendimento computazionale e statistico. Problemi classici come segmentazione, *Feature Detection and Selection*, Classificazione e ricostruzione 3D saranno affrontati sia adottando algoritmi fondamentali della letteratura sia attraverso la definizione e la validazione di nuove e più accurate metodologie orientate a specifici campi di ricerca quali ad esempio algoritmi per la segmentazione basati su metodi di *clustering* e *sparse dictionary*.

2. Data la specificità dei campi di interesse si renderà necessaria l'individuazione e la definizione di nuove metriche e ciò al fine di garantire una più accurata risposta delle metodiche proposte. In particolare i nuovi metodi proposti in letteratura saranno sviluppati, per una loro validazione, su immagini sintetiche e biomediche reali, in cui saranno valutati sia gli aspetti microscopici sia quelli macro, coinvolgendo l'analisi cellulare, l'analisi automatica del fondo retinico, la "capillaroscopia" delle mucose e dell'epidermide, la tomografia discreta e le immagini ecografiche fetali. Per la fase di validazione delle metodiche ci si avvarrà della collaborazione di esperti in grado di fornire *ground truth* e annotazioni mediche dei dati reali. Un opportuno sottoinsieme dei

dati sarà reso disponibile in modalità “pubblico dominio” per rendere oggettivi i confronti con altre tecniche innovative, nonché facilitare la collaborazione con partner internazionali.

3. Saranno di interesse anche le tematiche affrontate in ambito neuronale. I processi cellulari, alla base delle differenze tra individui della stessa specie per quanto riguarda la capacità della memoria di lavoro, sono essenzialmente sconosciuti. Esperimenti psicologici indicano che i soggetti con capacità di memoria di lavoro inferiore rispetto ai soggetti con maggiore capacità richiedono tempi più lunghi per il recupero degli elementi memorizzati in una lista e inoltre risultano essere più sensibili alle interferenze durante il tempo di recupero dell'informazione. Tuttavia, un collegamento più preciso tra esperimenti psicologici e le proprietà cellulari è ancora carente, e sperimentalmente molto difficile. L'attività di ricerca in tale ambito verterà sull'indagine dei possibili meccanismi di base a livello del singolo neurone usando un modello computazionale di neuroni dell'ippocampo CA1 piramidale, i quali risultano essere profondamente coinvolti nel riconoscimento di specifici elementi. Ci si auspica che i risultati attesi suggeriscano, per la prima volta in letteratura, una spiegazione fisiologicamente plausibile delle differenti prestazioni tra individui.

4. L'obiettivo delle linee di ricerca sarà quello di fornire sia metodiche per l'estrazione dei risultati da dati complessi, sia suggerire linee guida per sviluppi futuri, sia la produzione di grosse moli di dati al fine di individuare complesse correlazioni tra dati eterogenei per ottenere una più omogenea integrazione nell'ambito dei BIG DATA. Un altro aspetto che verrà indagato è, nell'ambito dell'*elearning*, la progettazione e la realizzazione di strumenti dedicati al processo di consapevolezza (*empowerment*) del paziente. La progettazione e realizzazione di tali strumenti, posti al centro dei servizi socio-sanitari, sarà effettuata in modo da essere inclusivi e consentire inoltre ai cittadini di assumere il controllo delle loro necessità mediche.

5. *Beni culturali*. In tale ambito di ricerca verranno investigati nuovi metodi volti ad ottenere modelli tridimensionali accurati da immagini o video 2D. L'applicazione di tali modelli nello specifico campo di interesse dei beni culturali è finalizzata a preservare l'integrità di rari e preziosi oggetti di interesse e a permettere una loro più ampia fruizione. In particolare verranno investigati nuovi metodi per il calcolo delle corrispondenze su immagini 2d e ciò al fine di migliorare la localizzazione degli oggetti nello spazio, tale approccio garantisce una migliore accuratezza del modello ricostruito. Verranno inoltre esaminate nuove tecniche volte a confrontare immagini recenti con foto provenienti da archivi storici o da raffigurazioni pittoriche per evidenziare l'evoluzione dei cambiamenti delle strutture in esame nel tempo.

**D. Interazione Multisensoriale** Vengono studiate le interazioni tra persone e dispositivi, di tipo visuale, uditivo, tattile e propriocettivo. I principali ambiti di indagine sono:

1. Metodi per il design dell'interazione:

Interazione multisensoriale continua e progettazione di meccanismi di accoppiamento percezione-azione. A questo scopo si contribuisce allo sviluppo di un repertorio di esercizi di basic design multisensoriale e si conducono analisi di protocollo (*linkographic analysis*). Particolare attenzione viene riservata alla fase di produzione di bozzetti (*sketching*) nel design dell'interazione, per la quale si sviluppano metodi e strumenti.

2. Modelli per il suono:

Il *sonic interaction design* si concentra sul suono come veicolo di informazione, significato e caratteri estetico-emozionali in contesti interattivi. La sintesi del suono deve presentare caratteristiche di efficienza, versatilità, e controllabilità in relazione all'interazione tra uomo e artefatto. Un percorso di ricerca riguarda la sintesi per modelli fisici, sia per la simulazione di sistemi acustici esistenti, sia per lo sviluppo di algoritmi, strutture e metodi a supporto della creatività. Un altro percorso di ricerca riguarda l'individuazione di primitive di rappresentazione del suono, sia sul piano tempo-frequenza, sia all'interno di una tassonomia di fenomeni fisici, sia all'interno di una tassonomia di fenomeni articolatori (voce e gesto).

3. Interazione non-visuale:

Nel campo della realtà virtuale ed aumentata, si rivolge particolare attenzione ai display aptici e uditivi. La resa multisensoriale di informazioni complesse viene studiata in contesti interattivi (*data exploration*).

4. Percezione applicata all'interazione uomo-macchina:

Le tecniche della psicologia sperimentale sono applicate allo studio di dispositivi e modalità di interazione. I modelli predittivi dell'interazione uomo-macchina sono sottoposti a verifica sperimentale in diversi contesti sensoriali.

5. Display pubblici:

interazione gestuale con display audio-visuali in ambiente popolato. Studio dei comportamenti di interazione con i display.

6. Sistemi interattivi per *information retrieval*:

Progettazione e valutazione di tecniche e sistemi interattivi per il supporto di situazioni sia formali che informali in cui c'è necessità di recuperare informazioni.

7. *Crowdsourcing* e *Social computing*.

Progettazione di tecniche e sistemi computazionali che permettano un'interazione efficace tra le persone e le tecnologie per la risoluzione di problemi complessi. Studio e progettazione di sistemi per il supporto di attività sociali e collaborative. Sviluppo di comprensione empirica di come persone generiche reclutate online (crowd) possano contribuire alla soluzione di problemi complessi.

8. *Creatività*.

Progettazione di sistemi per il supporto della creatività sia a livello individuale che di gruppo.

9. *Sistemi proattivi*.

Progettazione di sistemi interattivi che possano anticipare alcune necessità informative degli utenti e fornire le informazioni desiderate in maniera proattiva.

2. Fondi con i quali si intende attuare la ricerca:

**A.** Finanziamenti provenienti dalla eventuale partecipazione a bandi PON, POR, PRIN, GNCS-INDAM. Fondi provenienti da PRIN 2017 ADASCOML (G. Fici).

**B.** I ricercatori coinvolti nel team hanno a disposizione fondi su conto terzi, FFABR, FFR e residui di fondi su progetti di ricerca FIRB, PRIN, PON e GNCS conclusi. Si intende perseguire tutte le opportunità che il panorama nazionale offre in termini di finanziamenti di ricerca (FIRB, PRIN, PON, POR). Ovviamente, il successo di tale proposito dipende in primo luogo dalle opportunità offerte attraverso bandi competitivi ed in particolare rispetto alle competenze del gruppo. A livello di procacciamento di Fondi Europei, il gruppo è parte dei laboratori Infolife e Artificial Intelligence and Intelligent Systems del CINI, un consorzio Interuniversitario. Vi è attività in corso per poter partecipare a progetti in ambito H2020.

**C.** Si sottoporranno i progetti di ricerca illustrati sia in ambito regionale (progetti POR), sia in ambito nazionale (PON/GNCS), sia in ambito europeo (H2020). La partecipazione a tali bandi competitivi non garantirà il buon esito della proposta ma certamente darà visibilità al gruppo nei vari scenari in cui le proposte saranno presentate. Inoltre è d'interesse consolidare le già presenti sinergie sia con i gruppi dei diversi campi medici (oftalmologi, ecografisti, patologi,) che insistono sulle ricerche, sia con lo scenario nazionale e internazionale della Computer Science.

Progetto europeo ERASMUS + numero 573664-EPP-1-2016-1-BA-EPPKA2-CBHE-JP dal titolo REady for BUSiness, Integrating and validating practical entrepreneurship skills in engineering and ICT studies.

PON Smart Cities and Communities SCN\_00447 dal titolo ADAPT: Accessible Data for Accessible Prototypes in Social Sector.

Fondi provenienti da "Finanziamento delle attività base di ricerca" (C. Valenti).

Fondi provenienti dal progetto PO FESR 2014-2020 3DLab-Sicilia (use case SIMAM), 08CT4669990220

Fondi provenienti dal progetto I.T.A.M.A. ICT Tools for the diagnosis of Autoimmune diseases in the Mediterranean Area, CUP B71I18001110002

**D.** Nell'ambito del Programma Operativo Nazionale Ricerca e Innovazione (PON-RI 2014-2020) è stata finanziata con 197,588 euro una posizione di ricercatore a tempo determinato di tipo a, riservata ad un ricercatore proveniente da istituzione non appartenente all'Italia meridionale, che lavora nel campo dei display multisensoriali a partire dall'estate 2019.

### 3. Livello d'internazionalizzazione:

**A.** Elenco dei partner internazionali con cui è attivata una collaborazione per la realizzazione del progetto:

- Université du Québec, Montreal, Canada
- Université Paris-Est, Francia
- Université Paris Nord, Francia
- Université Paris Diderot, Francia
- King's College London, Regno Unito
- Eötvös Loránd University, Ungheria
- Universidade Nova de Lisboa, Portogallo
- University of Helsinki, Finlandia
- Université Claude Bernard Lyon 1, Francia

**B.** Il gruppo è già attivo in questo campo con collaborazioni documentate sia nazionali, con il consiglio nazionale delle ricerche (CNR), sia internazionali con IBM T.J Watson Research Center, Harvard University, National Institute of Health (NIH), USA. Tali collaborazioni, in termini di produzione di lavori scientifici, verranno mantenute e possibilmente ampliate. Essendo le attività internazionali del gruppo rivolte soprattutto verso gli Stati Uniti, ci si pone come obiettivo di medio termine lo sviluppo di collaborazioni all'interno dell'Unione Europea.

**C.** Il gruppo ha svolto la propria attività ricerca già da anni in collaborazione con diversi enti di ricerca sia nazionale che internazionale, alcune tra queste collaborazioni hanno prodotto contributi letterari e altre hanno permesso di gettare le basi per possibili progetti futuri. In ambito internazionale è da segnalare la collaborazione con l'University of Dundee, con la Dublin City University, con Université Toulouse III - Paul Sabatier, con la Riga Technical University in Lettonia, con la Ruse University in Bulgaria e con Vilnius Gediminas Technical University in Lituania.

**D.** L'unità ha rapporti stabili di ricerca con le seguenti istituzioni: KTH Stockholm; IRCAM Paris; ZHdK Zurich; Aalborg University Copenhagen; University of Helsinki; Aalto University; UC San Diego.