

# Teoria del Consumatore

- Vincolo di Bilancio
- Funzione di Utilità
- Scelta del Consumatore
- Scomposizione dell'effetto prezzo
- Surplus del consumatore
- Allocazione Intertemporale del consumo

## **Vincolo di bilancio**

Il problema cui deve sottostare il consumatore é quello di non avere una possibilità di spesa illimitata, per cui ha panieri di beni accessibili (che può acquistare) e panieri inaccessibili.

Definiamo:

R reddito del consumatore

X, Y beni di cui si compone il paniere di spesa del consumatore

$P_x, P_y$  rispettivamente prezzi dei beni X, Y

## Teoria del Consumatore

Quindi il reddito viene speso come:

$$R = P_x X + P_y Y$$

Se  $P_x X + P_y Y > R$  il paniere scelto é **inammissibile**

Se  $P_x X + P_y Y \leq R$  il paniere scelto é **ammissibile**

## Teoria del Consumatore

In termini di spese possibili sulla quantità del bene Y:

$$Y = \frac{R - P_x X}{P_y}$$

Quindi la massima quantità acquistabile di bene Y é:

$$Y = \frac{R}{P_y}$$

Discorso identico vale per X.

## Teoria del Consumatore

A questo punto se volessi aumentare  $Y$  di un certo ammontare  $\Delta Y$ , la spesa aggiuntiva sarebbe  $P_Y \Delta Y$ .

L'unico modo per poter finanziare questo cambiamento é attraverso una riduzione della spesa in  $X$ , pari a  $P_X \Delta X$ .

Per cui:

$$P_Y \Delta Y = - P_X \Delta X$$

## Teoria del Consumatore

Per conoscere l'inclinazione parto dalla condizione vista prima:

$$P_Y \Delta Y = - P_X \Delta X$$

Ora, dato che l'inclinazione è il rapporto tra la variazione di un bene rispetto all'altro, sarà equivalente al rapporto invertito tra i prezzi:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = - \frac{P_X}{P_Y}$$

## Teoria del Consumatore

Poniamo che il nostro reddito sia di 100 euro e i prezzi dei beni siano  $P_x = 5$ ,  $P_y = 4$ .

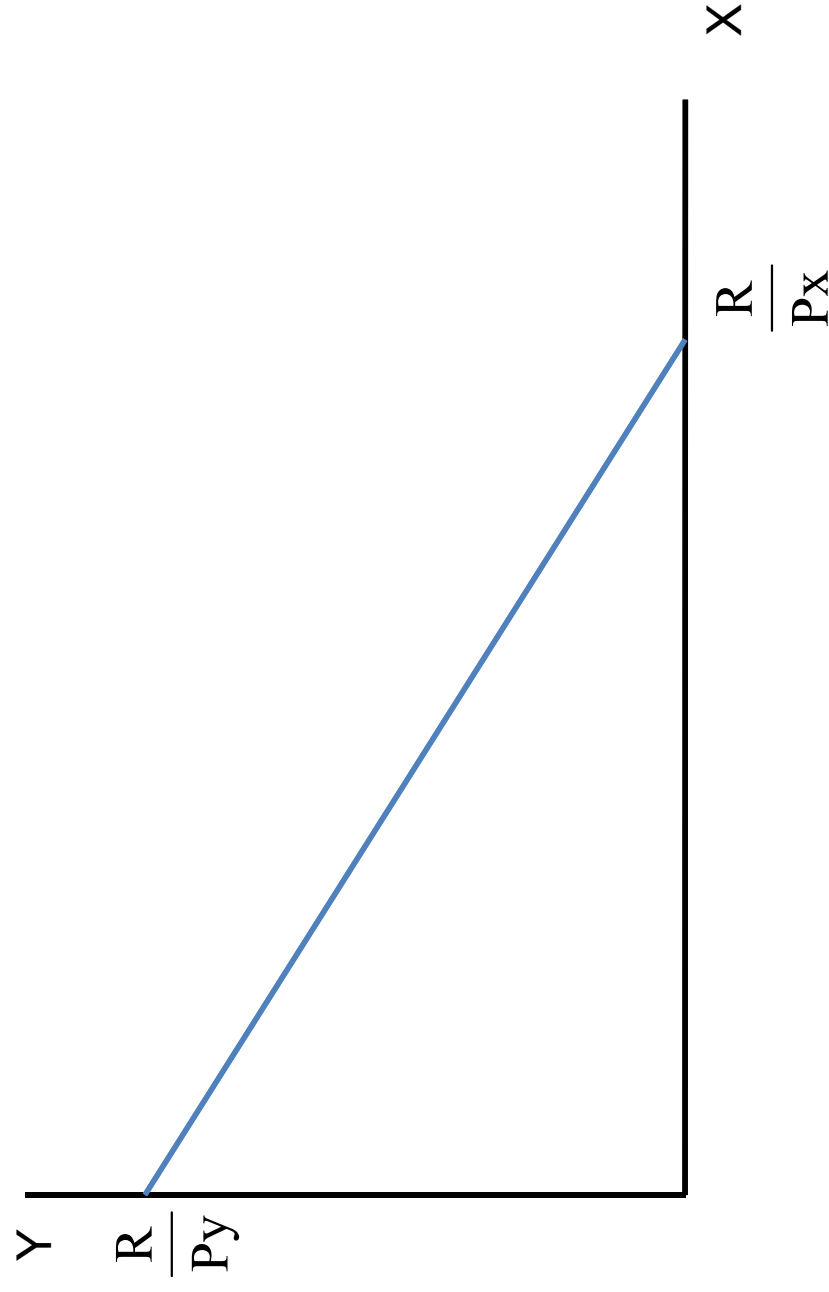
Con  $P_x = 5$ , la quantità massima acquistabile di X è 20, con  $P_y = 4$ , la quantità massima acquistabile di Y è 25.

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{P_x}{P_y} = -\frac{5}{4}$$

Dobbiamo rinunciare a 5 unità di Y per poterne avere 4 di X.

## Teoria del Consumatore

Costruiamo graficamente il nostro vincolo di bilancio:



## Teoria del Consumatore

Che succede se cambia il vincolo?

Possiamo esaminare variazioni di  $R$  oppure dei prezzi dei beni.

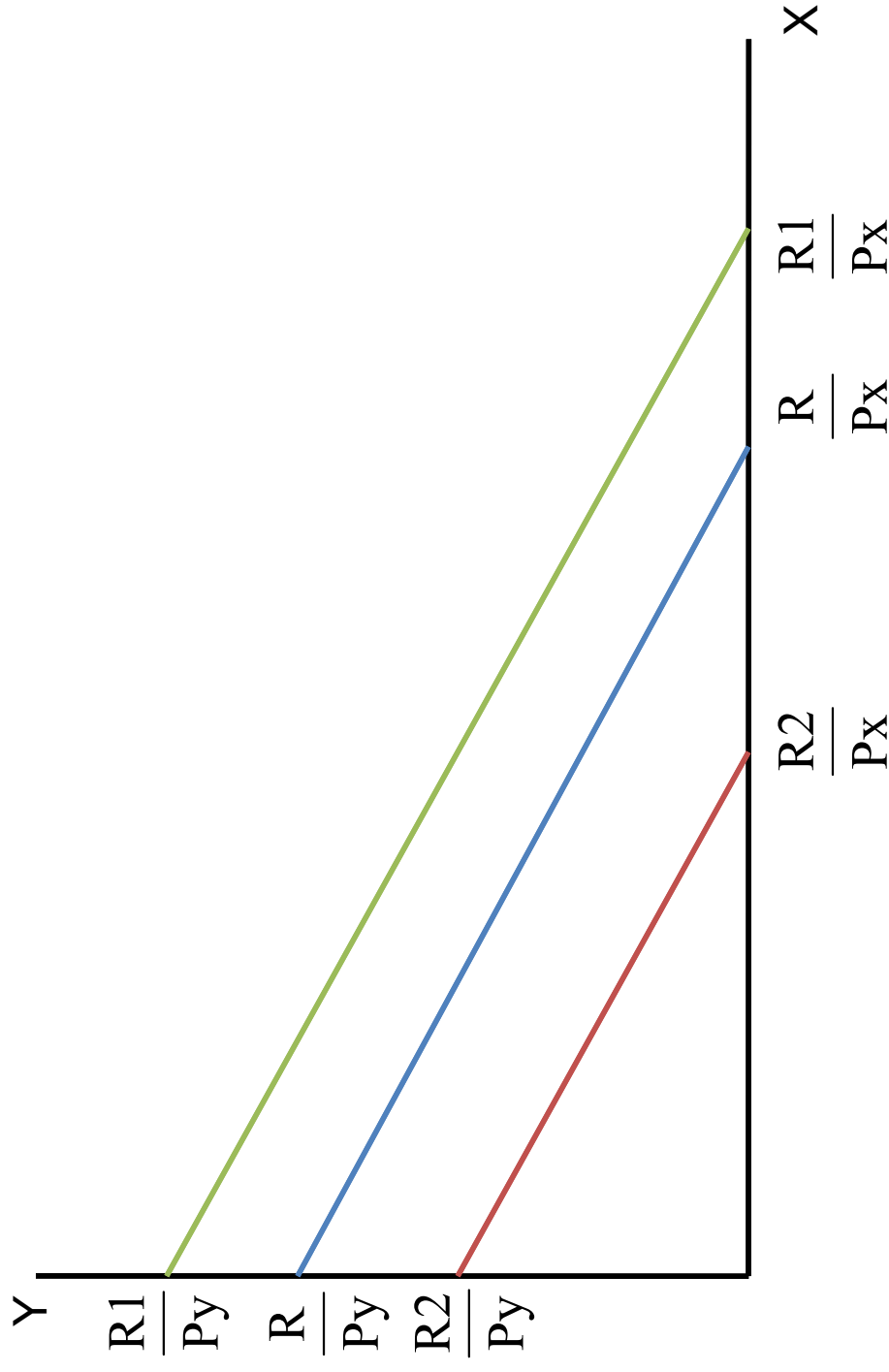
Se  $R$  cresce oppure  $P_y$ ,  $P_x$  diminuiscono nella stessa proporzione, allora il vincolo si sposterà a destra, perché naturalmente posso acquistare maggiori quantitativi di  $X$  e  $Y$ .

Da un punto di vista matematico notiamo come le intercette

$$\frac{R}{P_y}, \frac{R}{P_x}$$

## Teoria del Consumatore

Poniamo aumenti R, fino a R1, oppure diminuisca fino ad R2.



## Teoria del Consumatore

Potremmo naturalmente pensare a situazioni in cui invece diminuiscono i prezzi nella stessa proporzione ed il risultato sarebbe lo stesso.

Invece se  $R$  aumentasse nella stessa proporzione dei prezzi, in termini di possibilità di spesa non avremmo cambiamenti quindi il vincolo di bilancio rimarrebbe lo stesso.

Un caso differente é quello in cui i prezzi non cambiano nella stessa proporzione.

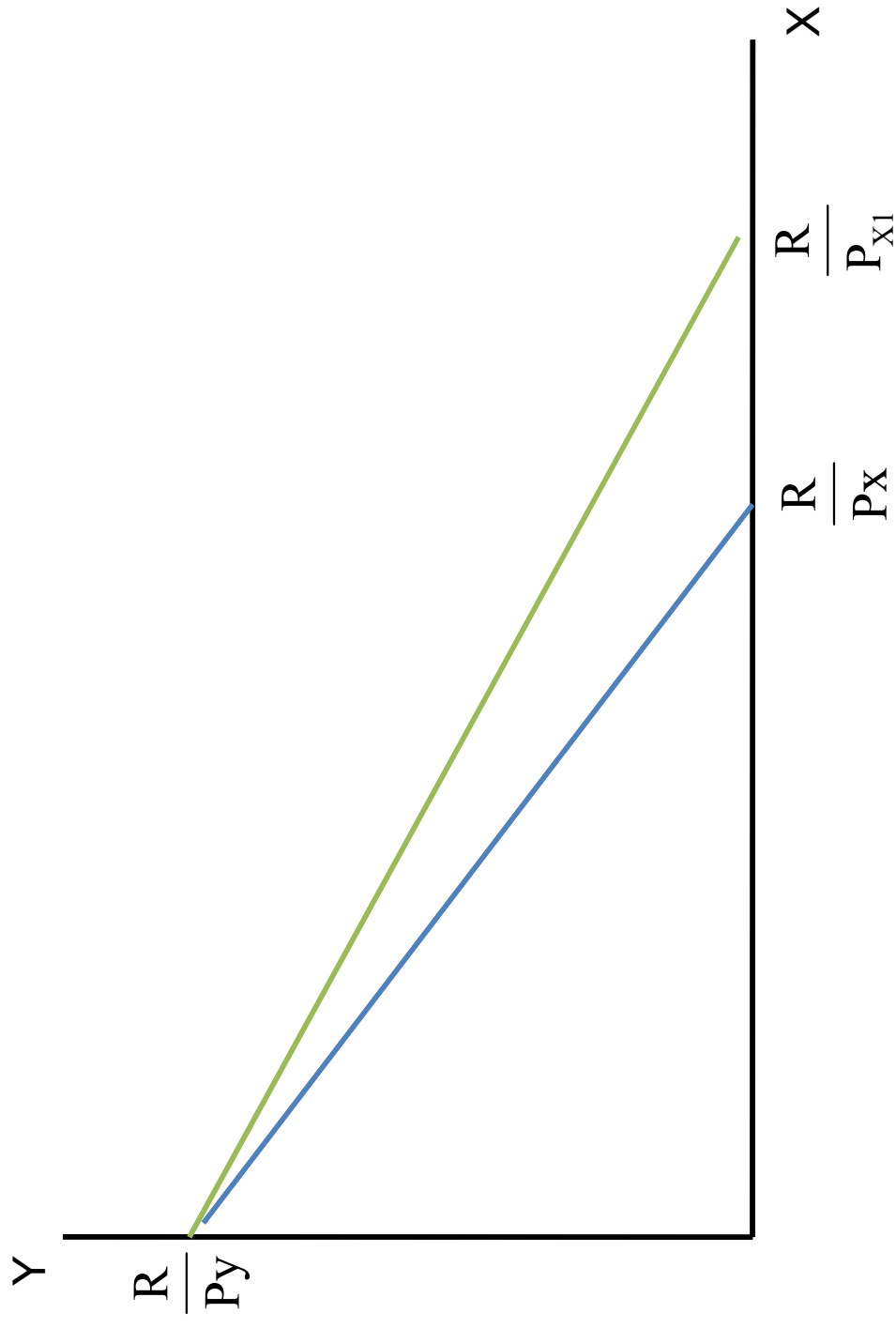
## Teoria del Consumatore

Poniamo ad esempio che  $P_x$  diminuisca, passando a  $P_{x1}$ , mentre  $P_y$  e  $R$  rimangono invariati.

Da un punto di vista del bene  $Y$  le possibilità massime di spesa sono le stesse (l'intercetta verticale non cambia), mentre da un punto di vista del bene  $X$  questa cresce, muovendoci verso destra sull'asse delle ascisse.

Diciamo quindi che il vincolo di bilancio ruota in senso antiorario facendo perno sull'asse verticale.

# Teoria del Consumatore



### **Funzione (indice) di utilità**

Andiamo ora ad analizzare le preferenze dell'individuo, cioè come trae utilità dai beni che acquista.

Immaginiamo che l'individuo tragga soddisfazione dal possedere una coppia di beni  $(X,Y)$ .

Per sapere qual è la massima soddisfazione che può ricavarne dobbiamo ipotizzare che si comporti in un certo modo nella scelta di un paniere rispetto all'altro.

## Teoria del Consumatore

Come sono fatte le preferenze individuali? Consideriamo alcuni assiomi per poter confrontare tra loro i panieri di consumo:

- **Completezza** possiamo confrontare tutti i panieri tra loro (sappiamo se A é meglio di B per ogni A,B)
- **Monotonia** non sazietà o utilità crescente nel consumo (sappiamo che se A contiene più beni di B A é meglio di B )
- **Transitività** (se A é preferito a B e B é preferito a C, allora A é preferito a C) (implica **riflessività**)

- **Convessità stretta**

Questa proprietà implica la mancanza di soluzioni in cui il paniere sia composto di un unico bene (A che abbia solo X o Y non é meglio di B che li ha entrambi).

Vedremo che con preferenze concave (pancia verso l'esterno degli assi) le soluzioni prevederebbero panieri con unico bene.

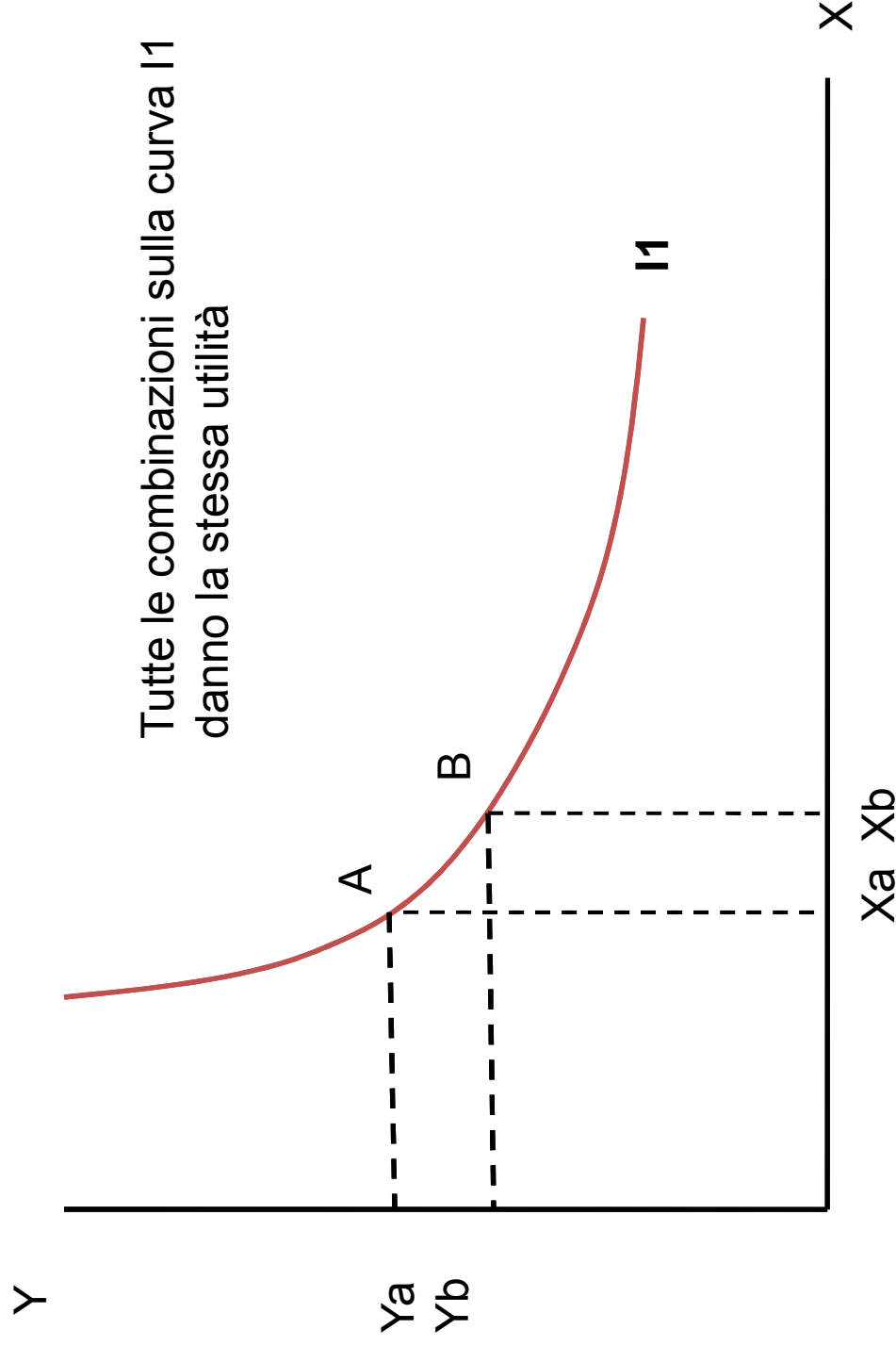
Ciò violerebbe l'assunto che il consumatore tragga utilità da entrambi i beni.

## Curve di indifferenza

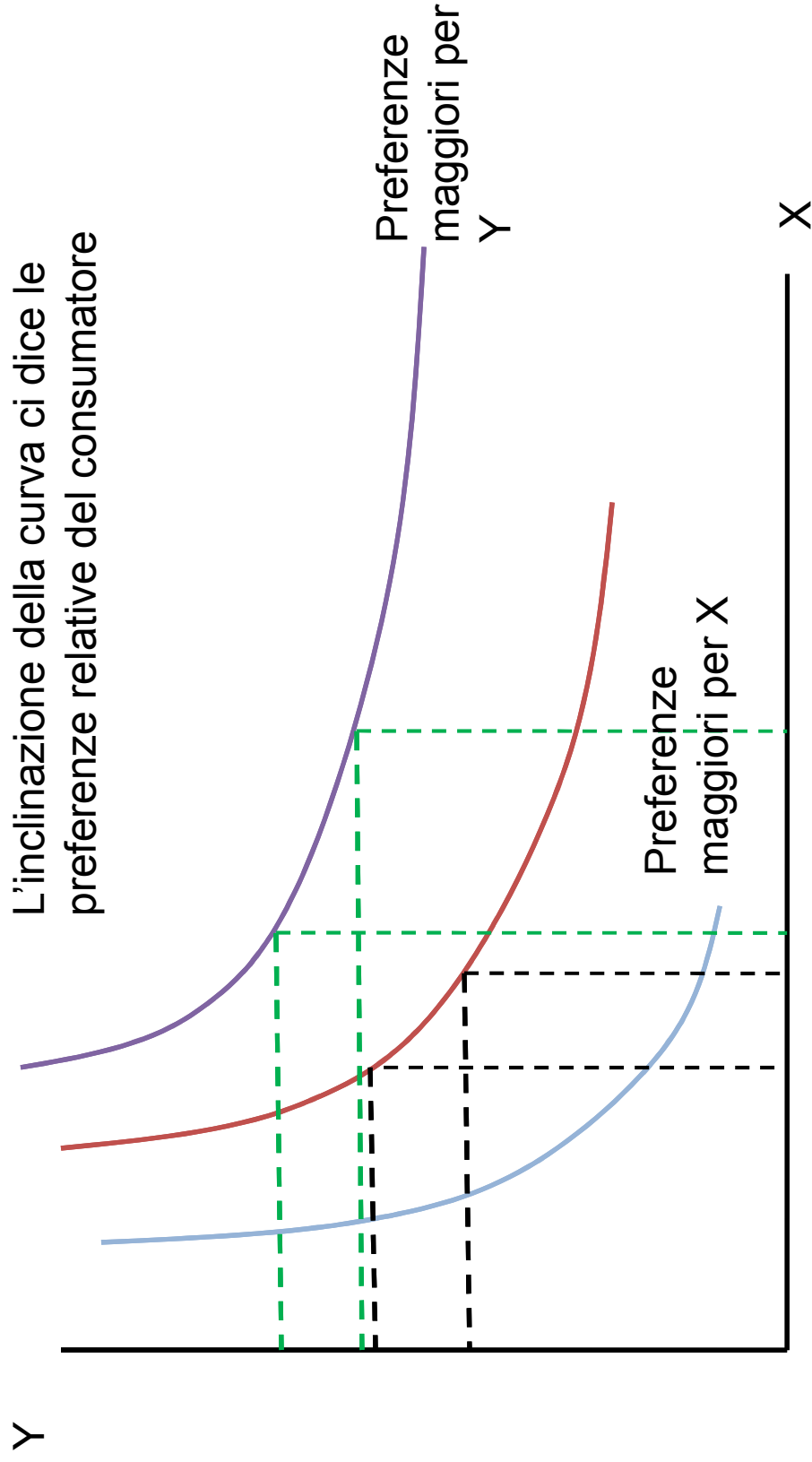
L'insieme dei panieri (coppie di punti  $X, Y$ ) per i quali l'utilità dell'individuo è costante definiscono una curva di indifferenza.

La posizione relativa della curva di indifferenza ci dice quali sono le preferenze di un individuo tra  $X$  e  $Y$ .

# Teoria del Consumatore



# Teoria del Consumatore



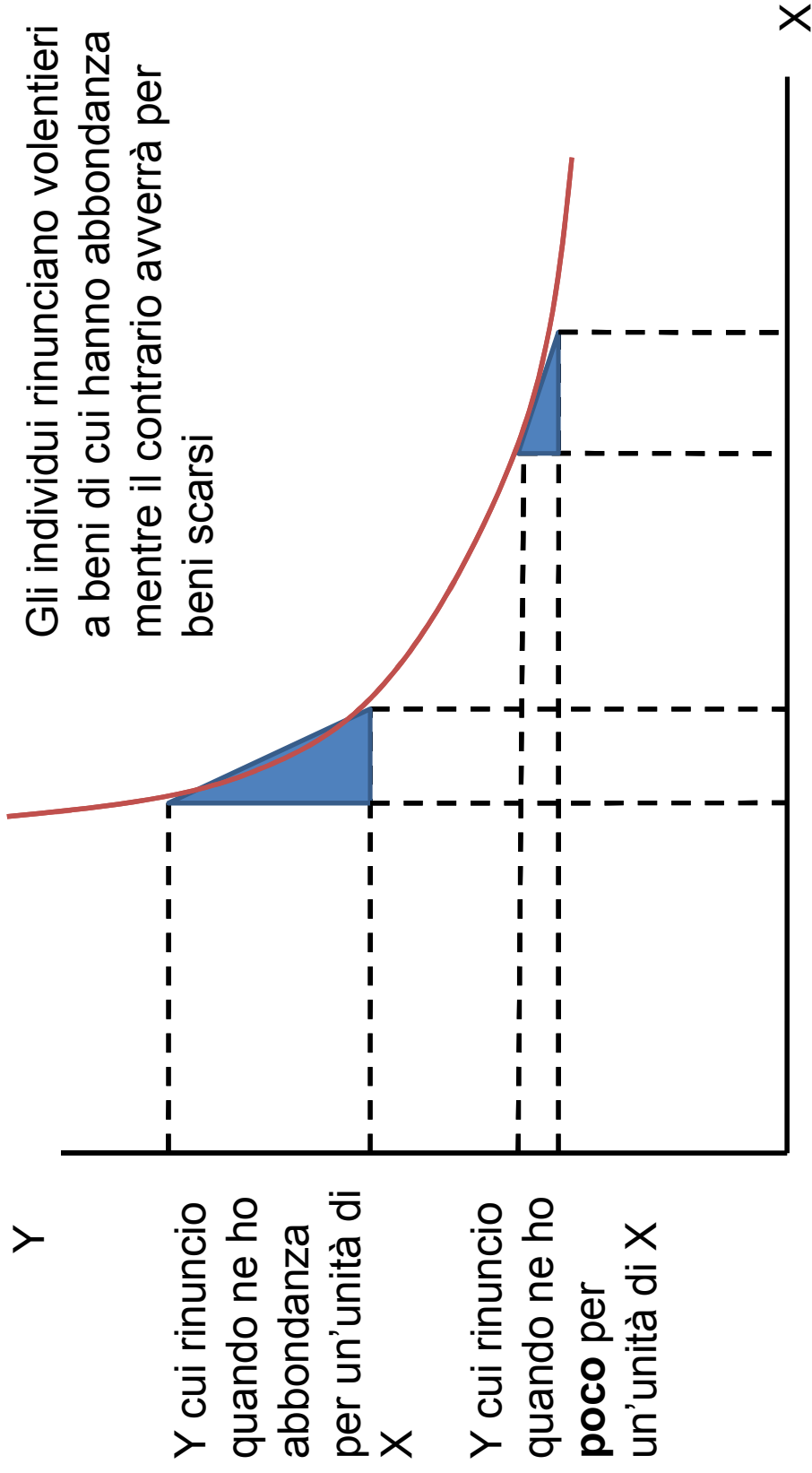
## Teoria del Consumatore

Proprietà curve di indifferenza

- **Convesse**
- **Curve più alte danno maggiore utilità**
- **Non si intersecano**
- **Inclinate verso il basso**

# Teoria del Consumatore

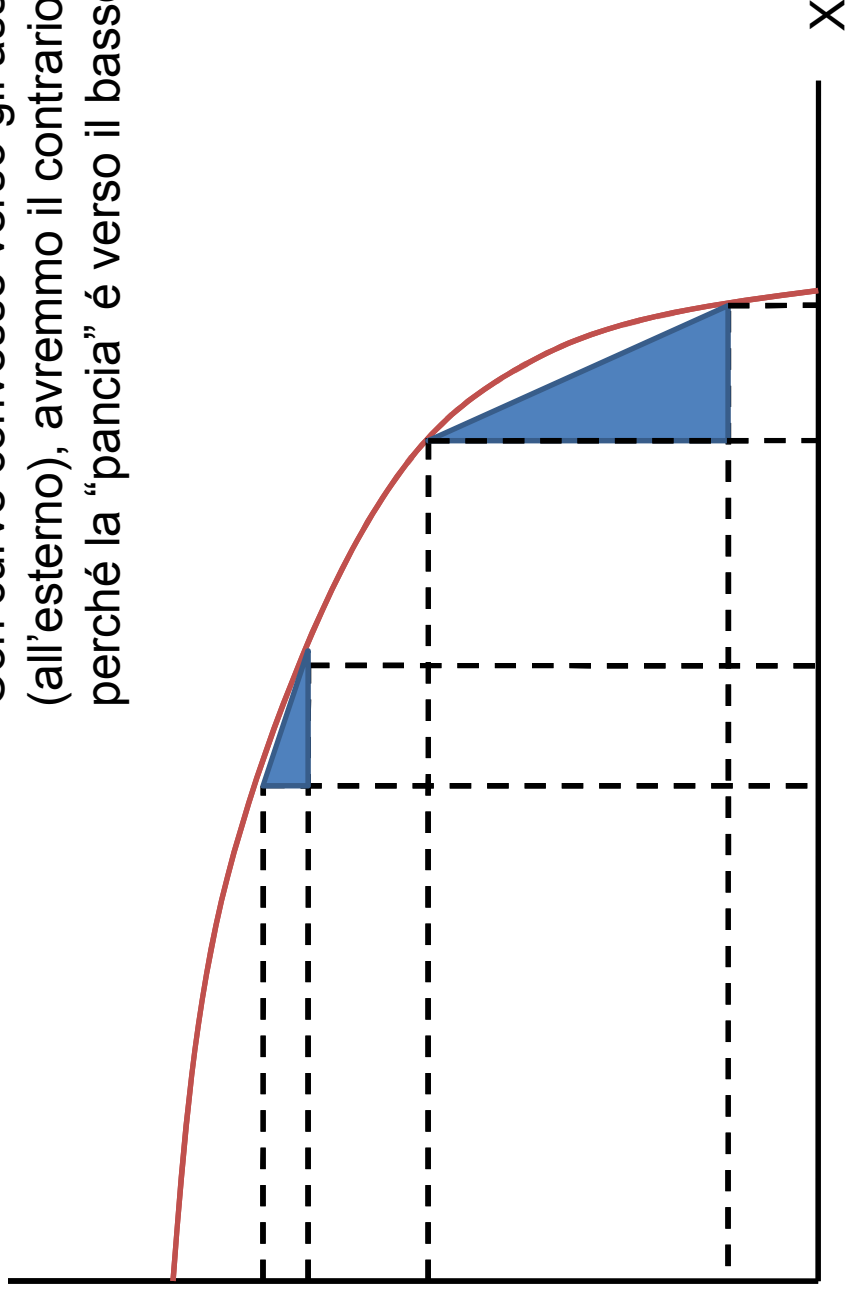
## 1. Convessità verso l'origine



# Teoria del Consumatore

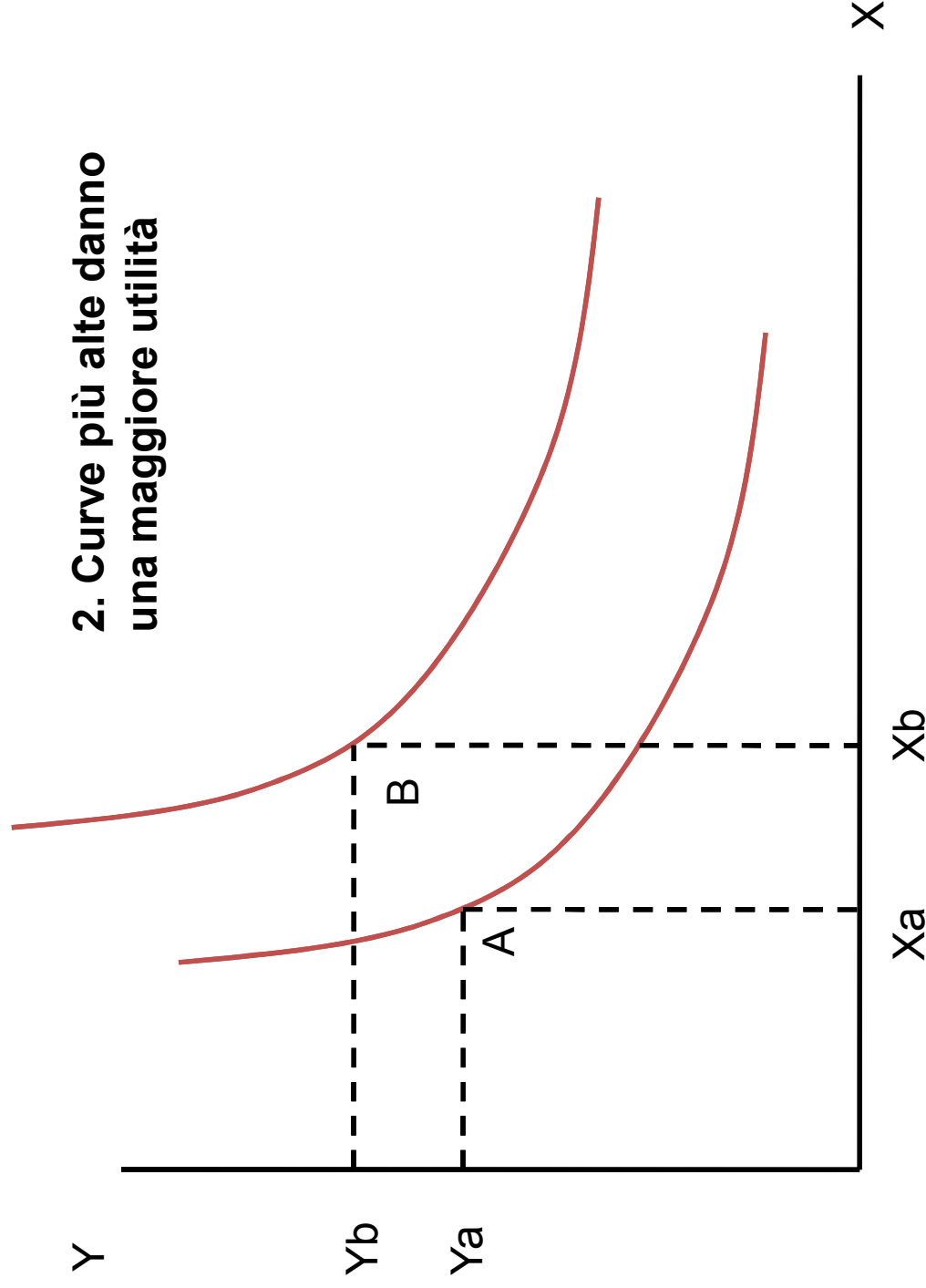
Y

Con curve convesse verso gli assi  
(all'esterno), avremmo il contrario, ecco  
perché la "pancia" è verso il basso



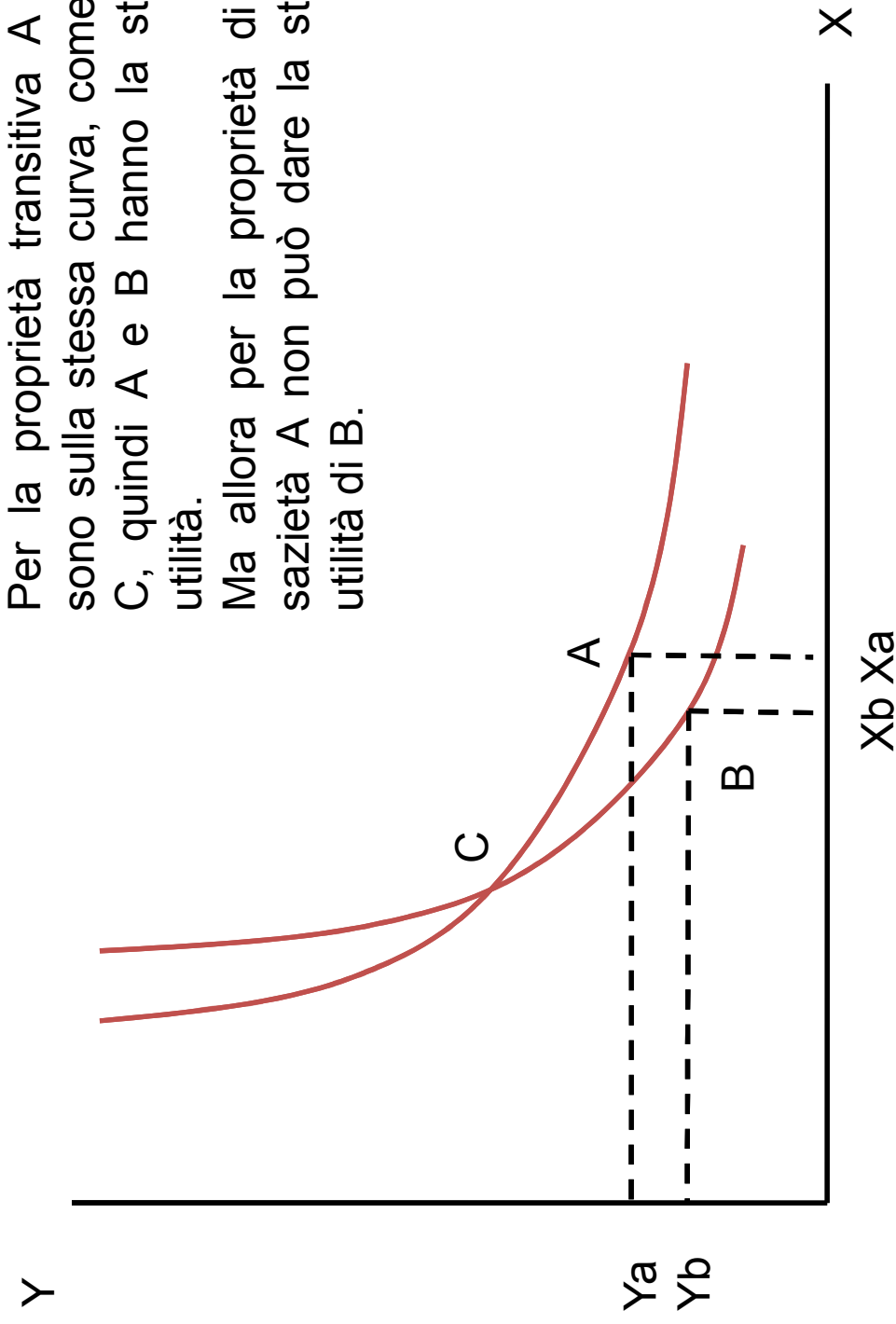
# Teoria del Consumatore

2. Curve più alte danno una maggiore utilità



## Teoria del Consumatore

### 3. Non si intersecano

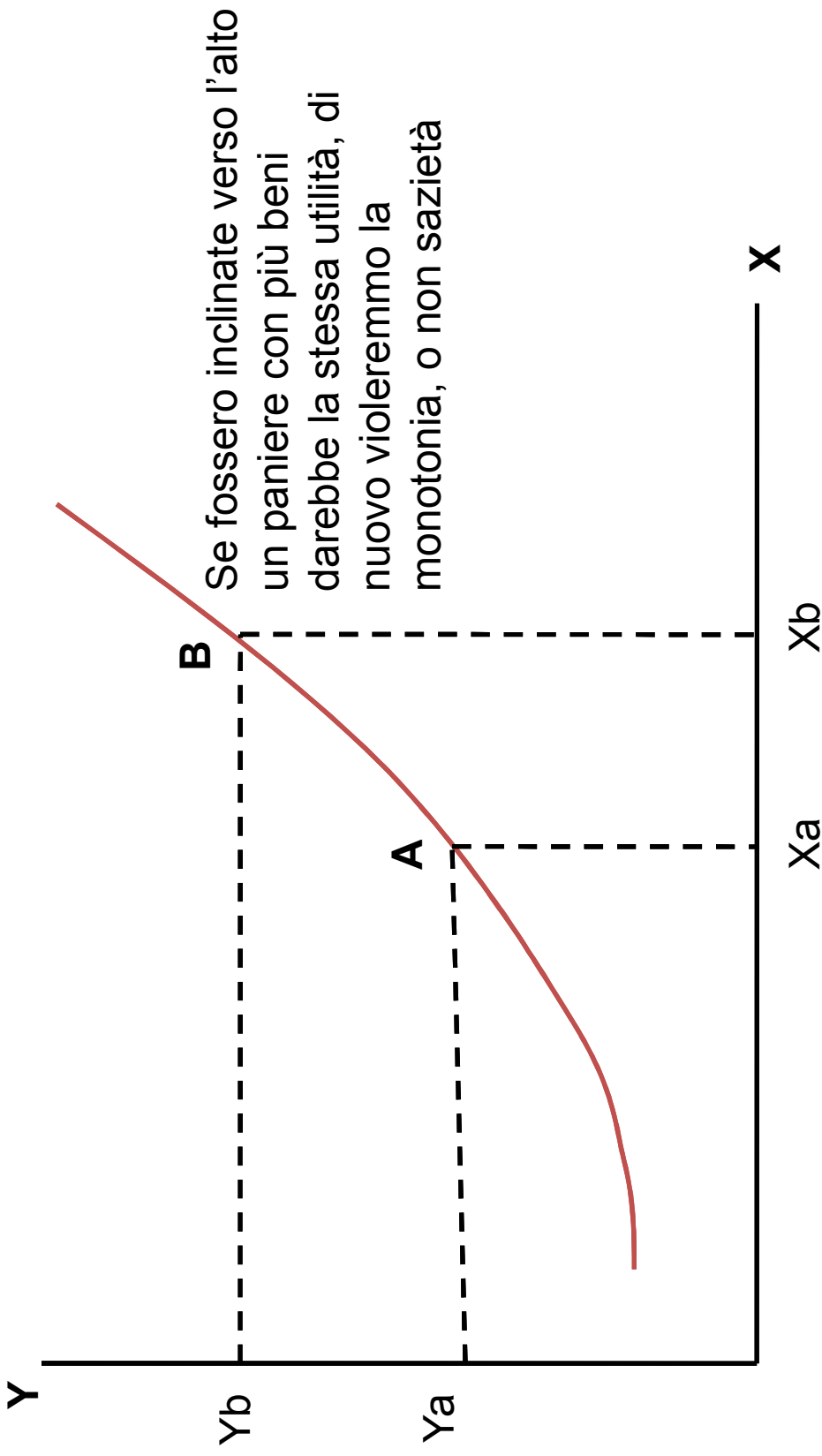


Per la proprietà transitiva A e C sono sulla stessa curva, come B e C, quindi A e B hanno la stessa utilità.

Ma allora per la proprietà di non sazietà A non può dare la stessa utilità di B.

# Teoria del Consumatore

## 4. Inclinate verso il basso



## Teoria del Consumatore

### **Saggio marginale di sostituzione psicologica**

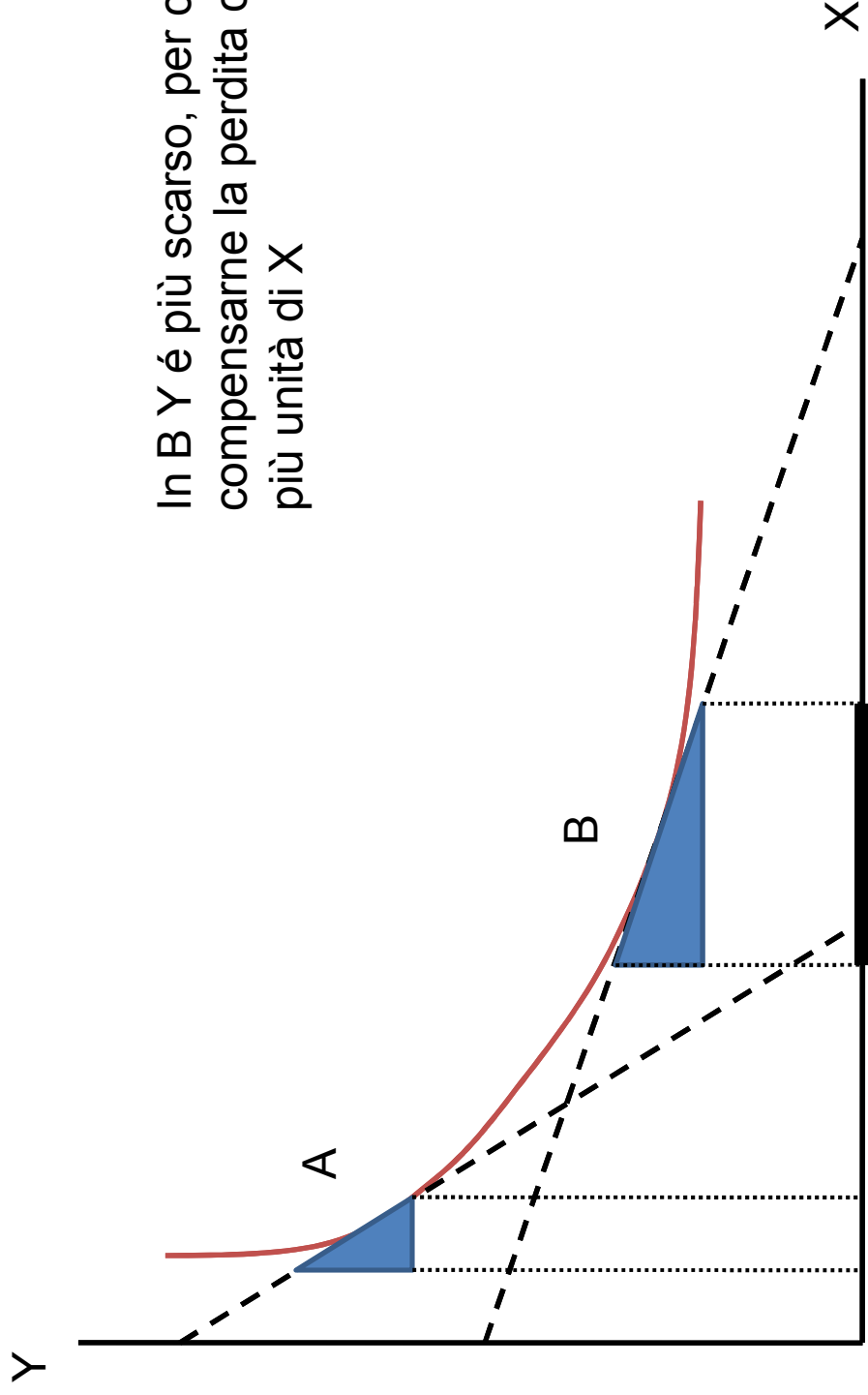
Ora poniamo di tornare al problema della posizione relativa della curva di indifferenza: di quante unità del bene Y il consumatore si può privare per mantenere costante la sua utilità ?

Da un punto di vista geometrico lo sappiamo dall'inclinazione della retta tangente al punto nel quale l'individuo scambia le unità del bene.

Prendiamo il punto A.

# Teoria del Consumatore

In B Y é più scarso, per cui per compensarne la perdita chiedo più unità di X



Unità di X che chiedo per rinunciare a Y in B

Mod. Economia Politica A.A. 2009/10

Docente: Michele Battisti

## Teoria del Consumatore

La figura mostra come il SMSP non sia unico ma cambi in ogni punto della stessa curva.

Il cambiamento fa sì che il saggio  $\Delta Y/\Delta X$  decresca spostandoci verso destra.

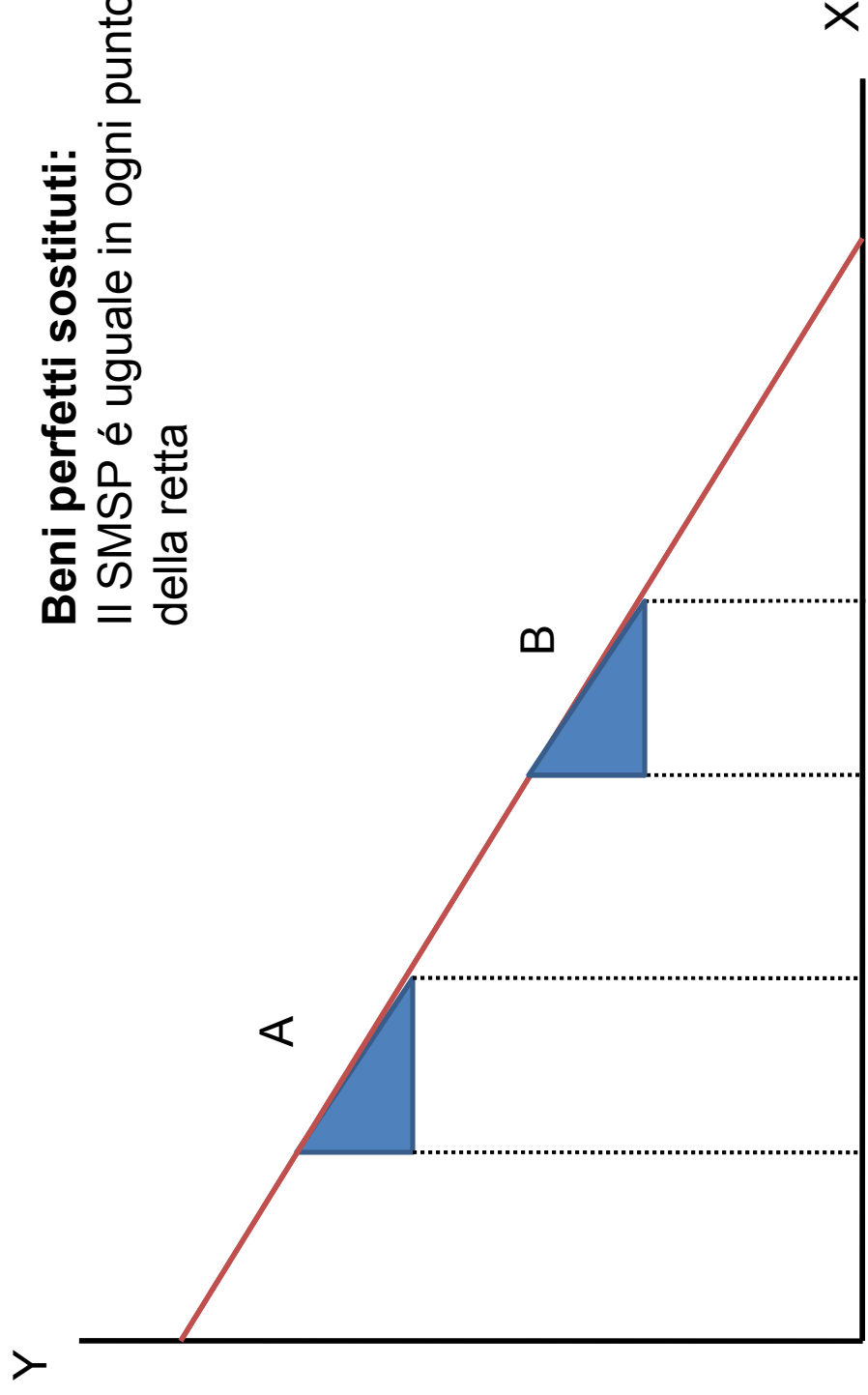
Il saggio sarebbe unico e costante solo se avessimo delle rette al posto delle curve di indifferenza.

Questo caso é definito come quello di beni **perfetti sostituti**.

# Teoria del Consumatore

## Beni perfetti sostituti:

Il SMSP é uguale in ogni punto della retta



Definiamo il **SMSP**

Visto che l'utilità é la stessa per tutte le coppie di punti che compongono la curva di indifferenza, spostandoci da un punto all'altro la variazione sarà pari a zero.

Inoltre la variazione sarà:

$$\Delta U = U_{M_X} \Delta X + U_{M_Y} \Delta Y = 0$$

Quindi

$$U_{M_Y} \Delta Y = - U_{M_X} \Delta X$$

Se ora risolviamo dividendo per  $U_{M_X}$  e  $\Delta Y$ :

$$SMSP_{Y,X} \Rightarrow - \frac{U_{M_Y}}{U_{M_X}} = \frac{\Delta X}{\Delta Y}$$

## Scelta del Paniere Ottimale

A questo punto sappiamo sia le possibilità di spesa dell'individuo (il **Vincolo di Bilancio**), sia le sue preferenze (la **Curva di Indifferenza**).

Possiamo procedere alla scelta del paniere che massimizza la sua utilità.

Intuitivamente il paniere dovrà giacere sia sul Vincolo di Bilancio (per esaurire tutte le possibilità di spesa), sia sulla curva di indifferenza più alta raggiungibile).

## Teoria del Consumatore

Soluzione matematica attraverso i **Moltiplicatori di Lagrange**

Da un punto di vista matematico, abbiamo una funzione di utilità

$$U(Y,X)$$

Da massimizzare, sotto un vincolo

$$P_x X + P_y Y \leq R$$

Il trucco è quello di trasformare questa ricerca del punto di ottimo vincolato, in uno di ottimo non vincolato.

## Teoria del Consumatore

Chiamo il Lagrangiano  $\lambda$  e il problema diventa:

$$\text{Max } U(X, Y, \lambda) = U(X, Y) + \lambda(R - P_X X - P_Y Y)$$

Il massimo di una funzione si trova ponendo le derivate prime uguali a zero:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = UM_X = \lambda P_X$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = UM_Y = \lambda P_Y$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R + P_X X + P_Y Y$$

## Teoria del Consumatore

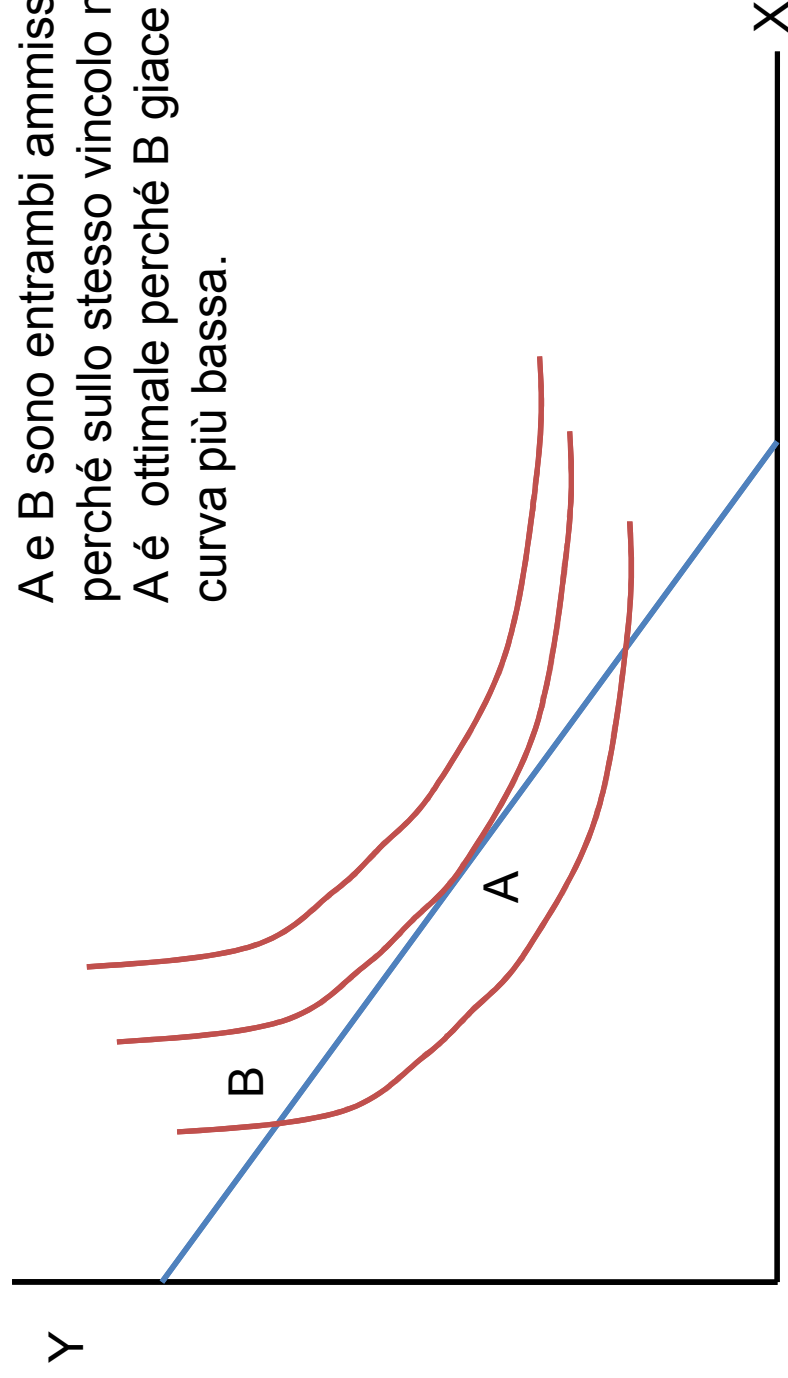
Il rapporto tra le prime due derivate é:

$$\frac{\partial L}{\partial X} / \frac{\partial L}{\partial Y} \Rightarrow \frac{UM_X}{UM_Y} = \frac{\lambda P_X}{\lambda P_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

Quindi la terza derivata ci dice che la soluzione é sul vincolo di bilancio, mentre il rapporto delle prime due ci dice che in quel punto il rapporto tra le utilità marginali é uguale a quello dei prezzi (che ricordiamo era uguale al rapporto  $\Delta Y / \Delta X$ ).

# Teoria del Consumatore

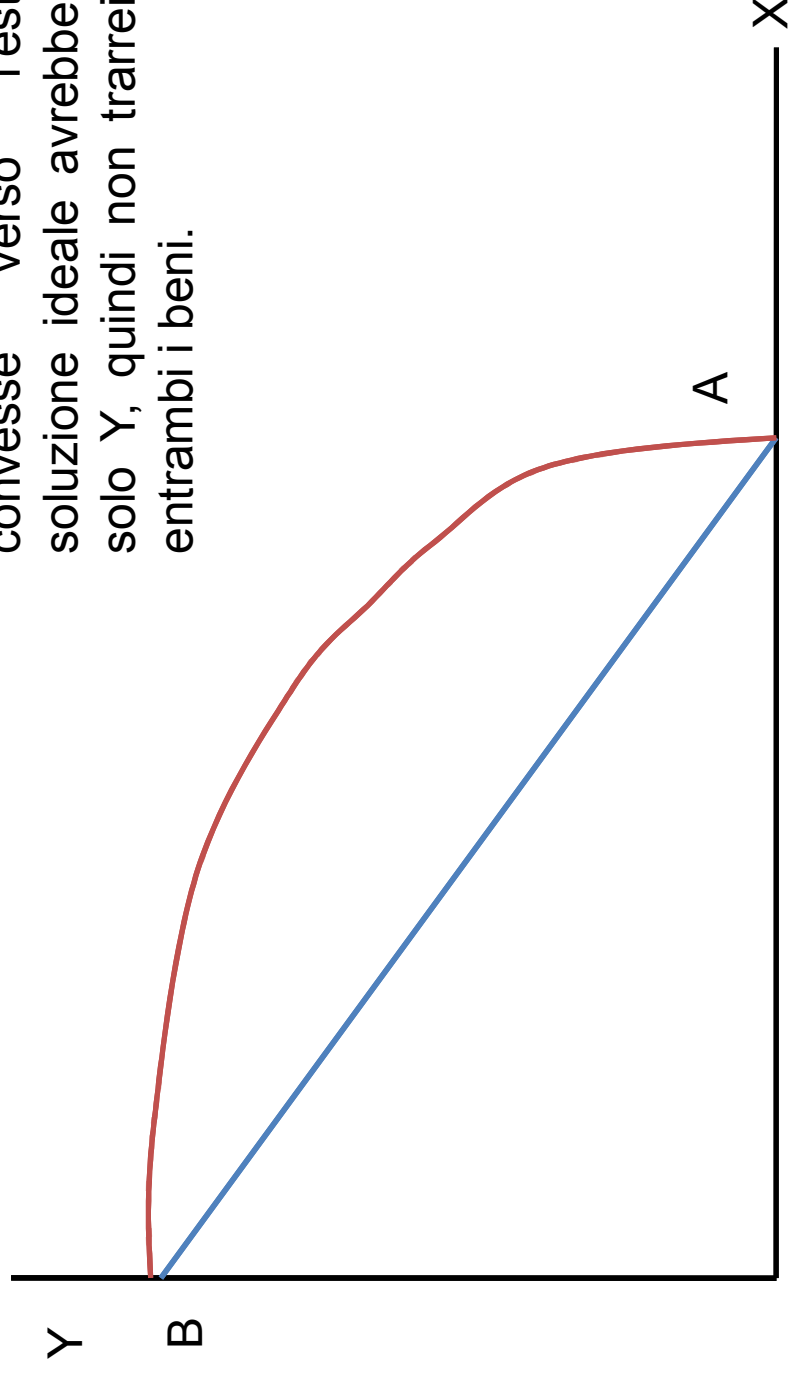
## Soluzione grafica



A e B sono entrambi ammissibili,  
perché sullo stesso vincolo ma solo  
A è ottimale perché B giace su una  
curva più bassa.

## Teoria del Consumatore

Se avessi curve di indifferenza convesse verso l'esterno la soluzione ideale avrebbe solo X o solo Y, quindi non trarrei utilità da entrambi i beni.



### **Curva reddito consumo**

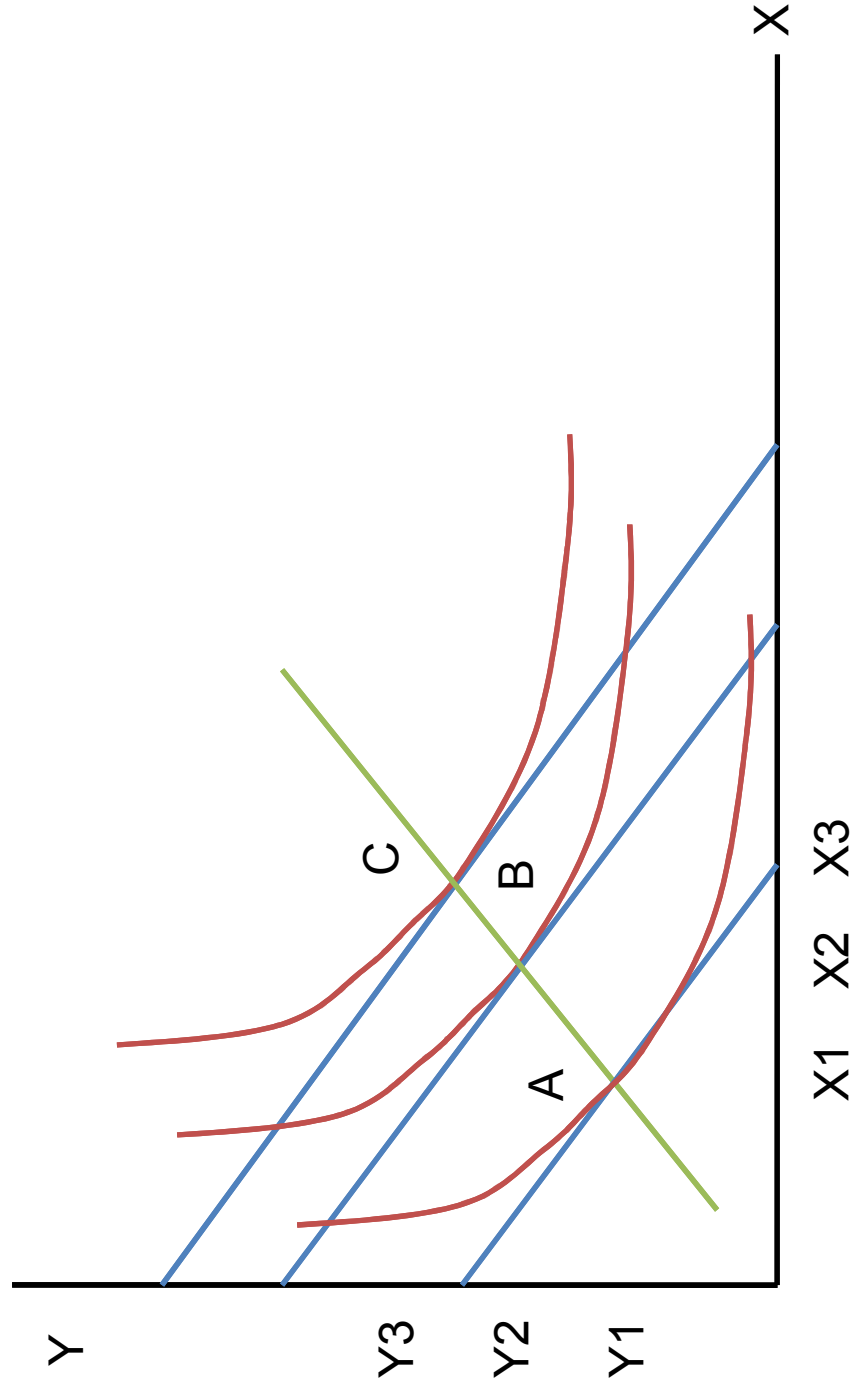
Se ora misuriamo come cambia il paniere ottimale al variare proporzionale del reddito in punti diversi, dobbiamo semplicemente spostare parallelamente il vincolo di bilancio.

Essendo le curve di indifferenza parallele, la tangenza tra vincolo e curva avviene in punti che sono anch'essi paralleli.

La retta che congiunge questi punti viene definita curva reddito – consumo.

# Teoria del Consumatore

## Curva reddito consumo



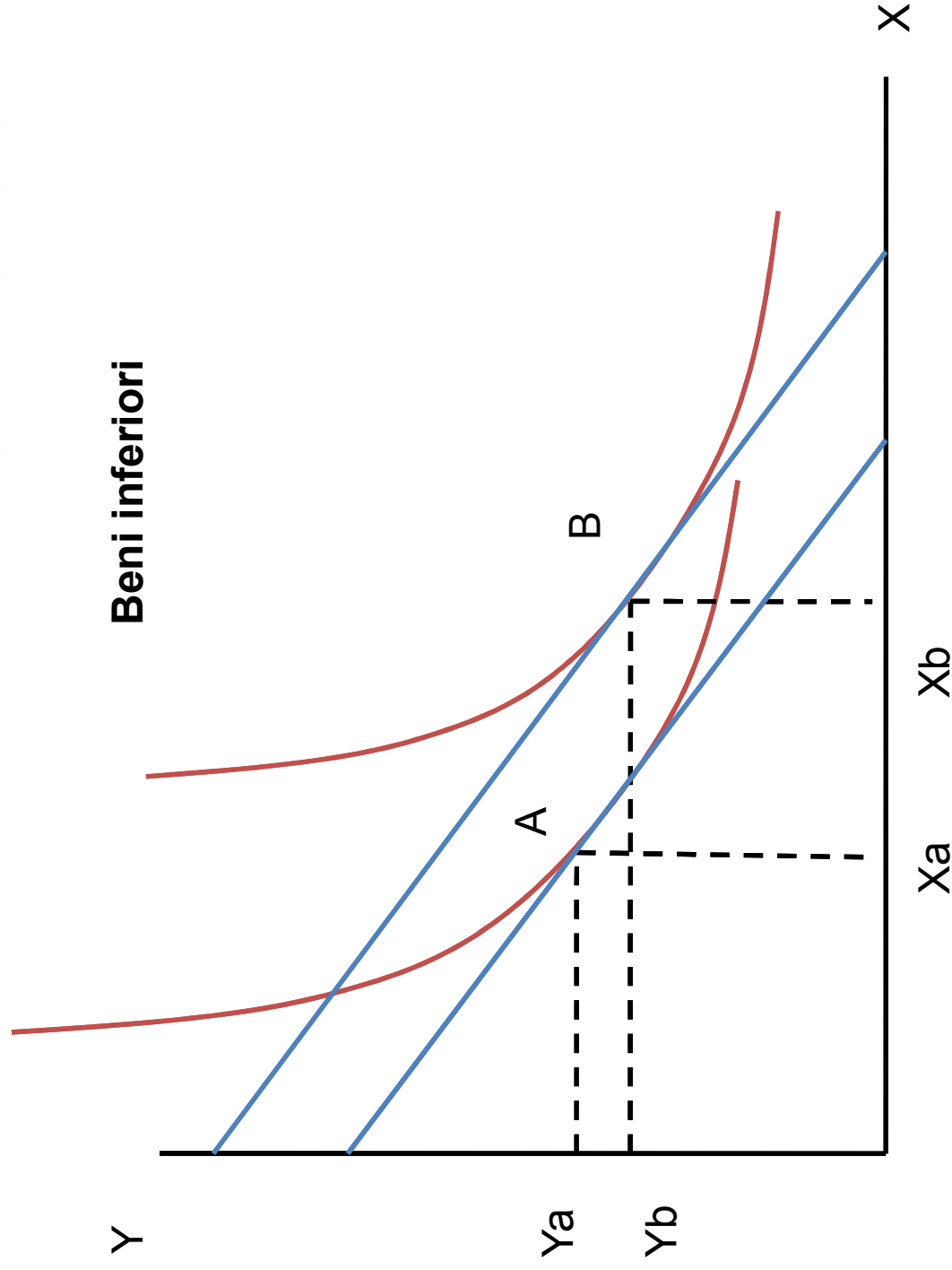
## Teoria del Consumatore

Questo ci consente di dire che la relazione tra la disponibilità di reddito di un individuo ed il consumo di un bene é positiva, quindi con più reddito consumeremo una maggiore quantità del bene.

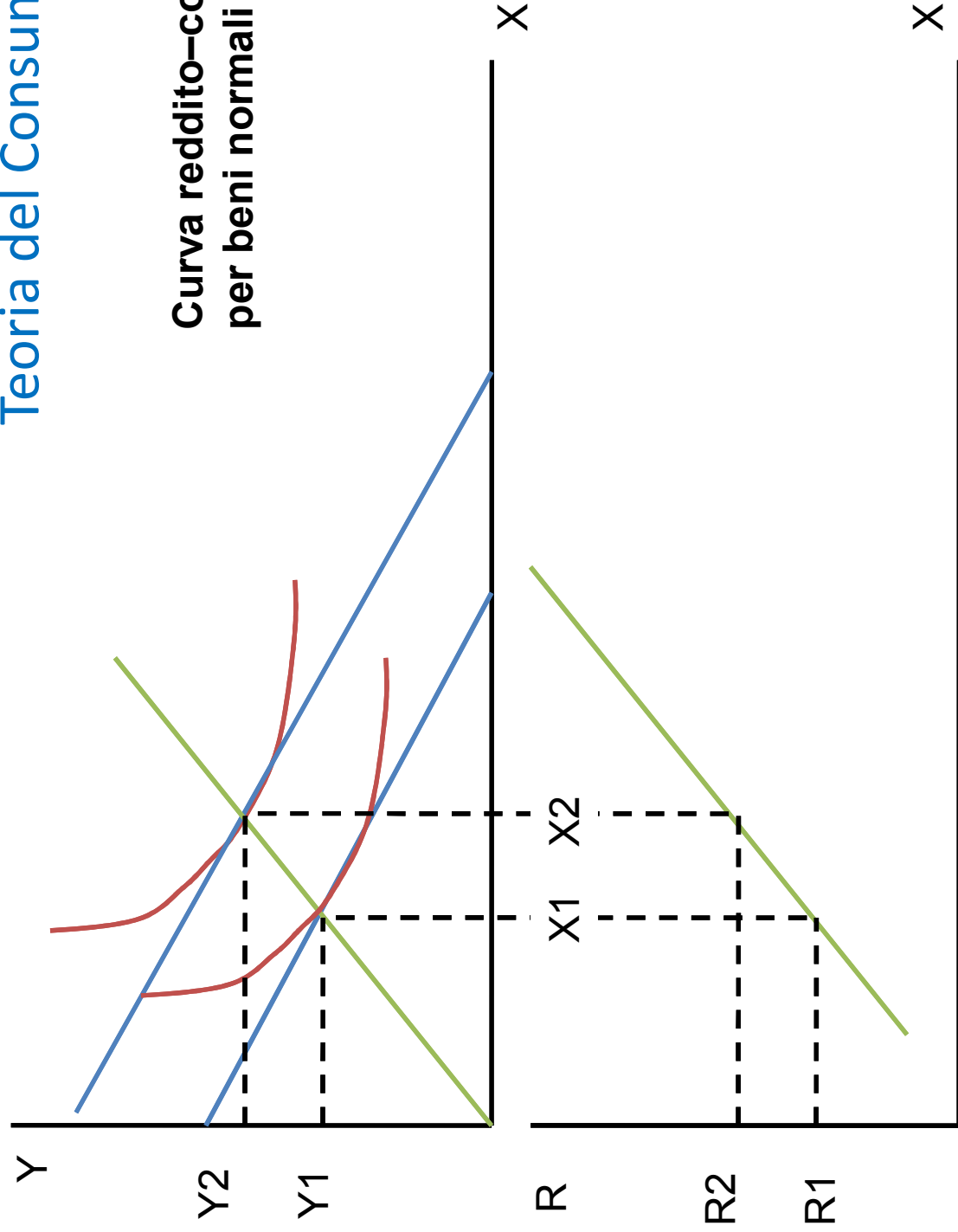
Quando vale tale relazione definiamo i beni in questione come **normali**.

Questo assunto non vale sempre. Sappiamo che per alcuni beni la maggior ricchezza implica una sostituzione quindi una riduzione del consumo degli stessi (ad esempio trasporto pubblico contro privato, pane contro carne, ecc.) che definiamo beni **inferiori**.

# Teoria del Consumatore



# Teoria del Consumatore



### **Curva prezzo – consumo**

Poniamo ora che cambi soltanto il prezzo di uno dei due beni, ad esempio diminuisce  $P_x$ .

Il vincolo ruota e ci spostiamo su una soluzione di tangenza a destra.

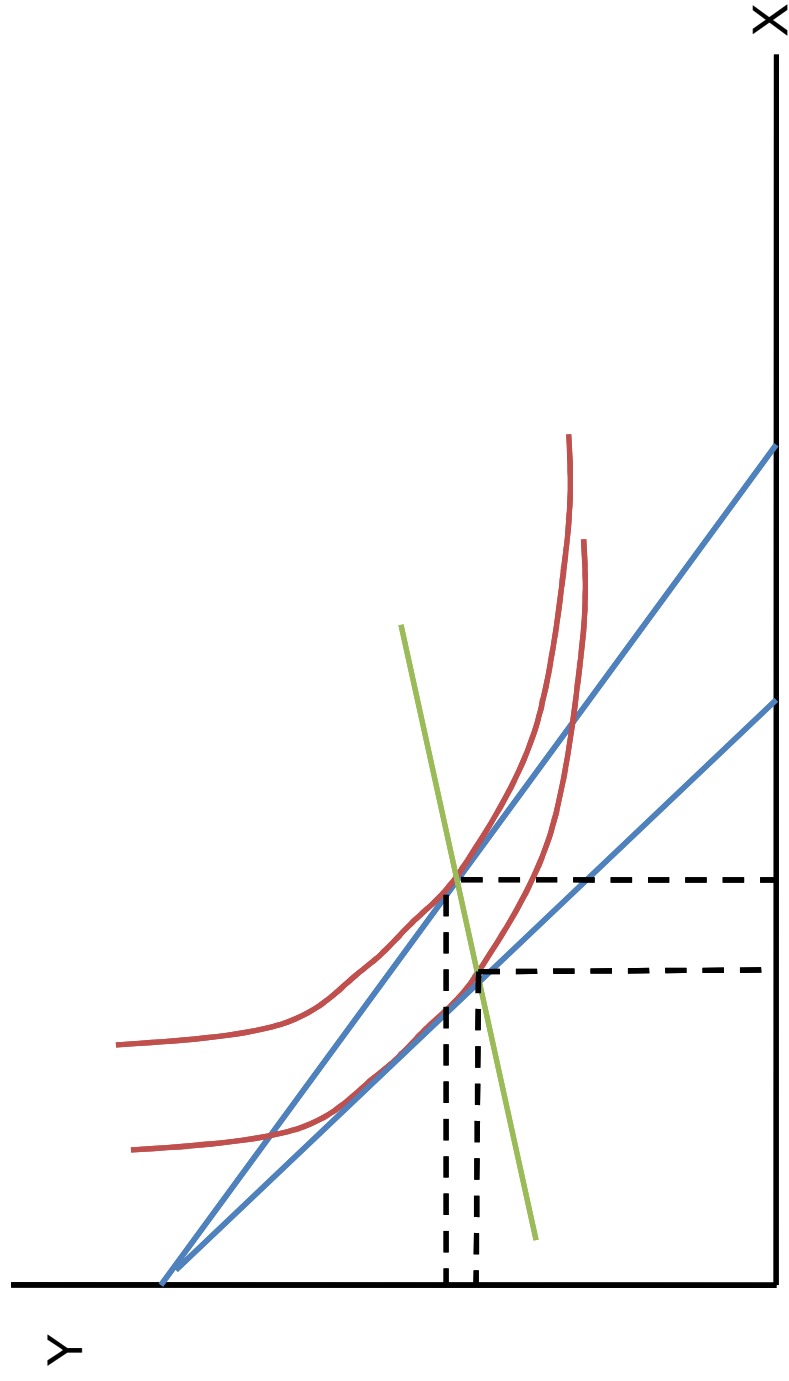
Data la relativa maggiore convenienza di  $X$  la proporzione dell'aumento di  $X$  sarà solitamente maggiore di quella di  $Y$ .

Come prima unendo i punti che danno le diverse soluzioni otteniamo una retta, che sarà la nostra curva prezzo–consumo.

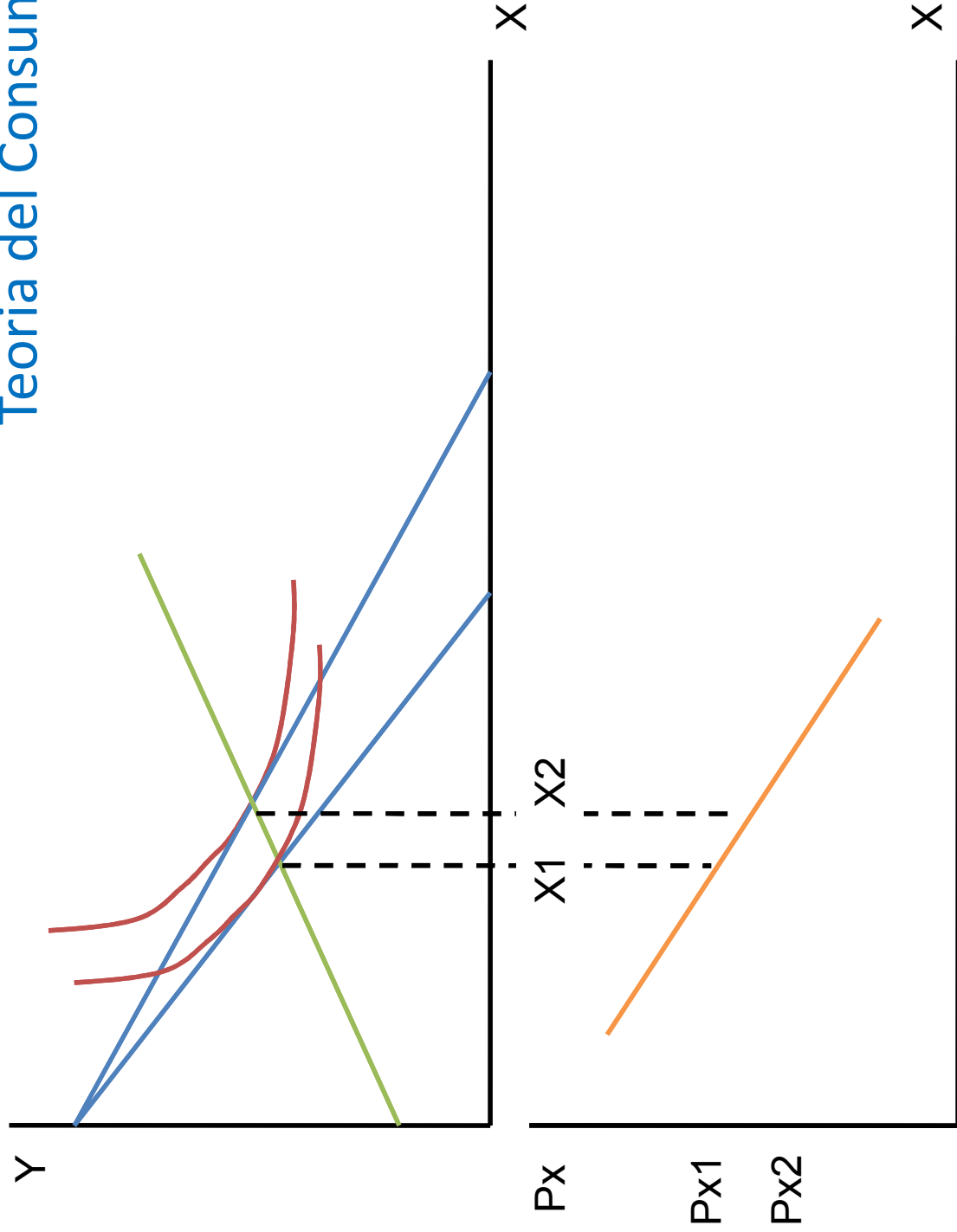
La relazione in questo caso sarà negativa.

# Teoria del Consumatore

## Curva prezzo – consumo



# Teoria del Consumatore



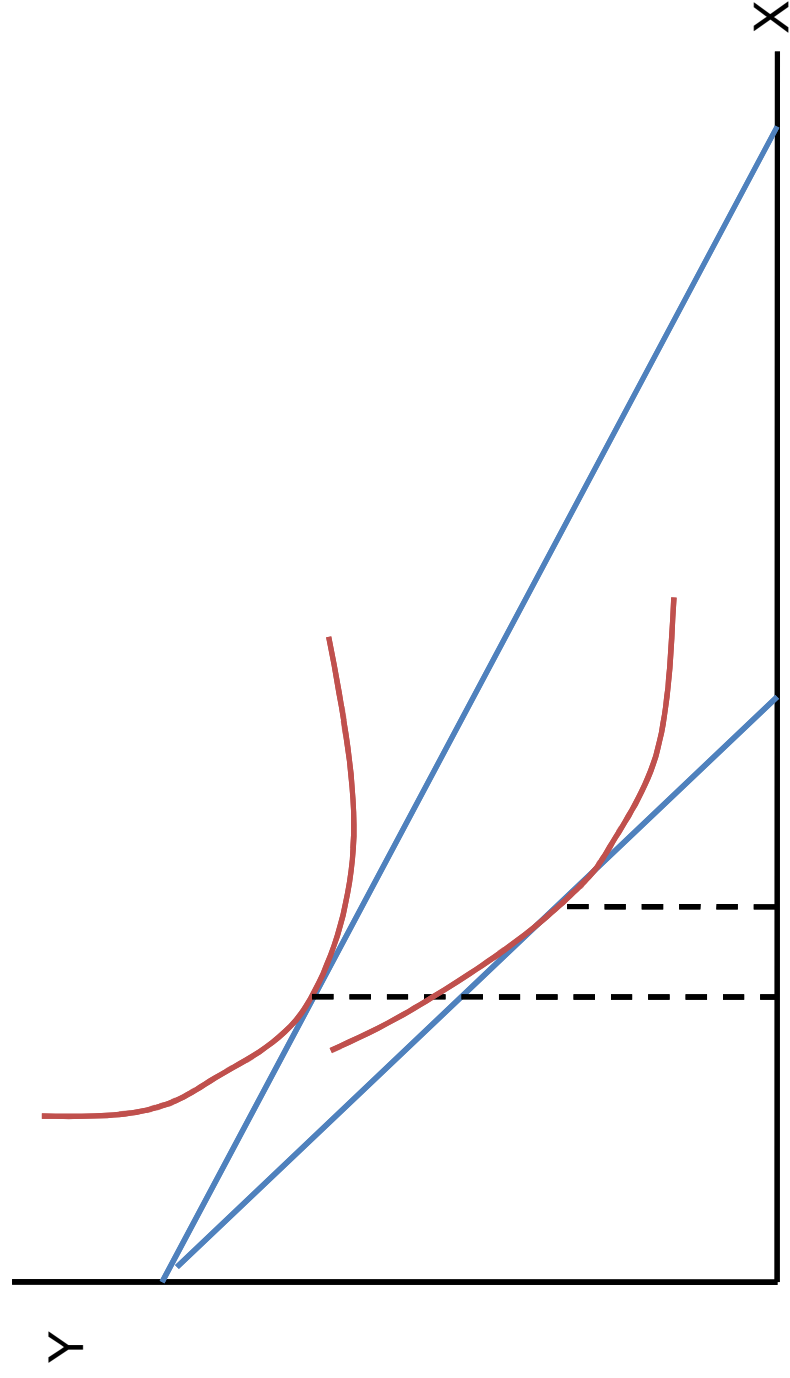
### **Beni di Giffen**

Analogamente a ciò che abbiamo visto per i beni inferiori dove un aumento del reddito disponibile ne riduceva il consumo, ci sono alcuni beni per i quali una diminuzione del prezzo ne riduce il consumo.

Tali beni sono definiti come beni di Giffen.

## Teoria del Consumatore

**Bene di Giffen:** Diminuizione di  $P_x \rightarrow$  Diminuzione di  $X$



## Teoria del Consumatore

Scomponiamo l'effetto prezzo: effetto **reddito** ed effetto **sostituzione**

Quando abbiamo una variazione di prezzo ci sono due effetti da considerare. Poniamo il prezzo di X diminuisca:

- sono più ricco quindi posso acquistare una maggiore quantità di entrambi i beni (effetto **reddito**)
- il prezzo di X è più conveniente rispetto a Y quindi sostituisco il bene relativamente più costoso (effetto **sostituzione**)

## Metodo di Hicks

Al diminuire di  $P_x$  complessivamente ho maggiore possibilità di spesa quindi l'effetto finale atteso è un paniere con maggiori quantità di  $X$  e  $Y$ .

Questo però sottintende la somma di due effetti:

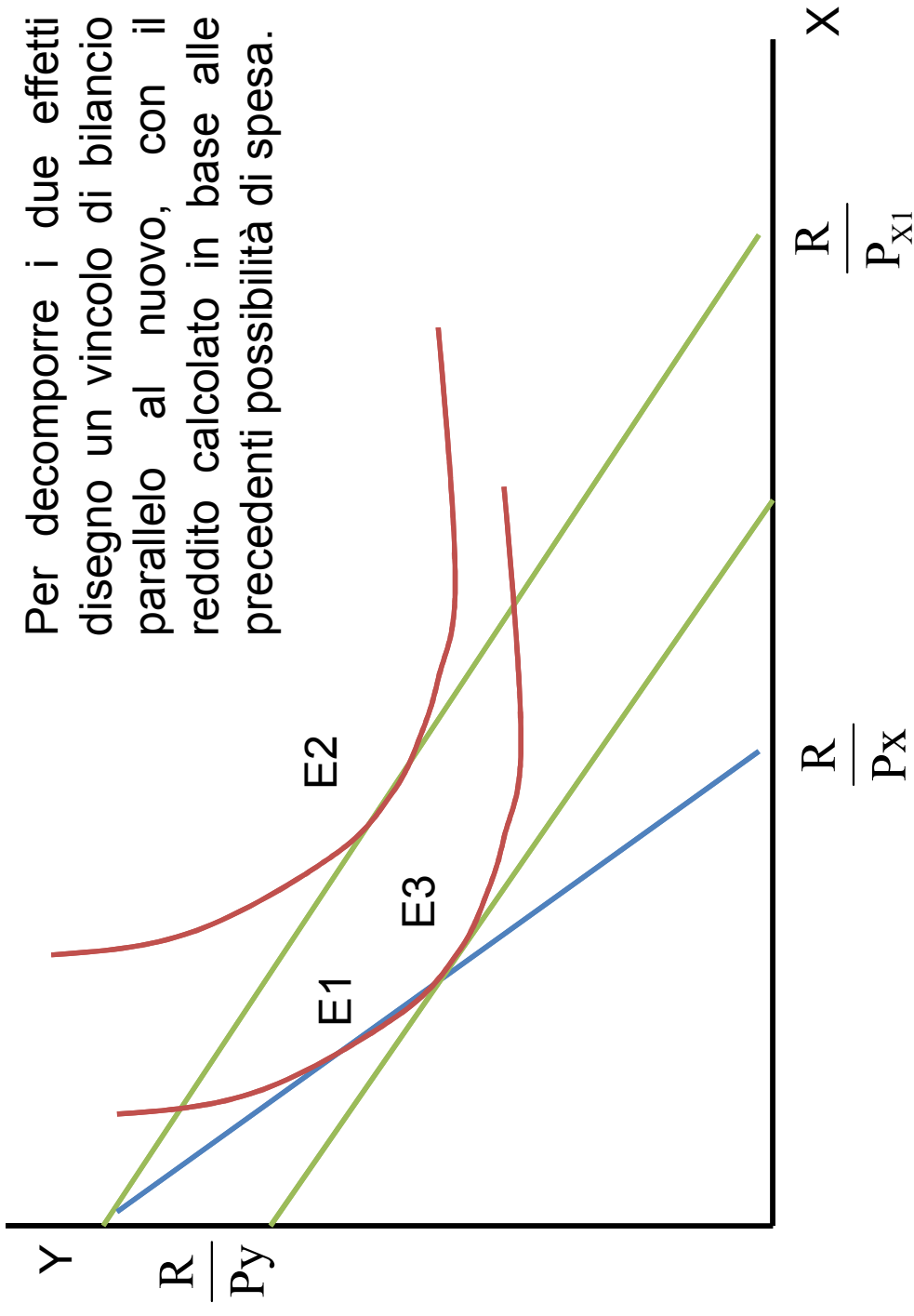
- con l'effetto sostituzione  $X$  cresce e  $Y$  diminuisce (passaggio da  $E1$  a  $E3$ ).
- con l'effetto reddito entrambi i beni crescono (da  $E3$  a  $E2$ )

## **Metodo di Hicks**

L'ipotesi fondamentale del metodo di Hicks è che l'individuo non subisce effetti di reddito se non cambia la sua utilità, quindi se rimane sulla stessa curva di indifferenza.

# Teoria del Consumatore

Per decomporre i due effetti disegno un vincolo di bilancio parallelo al nuovo, con il reddito calcolato in base alle precedenti possibilità di spesa.



## Teoria del Consumatore

Esempio numerico

$R=20\text{€}$ ,  $P_x=4\text{€}$ ,  $P_y=2\text{€}$

L'intercetta verticale é 10, quella orizzontale 5 (quantità massime acquistabili spendendo in un solo bene).

Ora  $P_x=3\text{€}$

Per tener conto del fatto che  $X$  é più conveniente di prima neutralizzo la maggior ricchezza del consumatore togliendogli parte del reddito (es. 3 €).

Le intercette diventano rispettivamente 8.5 e 5.3, quindi il vincolo trasla.

## Teoria del Consumatore

Infine il nuovo vincolo parallelo avrà intercette pari a 10 (come all'inizio) e 6.67 quindi.

Il passaggio da E1 a E3 mostra cosa l'individuo farebbe avendo le stesse possibilità di spesa ma con X che costa meno di Y.

Il passaggio da E3 a E2 mostra cosa l'individuo farebbe essendo più ricco.

Il passaggio da E1 a E2 é quindi la somma netta di due effetti contrapposti.

E' facile verificare come in caso di beni di Giffen l'effetto sostituzione ha segno contrario, riducendo la quantità di X.

## Teoria del Consumatore

In alternativa al metodo di Hicks possiamo usare quello di **Slutsky**.

Questo metodo é molto simile al precedente ma non utilizza le curve di indifferenza, quindi non si basa su preferenze soggettive, ma su parametri oggettivi dati dal vincolo di bilancio.

Col metodo di Slutsky dobbiamo «aggiustare» il reddito monetario in modo da tener costante il potere d'acquisto, cioè in modo che il consumatore abbia abbastanza denaro da poter acquistare la stessa combinazione che acquistava in precedenza.

## Teoria del Consumatore

Partiamo dagli stessi dati visti prima:  $R=20$ ,  $P_X=4$ ,  $P_Y=2$

Il consumatore acquista 3 unità di X e 4 di Y.

La spesa esaurisce il vincolo:

$$P_X X + P_Y Y = R$$

$$4 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 20$$

## Teoria del Consumatore

Se  $P_x$  scende a 3 usiamo le stesse quantità ed il paniere costa ora 17€.

$$3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 17$$

La riduzione di  $R$  è data da:

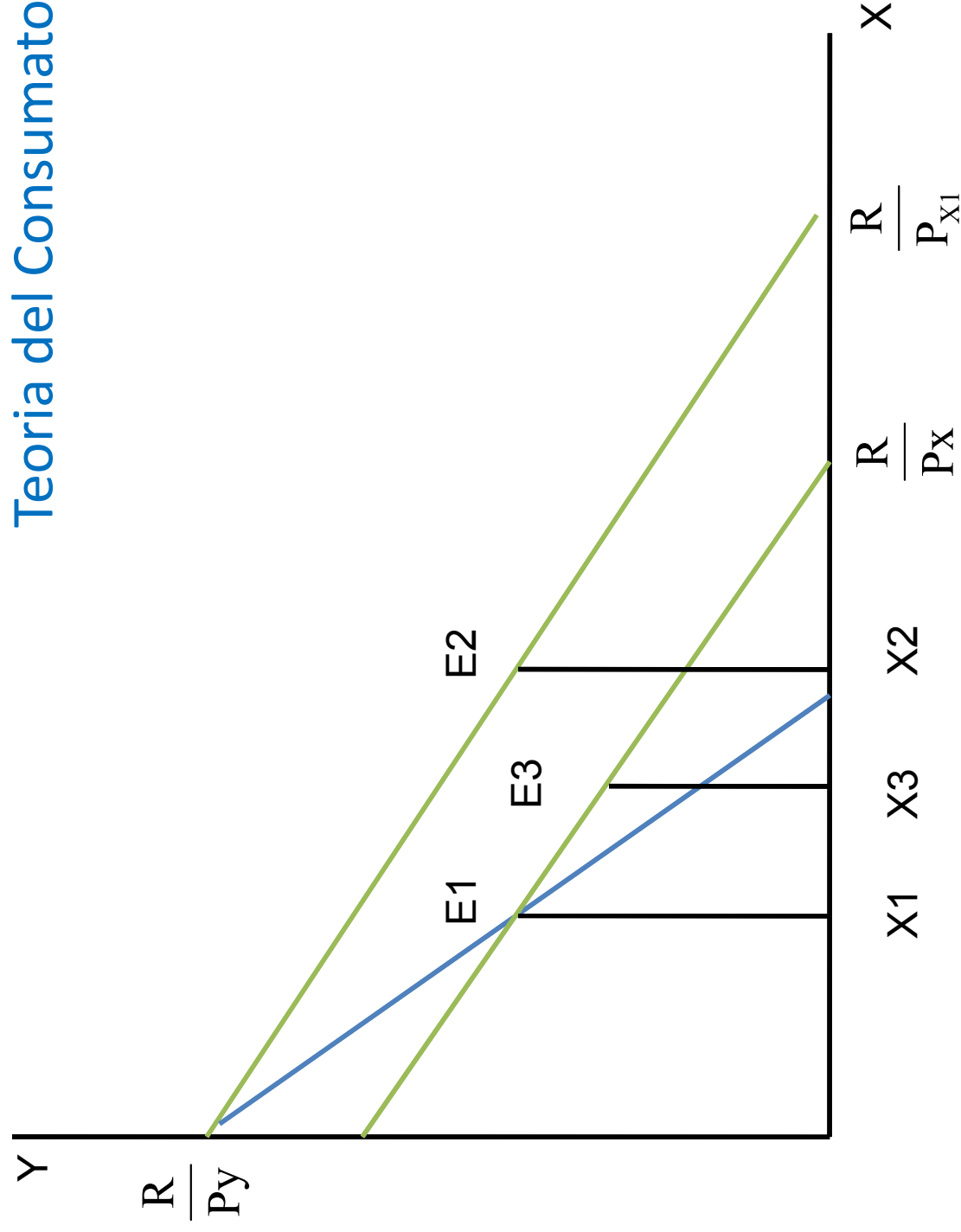
$$\Delta R = R_1 - R_0 = X^* \Delta P_x = 3 \cdot (3 - 4) = -3$$

## Teoria del Consumatore

Quindi il nuovo vincolo di bilancio deve passare per il paniere iniziale (perché abbiamo mantenuto le stesse quantità) e il punto d'equilibrio è nell'incrocio tra i due (E1).

L'individuo può scegliere un paniere con più X (E3) dovuto all'effetto sostituzione, ma essendo ora più ricco avrà anche un effetto reddito, quindi comprerà anche più Y (E2).

# Teoria del Consumatore



## Teoria del Consumatore

Soluzione algebrica della scomposizione: **l'equazione di Slutsky**

Partiamo dal dividere l'effetto complessivo in due effetti

$$(X2 - X1) = (X3 - X1) + (X2 - X3)$$

Dividendo per la variazione di prezzo:

$$\frac{X2 - X1}{\Delta Px} = \frac{X3 - X1}{\Delta Px} + \frac{X2 - X3}{\Delta Px}$$

Moltiplichiamo e dividiamo il terzo termine per la variazione di reddito:

## Teoria del Consumatore

$$\frac{X_2 - X_1}{\Delta P_x} = \frac{X_3 - X_1}{\Delta P_x} + \frac{(X_2 - X_3)\Delta R}{\Delta P_x \Delta R}$$

Cioé

$$\frac{X_2 - X_1}{\Delta P_x} = \frac{X_3 - X_1}{\Delta P_x} + \frac{(X_2 - X_3) \Delta R}{\Delta R \Delta P_x}$$

Ora avevamo visto che  $\Delta R = X \Delta P_x$ , quindi  $X = \Delta R / \Delta P_x$  ma dato che  $\Delta P_x$  ha segno negativo avremo  $X = -\Delta R / \Delta P_x$ . Sostituendolo:

$$\frac{X_2 - X_1}{\Delta P_x} = \frac{X_3 - X_1}{\Delta P_x} - \frac{(X_2 - X_3)X}{\Delta R}$$

## Teoria del Consumatore

$\frac{X_2 - X_1}{\Delta P_x}$  é la variazione complessiva di X a seguito del cambiamento di  $P_x$

$\frac{X_3 - X_1}{\Delta P_x}$  é la variazione di X a seguito del cambiamento di  $P_x$  e con R che si riduce in proporzione

$-\frac{X_2 - X_3}{\Delta R} X$  é la variazione di X aumentando il reddito per riportarlo al livello originale.

### Costruiamo la curva di domanda di mercato

Abbiamo visto come la relazione tra il prezzo di un bene e la quantità che ne chiede l'individuo sia negativa. Diciamo quindi che la domanda del bene dipende negativamente dal prezzo.

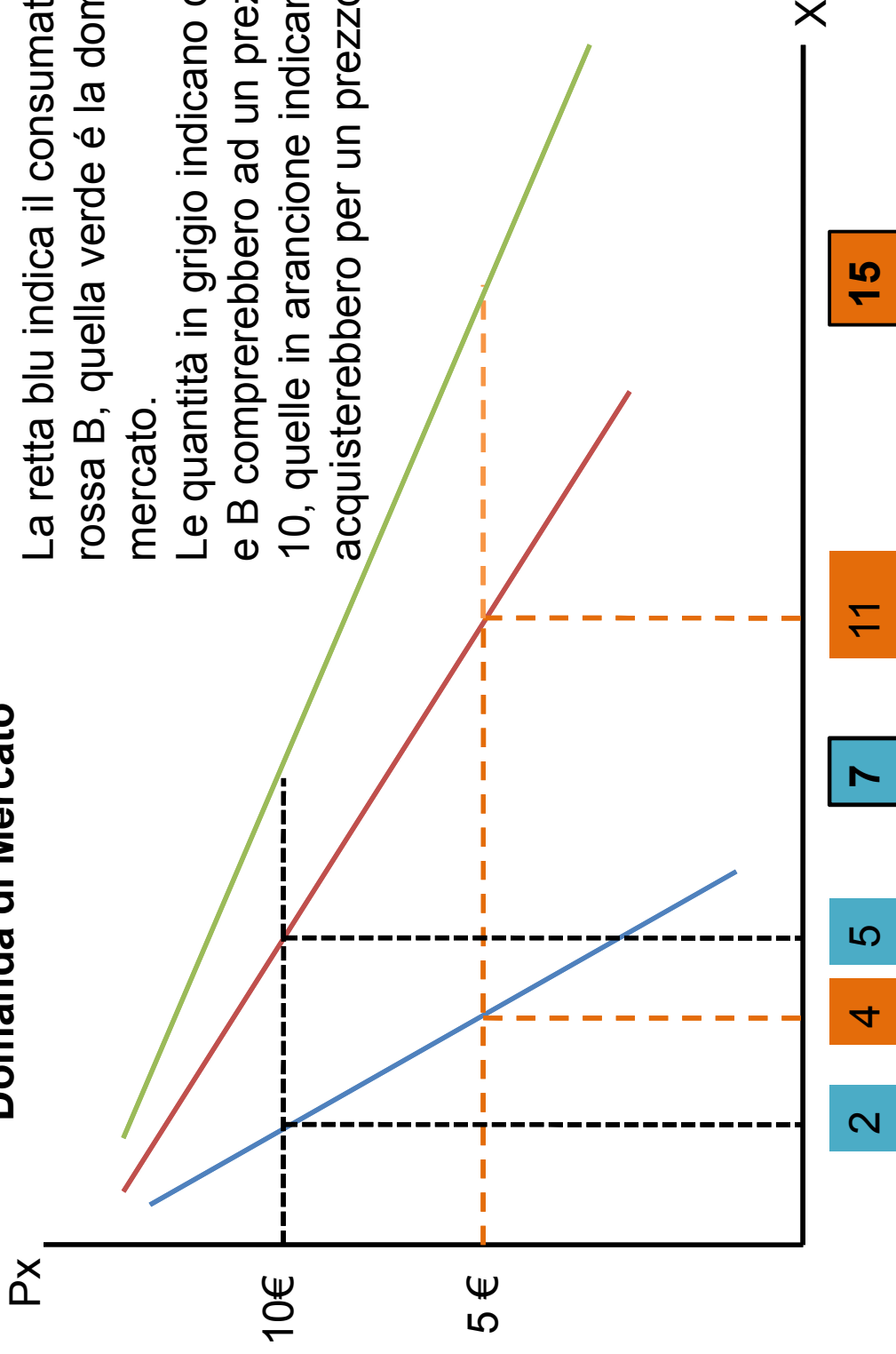
Allora per costruire la domanda di mercato possiamo semplicemente sommare orizzontalmente le singole curve di domanda degli individui.

Per semplicità pensiamo ci siano solo due individui nel mercato.

# Teoria del Consumatore

## Domanda di Mercato

La retta blu indica il consumatore A, la rossa B, quella verde è la domanda di mercato.  
Le quantità in grigio indicano quanto A e B comprerebbero ad un prezzo pari a 10, quelle in arancione indicano quanto acquisterebbero per un prezzo pari a 5.



## Teoria del Consumatore

Come varia la quantità domandata del bene X al variare ad esempio del reddito, del prezzo o del prezzo del bene Y ?

Per rispondere a questo concetto dobbiamo utilizzare lo strumento dell'**elasticità**.

L'elasticità misura la sensibilità di una grandezza al variare di un'altra.

**1. Elasticità rispetto al reddito:** quanto varia  $Q_x$  per una variazione di R ?

$$\eta_{X,R} = \frac{\Delta Q_x / Q_x}{\Delta R / R} = \frac{\Delta Q_x / \Delta R}{R / Q_x}$$

### 2. Elasticità rispetto al prezzo:

$$\eta_{X,R} = \frac{\Delta Q_X / Q_X}{\Delta P_X / P_X} = \frac{\Delta Q_X / \Delta P_X}{P_X / Q_X}$$

### 3. Elasticità rispetto al prezzo dell'altro bene (Elasticità Incrociata):

$$\eta_{X,R} = \frac{\Delta Q_X / Q_X}{\Delta P_Y / P_Y} = \frac{\Delta Q_X / \Delta P_Y}{P_Y / Q_X}$$

## Teoria del Consumatore

Possibili valori dell'elasticità, ad es. rispetto al prezzo:

$\eta_{x,p_x} = 1$  **domanda ad elasticità unitaria** (la variazione della quantità è perfettamente proporzionale al prezzo)

$\eta_{x,p_x} > 1$  **domanda molto elastica** (la variazione della quantità è più che proporzionale rispetto al prezzo)

$\eta_{x,p_x} < 1$  **domanda poco elastica** (la variazione della quantità è meno che proporzionale rispetto al prezzo)

### Surplus del consumatore

Immaginiamo che una persona debba acquistare dei beni: la quantità che si è disposti a pagare cresce come abbiamo visto al diminuire del prezzo.

Vista in maniera inversa possiamo vedere il prezzo per ogni quantità, come la **disponibilità a pagare** dell'individuo.

Questa ci indica il valore che l'individuo attribuisce al bene.

## Teoria del Consumatore

Poniamo che un individuo sia disposto a pagare

5€ per quantità pari a 1,

3€ per quantità pari a 2,

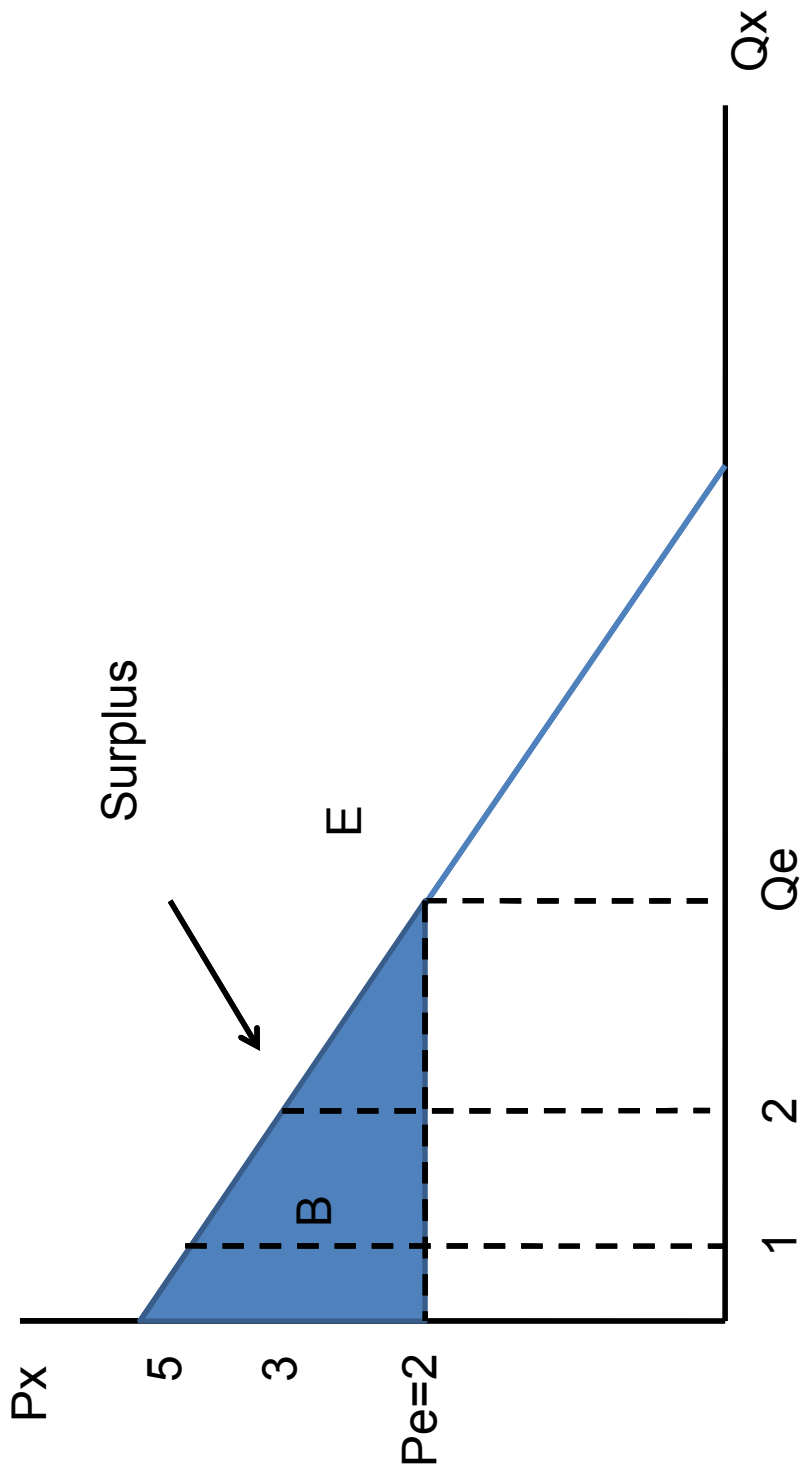
1.5€ per quantità pari a 3

Se il prezzo di mercato é 2 l'individuo acquisterà 2 unità del bene, pagandole 4€.

Era però disposto a pagarne 8 (5+3), quindi diciamo che:

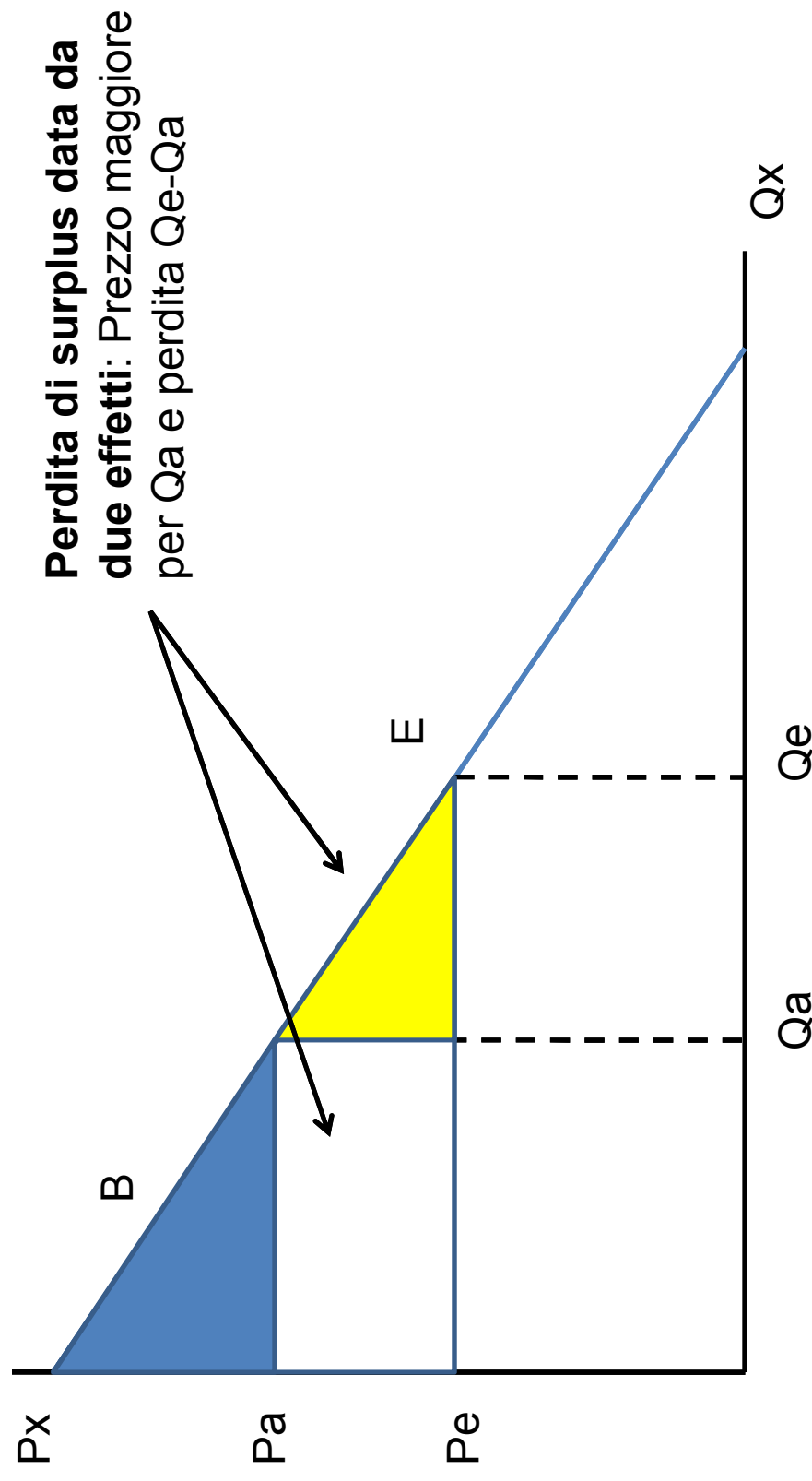
$8 - 4 = 4$  é un surplus di utilità che ottiene dai beni (3 dalla prima unità ed 1 dalla seconda).

Surplus del consumatore



# Teoria del Consumatore

## Variazione del surplus del consumatore



### **Allocazione Intertemporale del Consumo**

Finora abbiamo ragionato in termini di decisioni uniche: l'individuo decide come consumare il proprio reddito perché non ha possibilità di risparmiare.

Molto più realistica è la scelta tra consumare ora o in un altro momento, in base anche a quanto interesse avrei risparmiando una parte del mio consumo attuale per averne in futuro.

## Teoria del Consumatore

Poniamo per semplicità che l'individuo viva due periodi, per cui consumerà in due periodi.

La sua scelta ora é quanto consumare in ogni periodo in modo da massimizzare la propria utilità in tutto il corso della propria vita.

In realtà vediamo come la scelta é equivalente a quella relativa a quanto consumare tra due beni X,Y.

### Funzione di Utilità Intertemporale

La funzione per un individuo che ha un orizzonte di due periodi trae utilità da  $X_0$  e  $X_1$ .

$$U=U(X_0, X_1)$$

Essendo l'utilità costante lungo la curva di indifferenza avremo che le variazioni sono zero:

$$\Delta U=UM_{X_0}\Delta X_0 + UM_{X_1}\Delta X_1=0$$

## Teoria del Consumatore

Quindi:

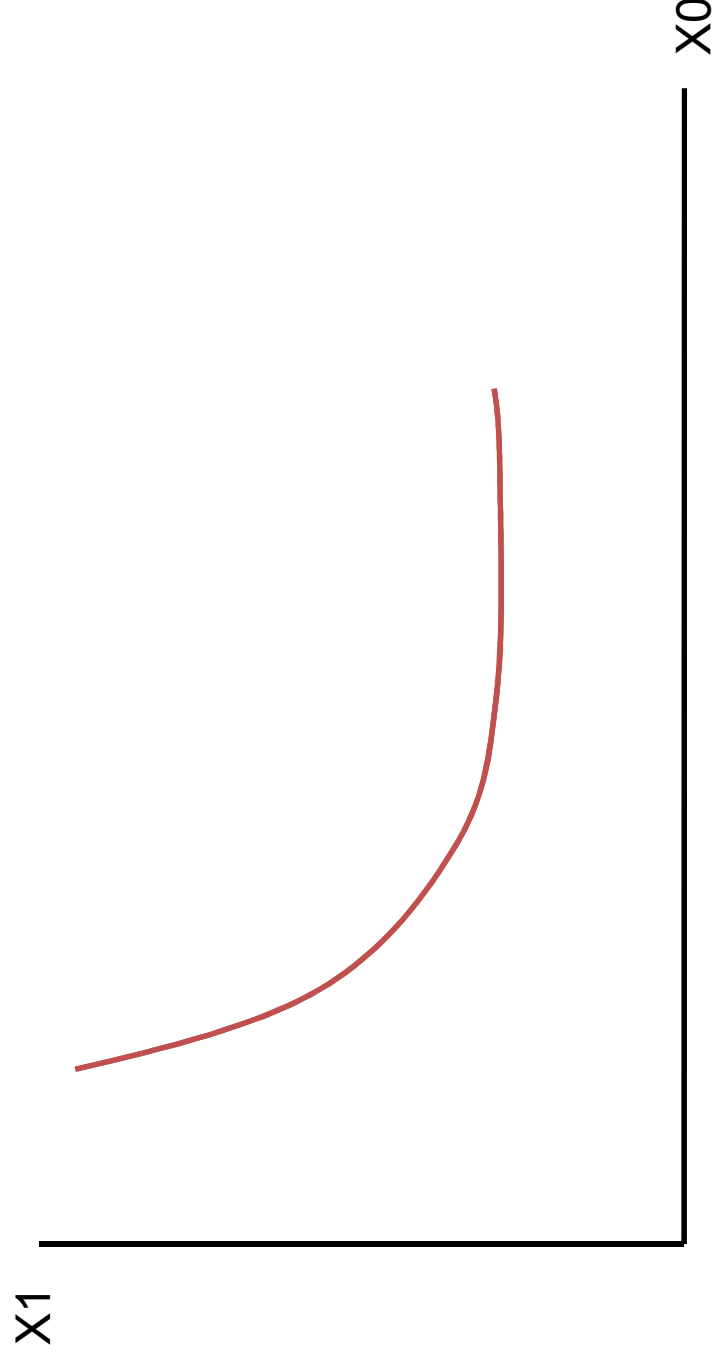
$$UM_{X_1} \Delta X_1 = - UM_{X_0} \Delta X_0$$

$$SMSP_{X_0, X_1} = \frac{\Delta X_1}{\Delta X_0} = - \frac{UM_{X_0}}{UM_{X_1}}$$

Analogamente a quanto visto per il saggio marginale di sostituzione tra X e Y.

Quindi la curva di indifferenza ha la stessa forma che abbiamo già conosciuto.

Curva di Indifferenza Intertemporale



### **Vincolo di Bilancio Intertemporale**

Poniamo che ora l'individuo abbia una scelta alternativa al consumo nel primo periodo.

Può decidere di risparmiare parte del reddito ed investirlo in attività finanziarie che gli daranno un interesse denominato  $r$ .

Oppure indebitarsi per consumare di più allo stesso tasso  $r$ .

## Teoria del Consumatore

Il vincolo di bilancio del periodo zero é quindi:

$$R_0 = X_0 + S_0$$

Quindi il risparmio é:

$$S_0 = R_0 - X_0$$

Invece il vincolo di bilancio del periodo uno:

$$X_1 = R_1 + S_0(1+r)$$

## Teoria del Consumatore

Se invece nel periodo zero il consumatore avesse consumato più di quanto guadagnato:

$$X_0 > R_0$$

la quantità **S**<sub>0</sub> sarebbe negativa.

In questo caso l'individuo si indebita (per semplicità ipotizziamo emetta un'obbligazione).

Sostituiamo ora la definizione di **S**<sub>0</sub> dal vincolo del primo periodo, nel vincolo del secondo periodo.

## Teoria del Consumatore

$$X_1 = R_1 + (R_0 - X_0)(1+r)$$

E risolvendo per  $X_1$ :

$$X_1 = R_1 + R_0(1+r) - X_0(1+r)$$

Quindi per costruire il vincolo le intercette sono:

- per  $X_1$

$$X_1 = R_1 + R_0(1+r)$$

## Teoria del Consumatore

per  $X_0$

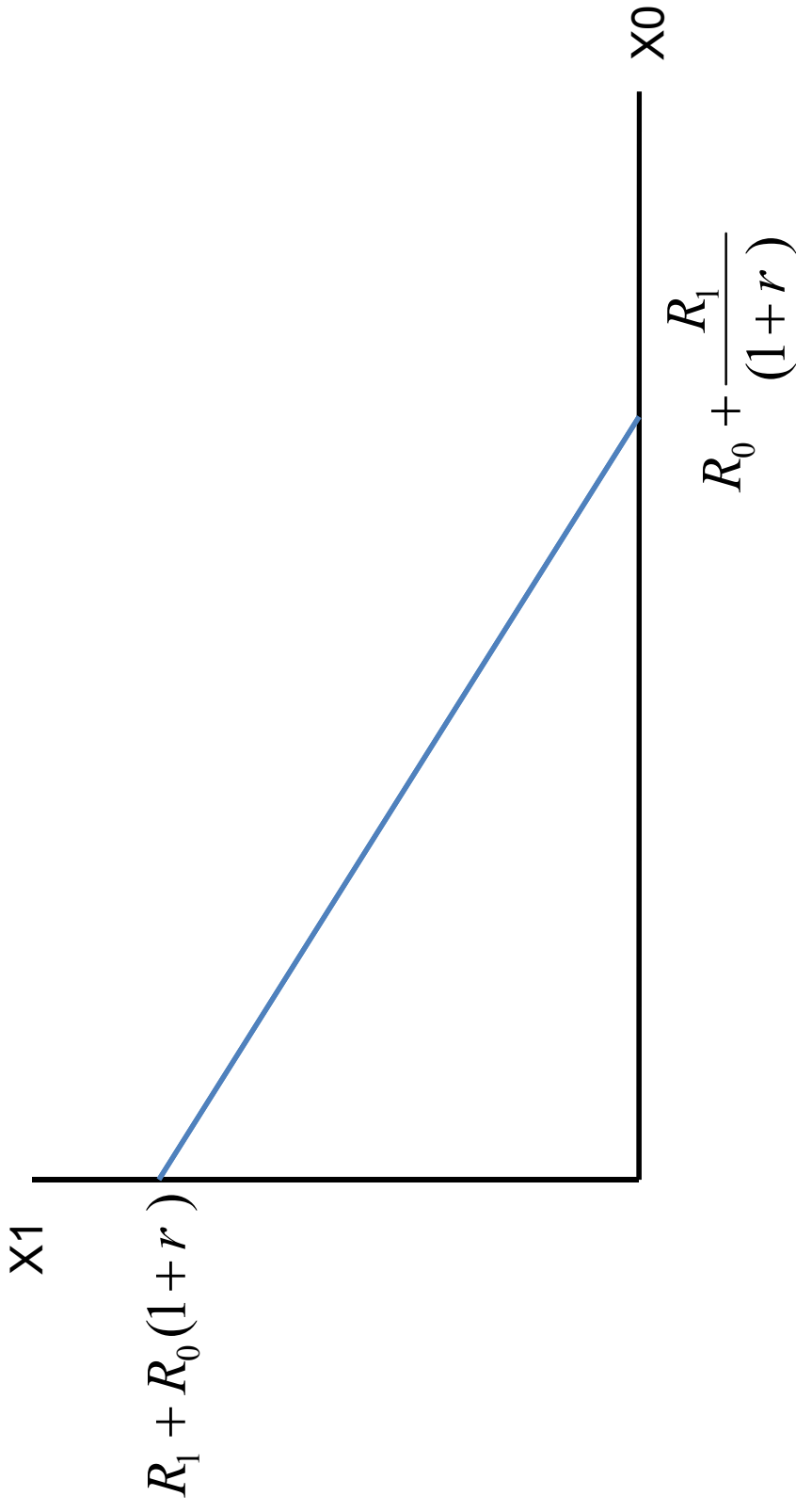
$$X_0 = \frac{R_1}{(1+r)} + R_0$$

da queste intercette possiamo costruire nel modo consueto il vincolo di bilancio.

L'inclinazione del vincolo sarà:

$$\frac{\Delta X_1}{\Delta X_0} = -(1+r)$$

Vincolo di bilancio Intertemporale

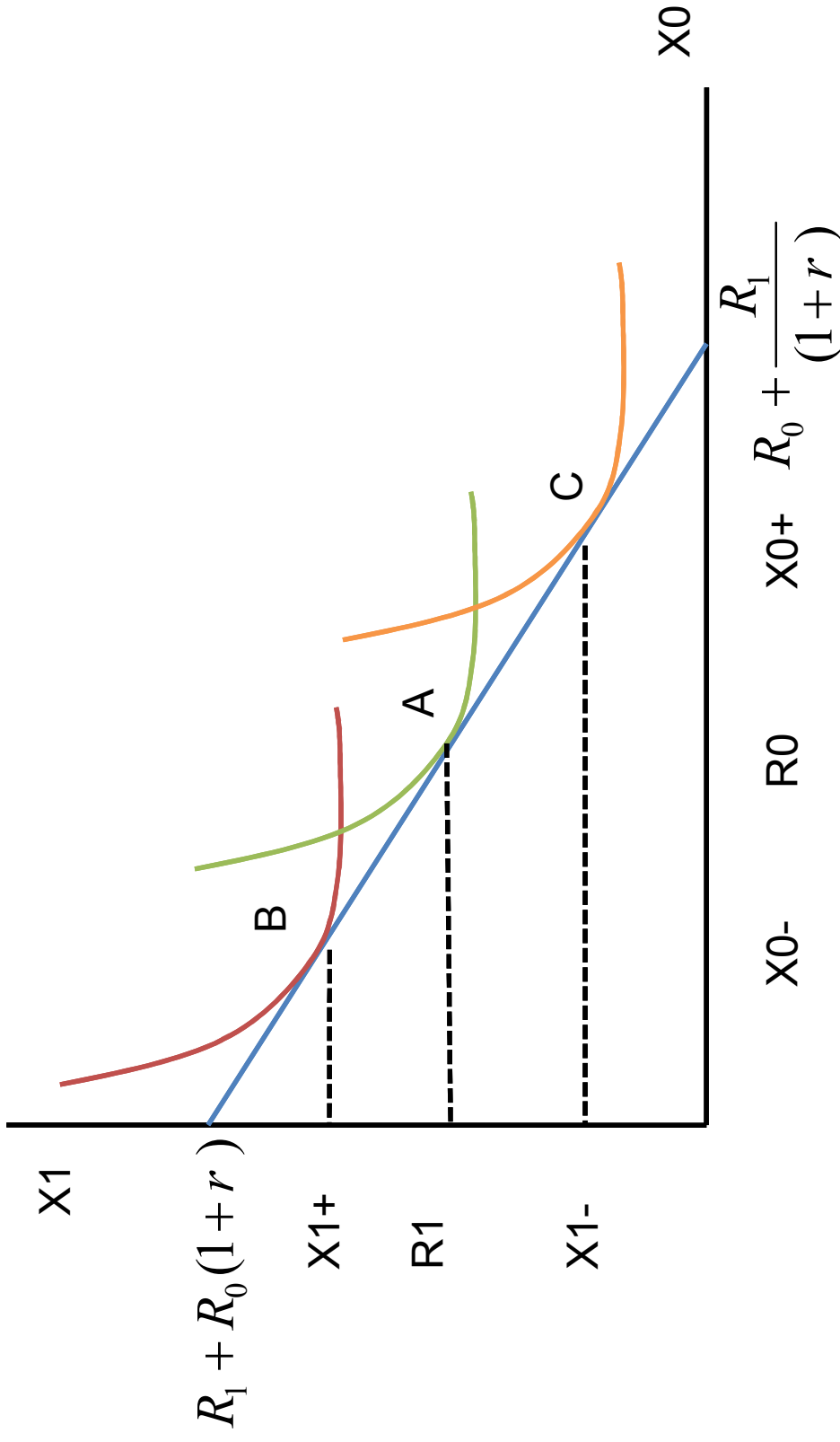


## Teoria del Consumatore

Tre possibili soluzioni:

1. L'individuo consuma precisamente il proprio reddito del periodo 0 nel periodo 0 e lo stesso fa per il periodo 1: non si indebita e non risparmia. → punto A
2. L'individuo consuma meno nel periodo 0, dove risparmia e più nel periodo 1 dove può usare anche gli interessi maturati. → punto B
3. L'individuo consuma più nel periodo 0, dove si indebita e meno nel periodo 1 dove deve risparmiare per pagare il suo debito. → punto C

Scelta Intertemporale



## Teoria del Consumatore

Come mostrato per il caso uniperiodale con  $X, Y$ , possiamo trovare la soluzione ottima utilizzando i moltiplicatori di Lagrange:

$$\text{Max } (X_0, X_1, \lambda) = U(X_0, X_1) + \lambda [R_1 + R_0(1+r) - X_1 - X_0(1+r)]$$

Di nuovo il rapporto tra le prime due derivate ci dà il SMSP tra  $X_0$  ed  $X_1$  che nel punto di tangenza ha la stessa inclinazione del vincolo di bilancio, cioè

$$1+r$$

## Teoria del Consumatore

Vediamo ora cosa succede quando cambia il tasso d'interesse.

Ipotizziamo ad esempio r aumenti, passando ad  $r_1$ .

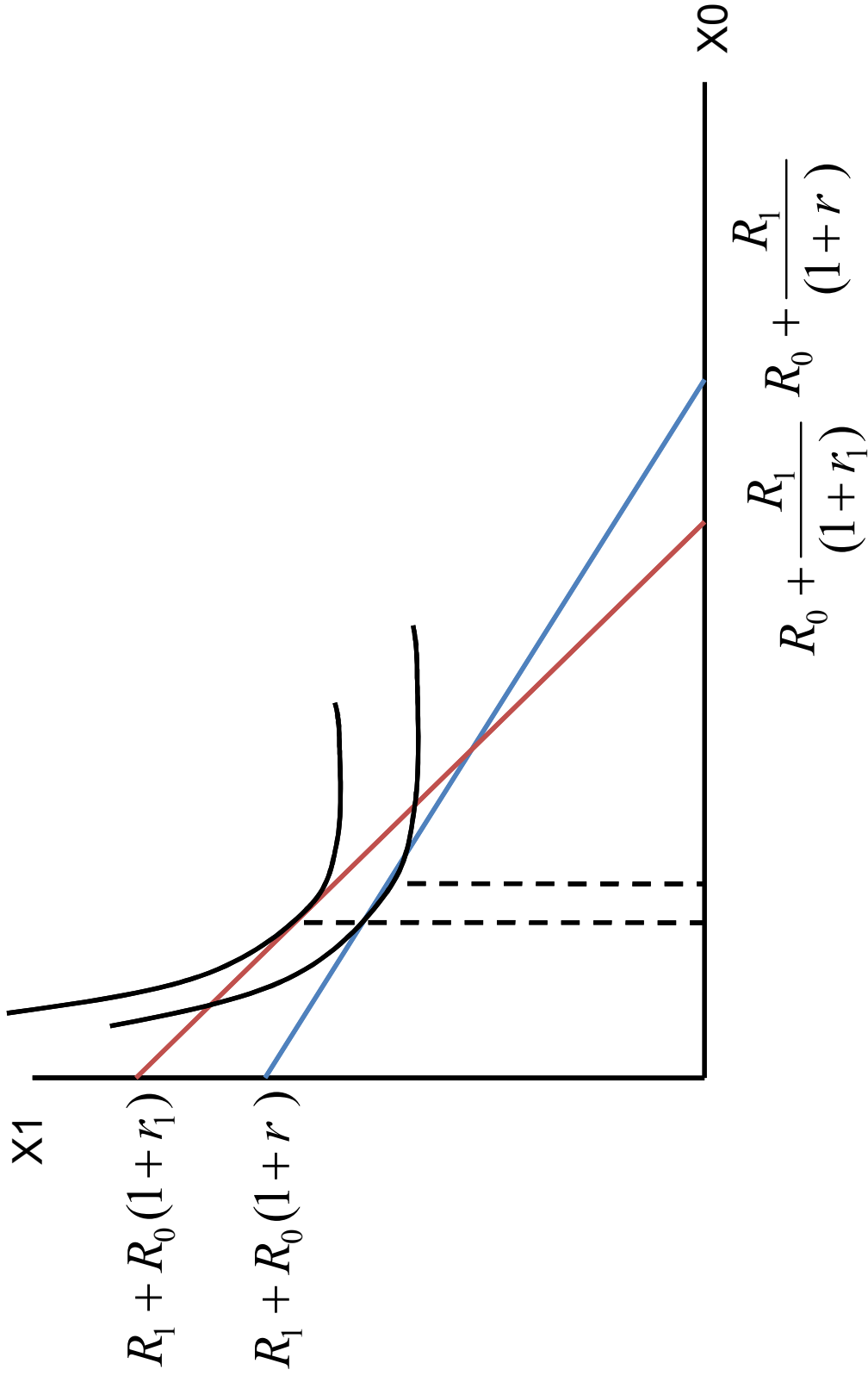
Dalle formule delle intercette:

$$X_0 = \frac{R_1}{(1+r)} + R_0$$

$$X_1 = R_1 + R_0(1+r)$$

Con  $r_1 > r$ , l'intercetta di  $X_0$  scende e quella di  $X_1$  sale.

# Teoria del Consumatore



## Teoria del Consumatore

Questo implica che il vincolo trasli in senso orario.

Quali sono gli effetti?

Il consumo nel periodo zero è più costoso, perché se risparmiassi potrei consumare di più nel periodo uno, avendo un rendimento maggiore da aggiungere al mio reddito  $R_1$ .  
Quindi c'è un effetto sostituzione.

Appare però anche un effetto reddito, che è diverso a seconda del fatto che nel periodo zero mi sia indebitato o abbia dato denaro in prestito.

## Teoria del Consumatore

### **Primo caso: nel periodo zero mi indebito (ad es. per studiare)**

Con un  $r$  maggiore dovrò rimborsare una somma più alta, quindi ridurrò il consumo nel periodo zero (stesso ruolo dell'effetto sostituzione).

### **Secondo caso: nel periodo zero presto denaro**

Aumentando il rendimento ho bisogno di prestarne meno per avere la stessa cifra nel periodo uno quindi posso accrescere il consumo nel periodo zero (l'effetto reddito gioca un ruolo contrario all'effetto sostituzione).

## Teoria del Consumatore

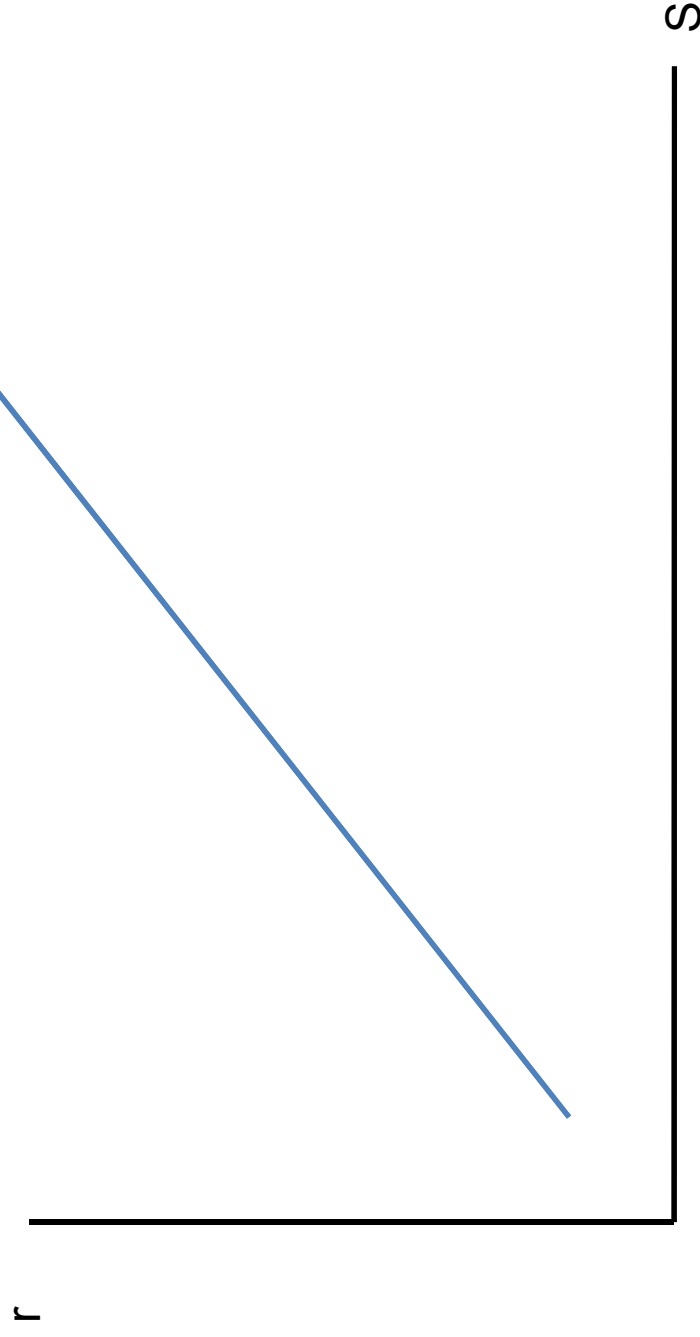
Poniamo che anche nel secondo caso l'effetto sostituzione superi l'effetto reddito quindi per entrambe le tipologie di consumatori una crescita del tasso di interesse riduce il consumo nel primo periodo.

Questo indica che l'offerta di risparmio cresce.

Quindi l'offerta di risparmio è una funzione positiva del tasso d'interesse.

# Teoria del Consumatore

## Curva di offerta di risparmio



# Teoria del Consumatore

## Riferimenti

Istituzioni di Economia Politica – R. Signorino vol. I capp. 2–3

Mod. Economia Politica A.A. 2009/10

Docente: Michele Battisti