Tecnologia e Costi

- Tecnologia Produttiva
- Scelta della Tecnica Ottimale
- Costruzione delle curve di costo

Mod. Economia Politica A.A. 2009/10

Docente: Michele Battisti

Tecnologia e Costi

Esaminiamo ora i problemi cui deve far fronte l'imprenditore per produrre:

- Deve acquistare i fattori produttivi in modo da poter produrre beni

- Gli occorre una tecnologia, cioè un metodo, per combinare questi fattori produttivi

- Produce in modo da massimizzare la differenza tra ricavi e costi, cioé il profitto

Tecnologia e Costi

Nel produrre dovrà sottostare a dei vincoli di tre tipi:

- **Tecnologici**: in base alla funzione di produzione non può produrre più di un dato ammontare di beni, da un quantitativo di fattori produttivi

- **Economici**: dati i prezzi dei fattori e quelli dei beni può decidere quanto produrre ma non é in grado di influire su questi prezzi

- **Di Mercato**: in base a che tipologia di forma di mercato deve fronteggiare avrà costi e ricavi differenti

Descriviamo la **Tecnologia Produttiva**

Poniamo che l'imprenditore sia un imprenditore agricolo e quindi per produrre grano **X** utilizzi terra **T**, lavoratori **N** e capitale **K** (ad es. trattori):

$$\mathbf{X = \mathit{f}(N,K,T)}$$

Per decidere come dovrà produrre nel modo più efficiente (la ***f*** migliore) dobbiamo distinguere tra lungo e breve periodo.

Lungo periodo

Quando consideriamo un orizzonte temporale molto ampio, l'imprenditore ha libertà di manovra elevata, quindi può scegliere liberamente K, N, T.

Breve periodo

Qui la scelta é limitata: non posso variare la dotazione di capitale e terra a mio piacimento in poco tempo, posso farlo per il lavoro.

Quindi definiamo la funzione di produzione di breve periodo come:

$$X = f(N, T_0, K_0)$$

Dove indico con K_0 e T_0 rispettivamente l'ammontare di capitale e terra che ho deciso di acquistare nel periodo in cui ho iniziato l'attività.

Che caratteristiche ha la funzione di produzione di lungo periodo?

- un ammontare nullo di fattori produttivi non dà produzione:

X = *f*(0,0,0) = 0

- Produttività marginale positiva dei fattori

$$\Delta MP_N = \frac{\Delta X}{\Delta N} \geq 0, \Delta MP_K = \frac{\Delta X}{\Delta K} \geq 0, \Delta MP_T = \frac{\Delta X}{\Delta T} \geq 0$$

- Complementarietà dei fattori

$$\text{Ad esempio } \frac{\Delta MP_N}{\Delta K} > 0$$

Produttività media e marginale

Abbiamo definito le produttività marginali come gli incrementi di prodotto dati dall'ultima o n-esima unità di un fattore.

Le grandezze medie invece saranno date dal prodotto totale, diviso le unità del fattore:

$$AP_K = \frac{X}{K}, AP_N = \frac{X}{N}, AP_T = \frac{X}{T}$$

Relazione tra le produttività media e marginale

Cosa accade ad una grandezza media quando cambia la marginale?

- Se la marginale é minore della media, la media cala

  MP<AP → AP diminuisce

- Se la marginale é maggiore della media, la media cresce

  MP>AP → AP cresce

- Se sono uguali, la media rimane costante

  MP=AP → AP non varia

Rendimenti di scala

Chiediamoci ora come cambia la produzione al cambiare della dotazione di fattori produttivi.

Ad esempio se raddoppio K, N, T:

1. Se X raddoppia, diciamo che i rendimenti di scala sono **costanti**
2. Se X cresce meno del doppio, diciamo che i rendimenti di scala sono **decrescenti**
3. Se X cresce più del doppio, diciamo che i rendimenti di scala sono **crescenti**

Rendimenti marginali

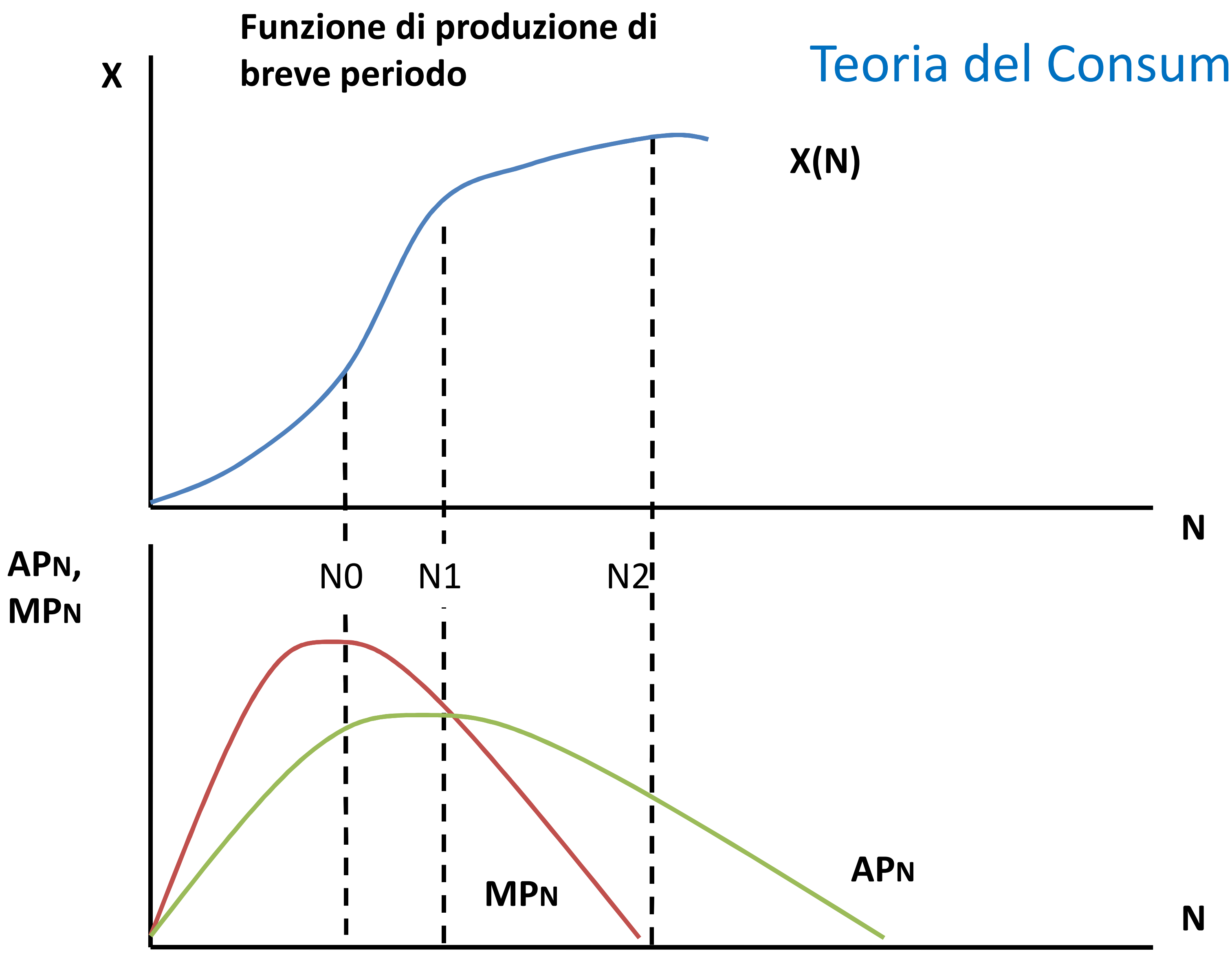
L'altra domanda che possiamo porci é: quanto varia la produzione se vario solo un fattore, lasciando fissi gli altri? Cioé quanto incremento di produzione ottengo dall'aumento di una unità di un fattore (ad esempio il lavoro)?

$$MP_N = \frac{\Delta X}{\Delta N} = ?$$

L'ipotesi base che si fa é che gli incrementi di produzione (che definiamo rendimenti marginali del fattore lavoro) siano prima crescenti, poi decrescenti.

Vediamo un esempio numerico

Quantità = X	Lavoro impiegato = N	Prodotto marginale=MPN	Prodotto medio=APN
0	0	0	0
30	1	30	30
90	2	60	45
130	3	40	43.3
161	4	31	40.3
184	5	23	37



Funzione di produzione di breve periodo
X
X(N)
N
APN, MPN
N0
N1
N2
MPN
APN
N

Isoquanto

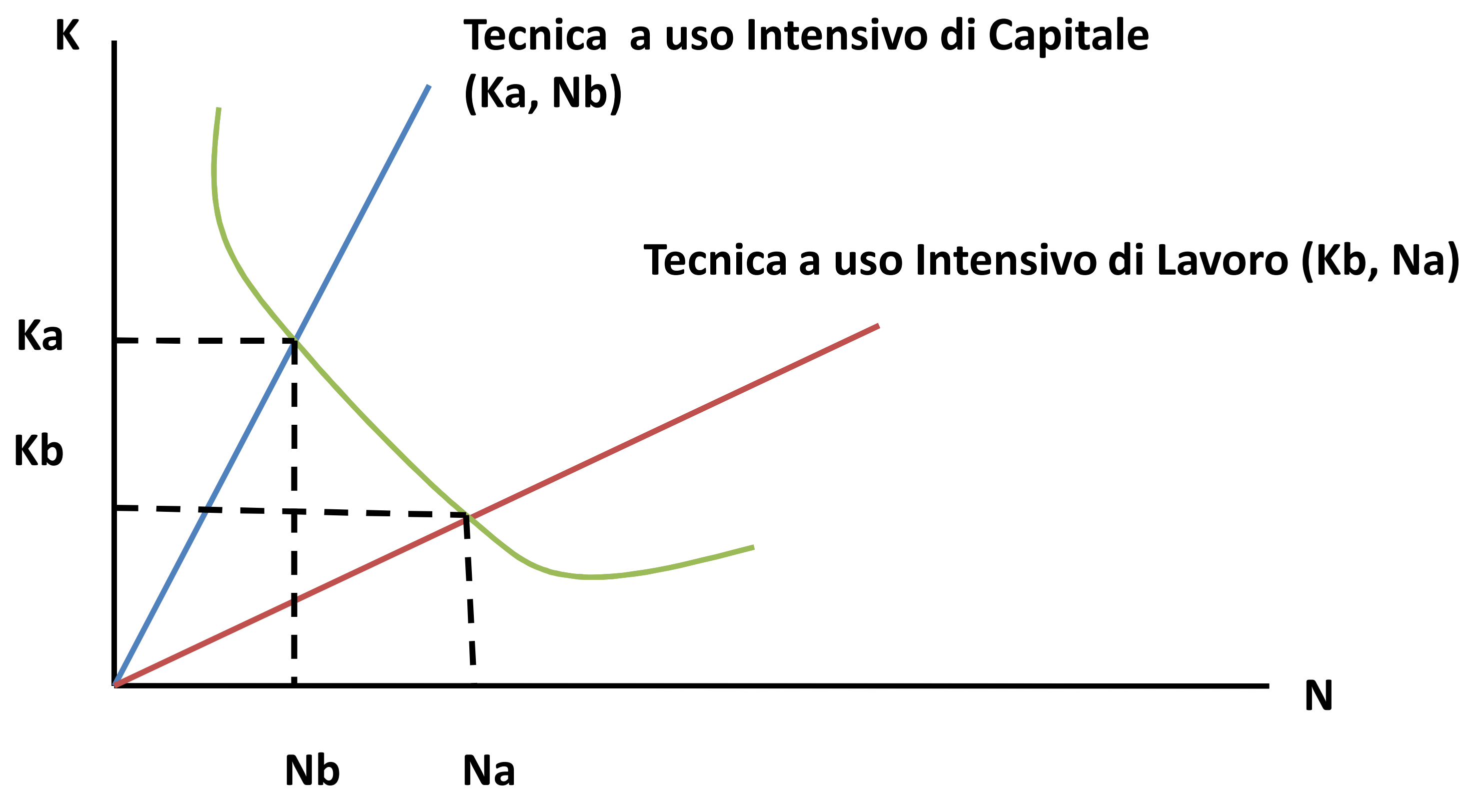
Da quanto visto finora siamo un grado di rappresentare graficamente la nostra funzione di produzione.

Per semplicità supponiamo di non utilizzare T, quindi avremo solo K, N.

L'insieme delle combinazioni di K ed N che dà la medesima quantità di prodotto viene definita **isoquanto**.

L'isoquanto ha la stessa forma e le stesse proprietà della curva di indifferenza.

Tecniche


K
Tecnica a uso Intensivo di Capitale
(Ka, Nb)
Tecnica a uso Intensivo di Lavoro (Kb, Na)
Ka
Kb
N
Nb
Na

Saggio Marginale di Sostituzione Tecnica SMST

Rimanendo sullo stesso isoquanto, per capire la curvatura dobbiamo domandarci di quante unità del fattore K il produttore si può privare in cambio di un'unità del fattore N per mantenere costante la sua produzione?

Il concetto é analogo a quello del SMSP, quindi

$$\Delta X = MP_K \Delta K + MP_N \Delta N = 0$$

Possiamo riscrivere il tutto come:

$$MP_K \Delta K = - MP_N \Delta N$$

Se ora risolviamo dividendo per MP_K e ΔN:

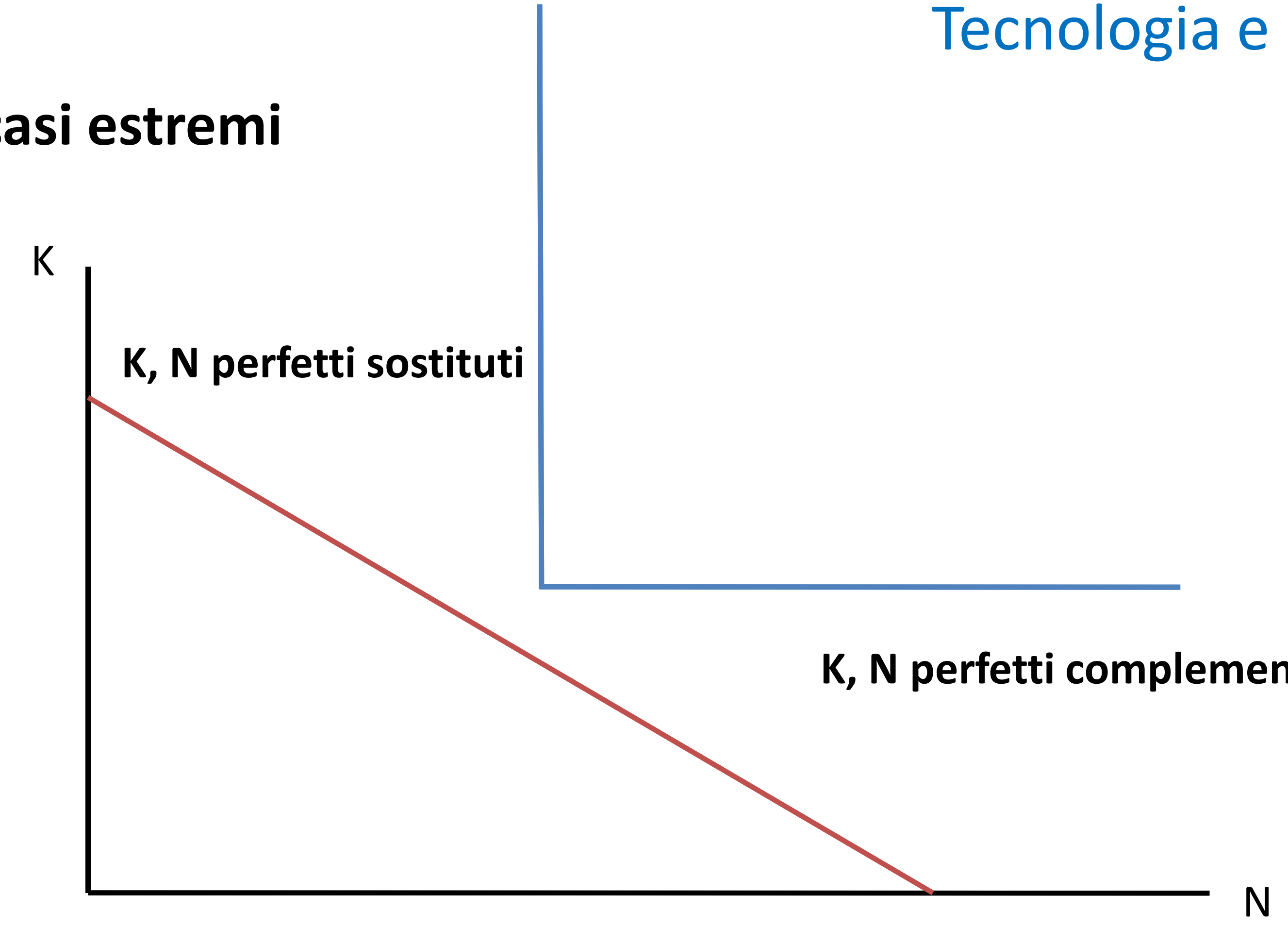
$$SMST_{N,K} \Rightarrow -\frac{MP_N}{MP_K} = \frac{\Delta K}{\Delta N}$$

Casi speciali

Definiamo un isoquanto come lineare quando il $SMST_{K,N}$ é costante in ogni punto (analogamente a quanto visto per le curve di indifferenza). → K,N perfetti sostituti, isoquanto lineare

Definiamo un isoquanto ad angolo retto, quando il $SMST_{K,N}$ é pari a zero, così che non possiamo sostituire nessuna unità di lavoro con nessuna di capitale. → K,N perfetti sostituti, isoquanto a L (funzione di produzione di tipo Leontief)

Due casi estremi



Naturalmente il produttore ha dei vincoli come ne aveva il consumatore per cui non può produrre liberamente la quantità che vuole, senza tenere conto dei costi di produzione.

La funzione di costo dell’imprenditore quando ha due fattori di produzione é pari a :

$$\mathbf{TC = wN + PkK}$$

Il “Vincolo di bilancio” del produttore: la funzione di **Isocosto**

Ora se noi teniamo fisso il costo totale TC, (come facevamo con il reddito per il vincolo di bilancio) l’insieme di tutte le combinazioni di N e K che danno lo stesso costo totale, viene definito come isocosto.

Quindi l’isocosto avrà naturalmente un andamento negativo in un piano K,N e le proprietà saranno analoghe a quanto visto per il vincolo di bilancio.

Scelta della tecnica produttiva ottimale

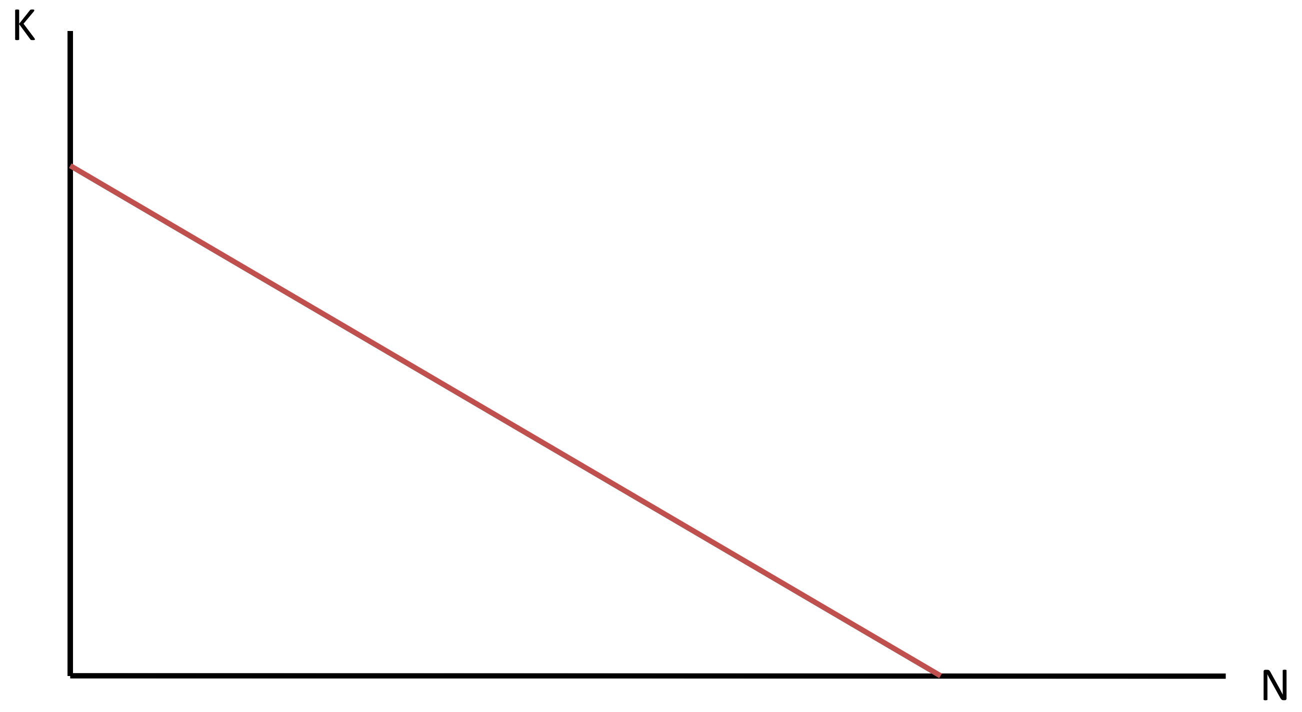
Come trovo le intercette?
In analogia rispetto a quanto facevo per il vincolo di bilancio:

TC = wN + PkK

L'intercetta per N sarà TC/w, quella per K TC/Pk.

L'inclinazione di nuovo pari al rapporto inverso dei prezzi, quindi -w/Pk.

Isocosto

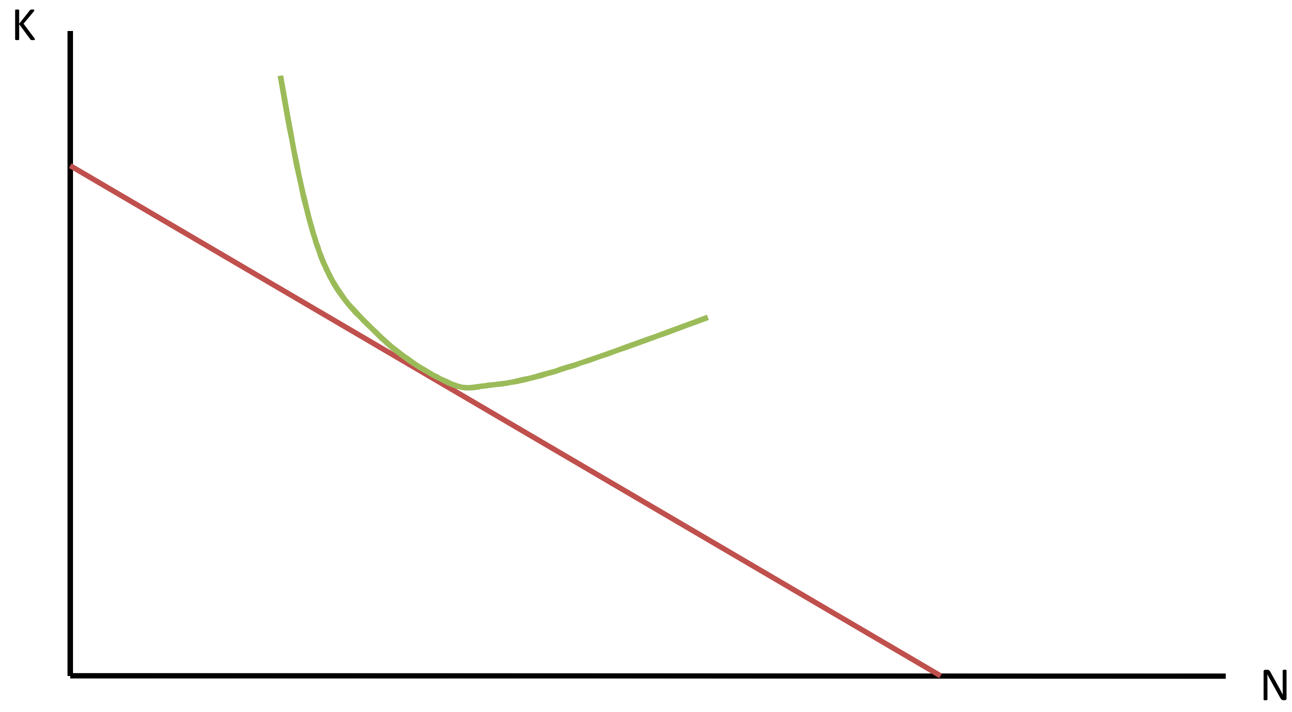


Tecnologia e Costi

A questo punto, visto che possiamo trovare le intercette come facevamo per il vincolo di bilancio e che l'inclinazione dell'isocosto sarà uguale a $\Delta K/\Delta N$ la soluzione relativa alla scelta della tecnica che massimizza la produzione e rispetta il vincolo di costo é ancora simile a quanto visto per il consumatore.

La soluzione grafica prevede di trovare la tangenza tra isoquanto ed isocosto.

Scelta della tecnica



Una soluzione matematica utilizzerà di nuovo i moltiplicatori di Lagrange. Invece che massimizzare l'utilità dovrò minimizzare il costo dato il vincolo di produzione dell'isoquanto:

$$MinL(N,K,\lambda) = wN + P_K K + \lambda\left[X^0 - f(N,K)\right]$$

Le derivate prime sono:

$$\frac{\partial L}{\partial N} = 0 \Rightarrow w = \lambda MP_N,$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 0 \Rightarrow P_K = \lambda MP_K,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow X^0 = f(N,K)$$

Soluzione matematica

Posso prendere il rapporto tra le derivate prime oppure notare che nelle prime due derivate $w/MP_N=\lambda$ e $P_K/MP_K=\lambda$, quindi:

$$\frac{W}{MP_N}=\frac{P_K}{MP_K}\Rightarrow\frac{W}{P_K}=\frac{MP_N}{MP_K}$$

Di nuovo troviamo come il rapporto dei prezzi dei fattori (inclinazione dell'isocosto) sia uguale al $SMST_{N,K}$ (inclinazione dell'isoquanto).

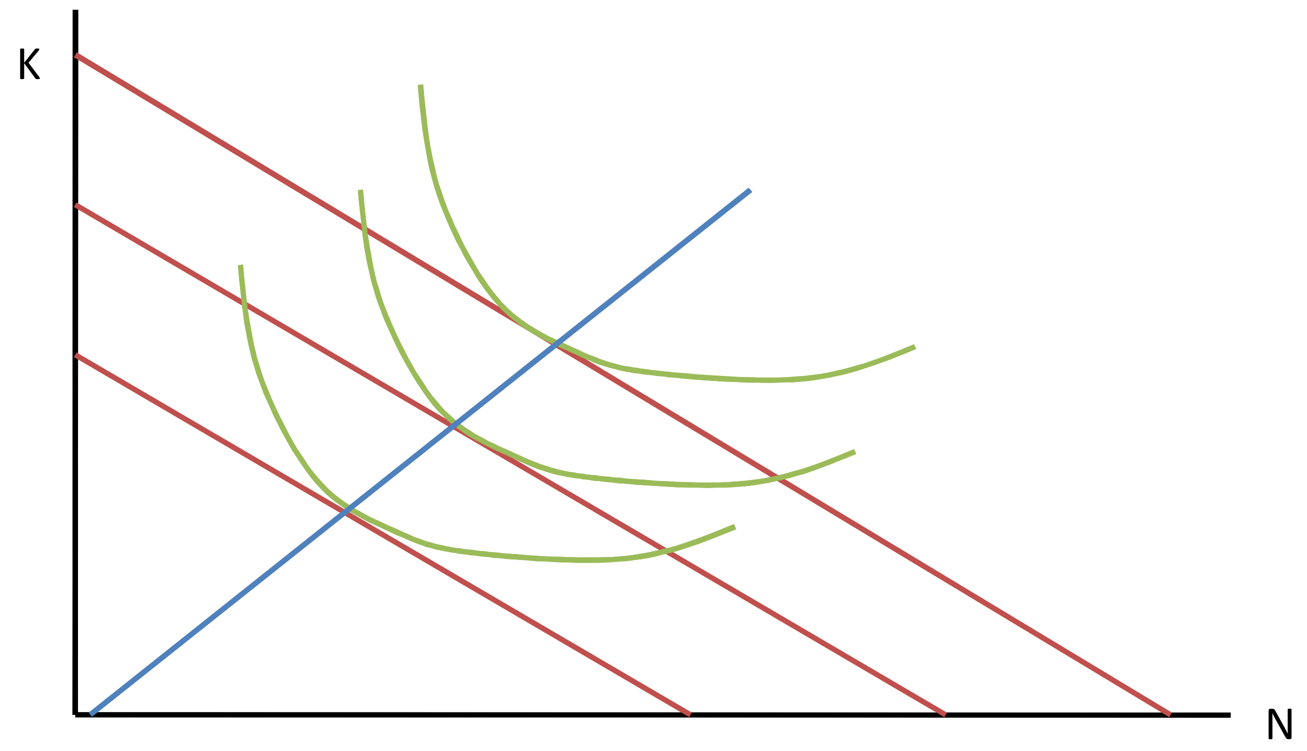
Cosa succede se variano i costi, ad esempio cresce TC ?

Ciò che accade ha analogia con una crescita del reddito del consumatore.

L'isocosto si sposta a destra ed ho un **effetto di scala** (analogo all'effetto reddito del consumatore).

Unendo i punti di tangenza ottengo il sentiero di espansione del prodotto.

Sentiero di espansione del prodotto

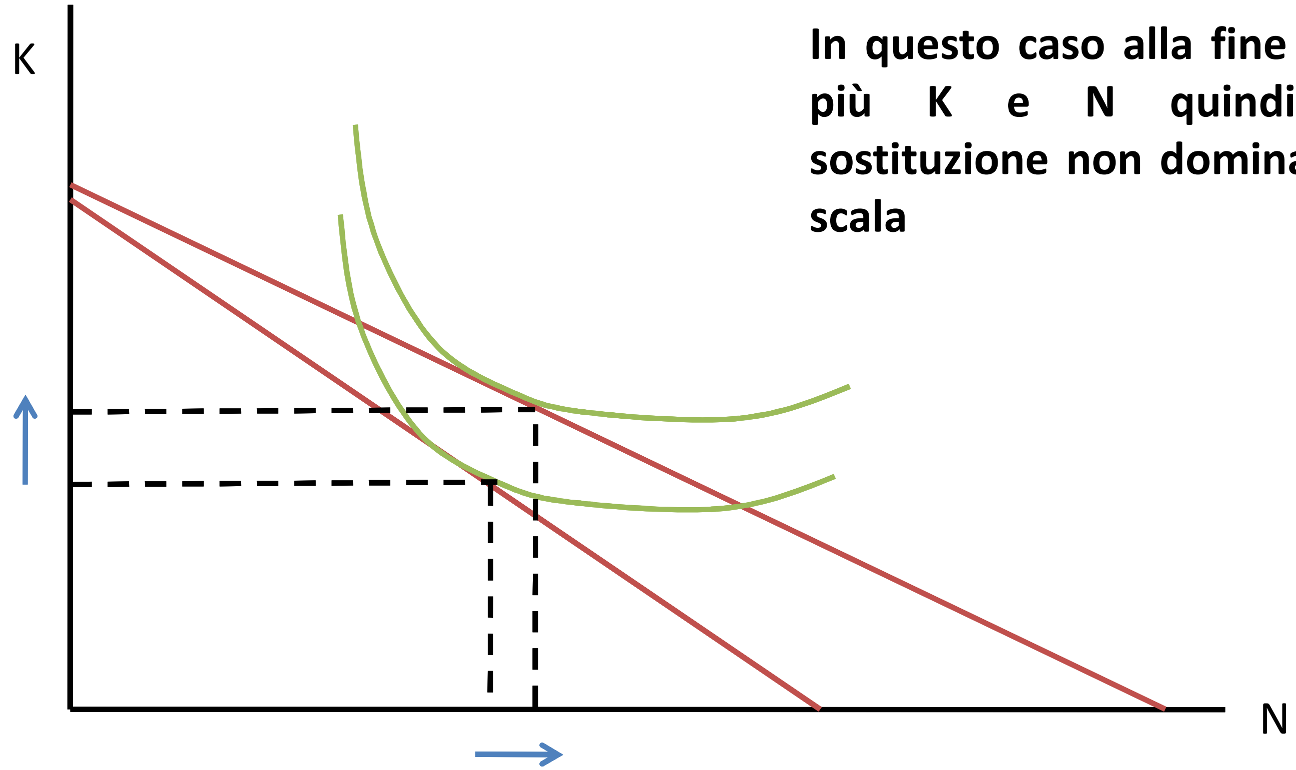


Se si riducesse il costo del lavoro e rimanesse fisso quello del capitale?

L’isocosto ruota con perno sull’asse delle ordinate e la nuova intercetta dell’asse delle ascisse é più a destra.

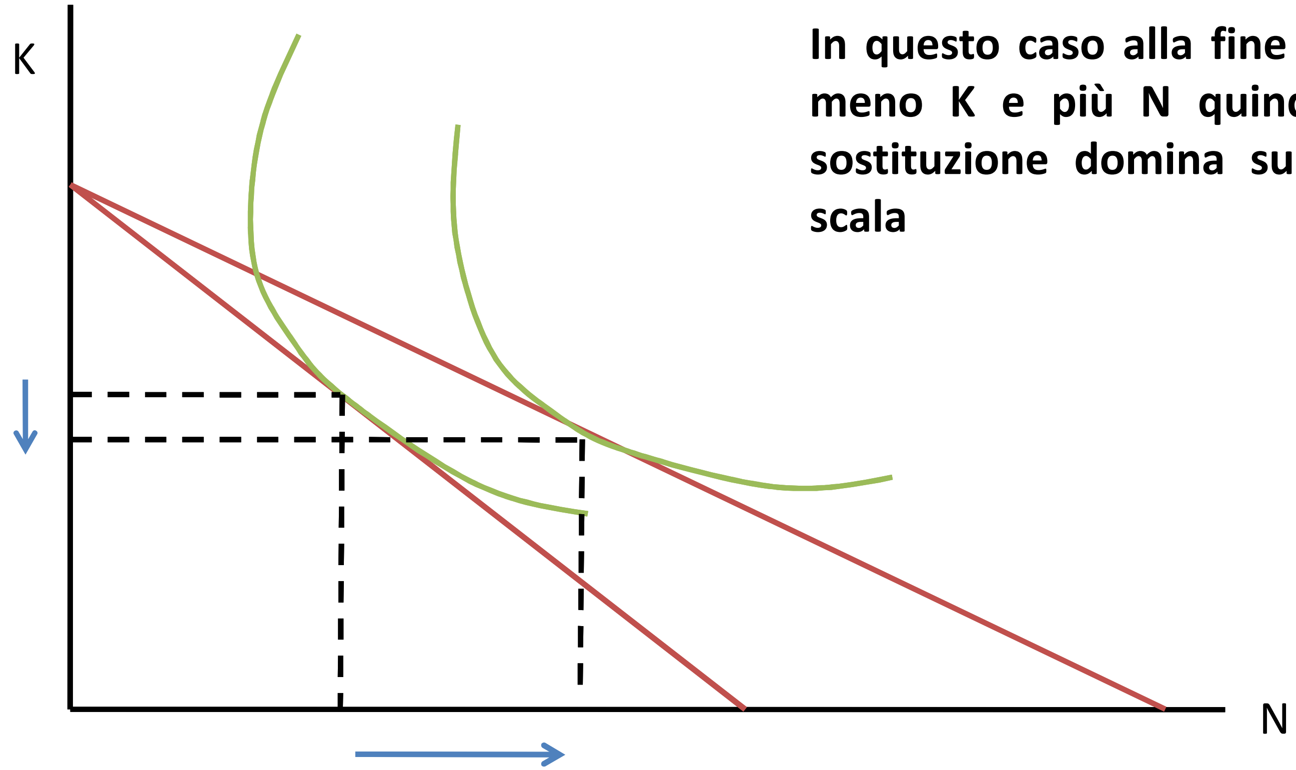
In questo caso avremmo anche un **effetto sostituzione**, per cui proporzionalmente mi sposterei su una tecnica più conveniente.

Tecnologia e Costi



In questo caso alla fine acquisisco più K e N quindi l'effetto sostituzione non domina quello di scala

Tecnologia e Costi



In questo caso alla fine acquisisco meno K e più N quindi l'effetto sostituzione domina su quello di scala

Costruzione delle Curve di Costo Totale, Medio, Marginale

Partiamo dalla funzione di produzione di lungo periodo:

$$TC = wN + P_K K$$

Come passo dal costo totale a quello medio? Semplicemente dividendo per la quantità X:

$$AC = \frac{TC}{X} = \frac{wN + P_K K}{X}$$

Il costo marginale è invece dato dall'incremento di costo per l'incremento di unità prodotta:

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta X}$$

In che relazione sono AC e MC:

- $MC > AC \rightarrow$ AC cresce
- $MC < AC \rightarrow$ AC decresce
- $MC = AC \rightarrow$ AC resta costante

Rapporto tra rendimenti di scala e costo medio

I rendimenti di scala ci segnalano anche l'andamento dei costi medi: se ho rendimenti di scala costanti, allora per aumentare la produzione aumento sempre proporzionalmente i fattori, spendendo un ammontare crescente in maniera proporzionale.

Se ad esempio i rendimenti sono crescenti, allora l'aumento dei fattori di produzione (e quindi dei costi) mi porta però ad una crescita maggiore della produzione, quindi il rapporto costi/produzione, cioé i costi medi scendono.

Il contrario avviene per rendimenti decrescenti.

Vediamo come cambia il costo medio raddoppiando i fattori:

- Rendimenti di scala costanti

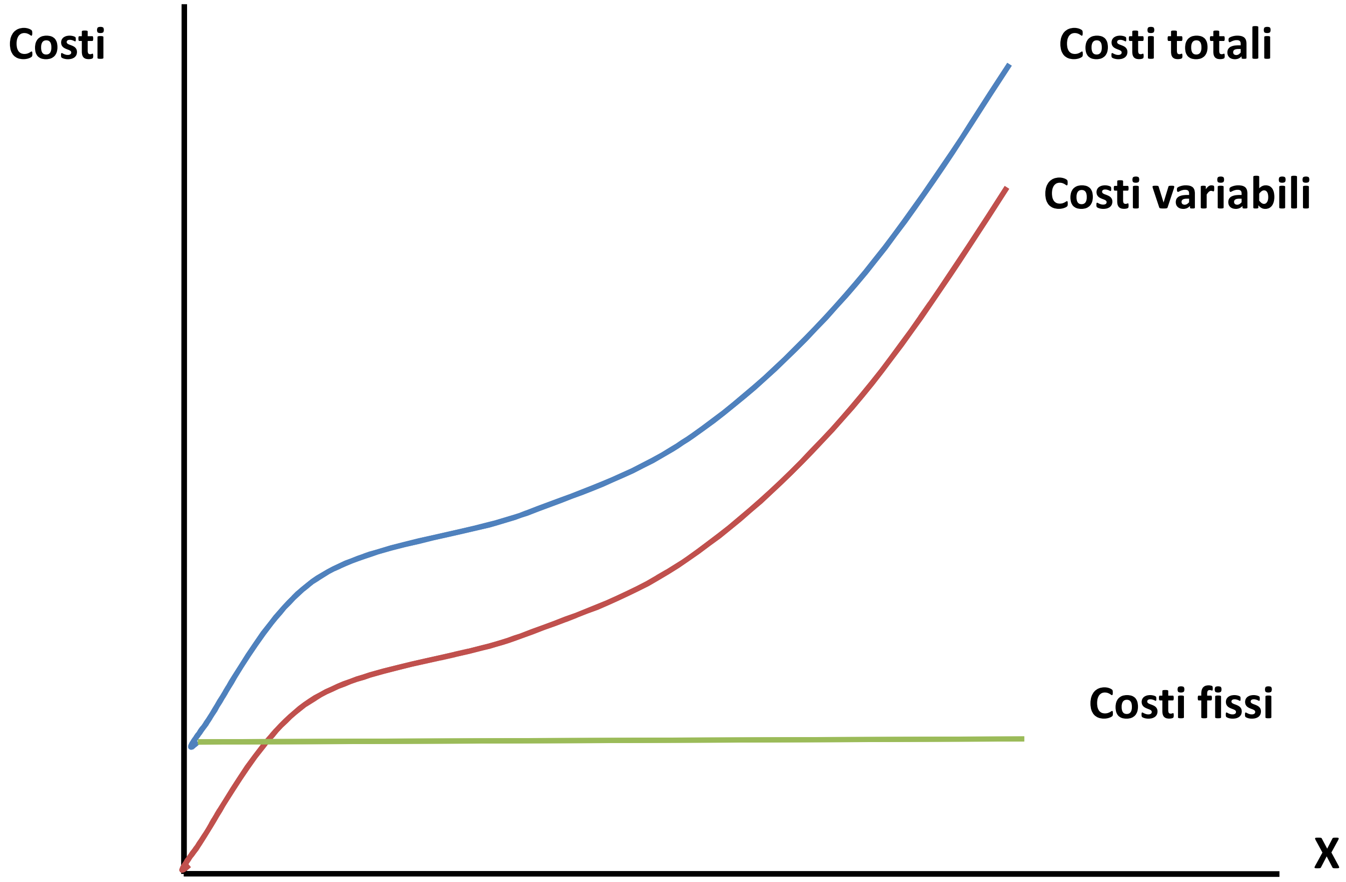
$$\Delta AC = \frac{TC(N_2,K_2)}{X(N_2,K_2)} - \frac{TC(N_1,K_1)}{X(N_1,K_1)} = \frac{TC(N_2,K_2)}{2} - \frac{TC(N_1,K_1)}{1} = \frac{2W+2P_K}{2} - \frac{W+P_K}{1} = 0$$

- Rendimenti di scala crescenti

$$\Delta AC = \frac{TC(N_2,K_2)}{X(N_2,K_2)} - \frac{TC(N_1,K_1)}{X(N_1,K_1)} = \frac{TC(N_2,K_2)}{2{,}5} - \frac{TC(N_1,K_1)}{1} = \frac{2W+2P_K}{2{,}5} - \frac{W+P_K}{1} < 0$$

- Rendimenti di scala decrescenti

$$\Delta AC = \frac{TC(N_2,K_2)}{X(N_2,K_2)} - \frac{TC(N_1,K_1)}{X(N_1,K_1)} = \frac{TC(N_2,K_2)}{1{,}5} - \frac{TC(N_1,K_1)}{1} = \frac{2W+2P_K}{1{,}5} - \frac{W+P_K}{1} > 0$$


Costi
Costi totali
Costi variabili
Costi fissi
X

Perché la curva di costo é prima più piatta, poi più ripida?

- In un primo momento sfruttiamo le **economie** di scala (rendimenti di scala crescenti)

- In un secondo tempo subentrano le **diseconomie** di scala (rendimenti di scala decrescenti)

Assunto di curva di costo a U

Che relazione ha la produzione con i costi?

Partiamo dalla curva di costo marginale, se per le prime unità di produzione ipotizziamo ci siano rendimenti crescenti, ad esempio del fattore lavoro, a quel punto abbiamo bisogno di meno lavoratori aggiuntivi per realizzare nuove unità. Il costo marginale decresce.

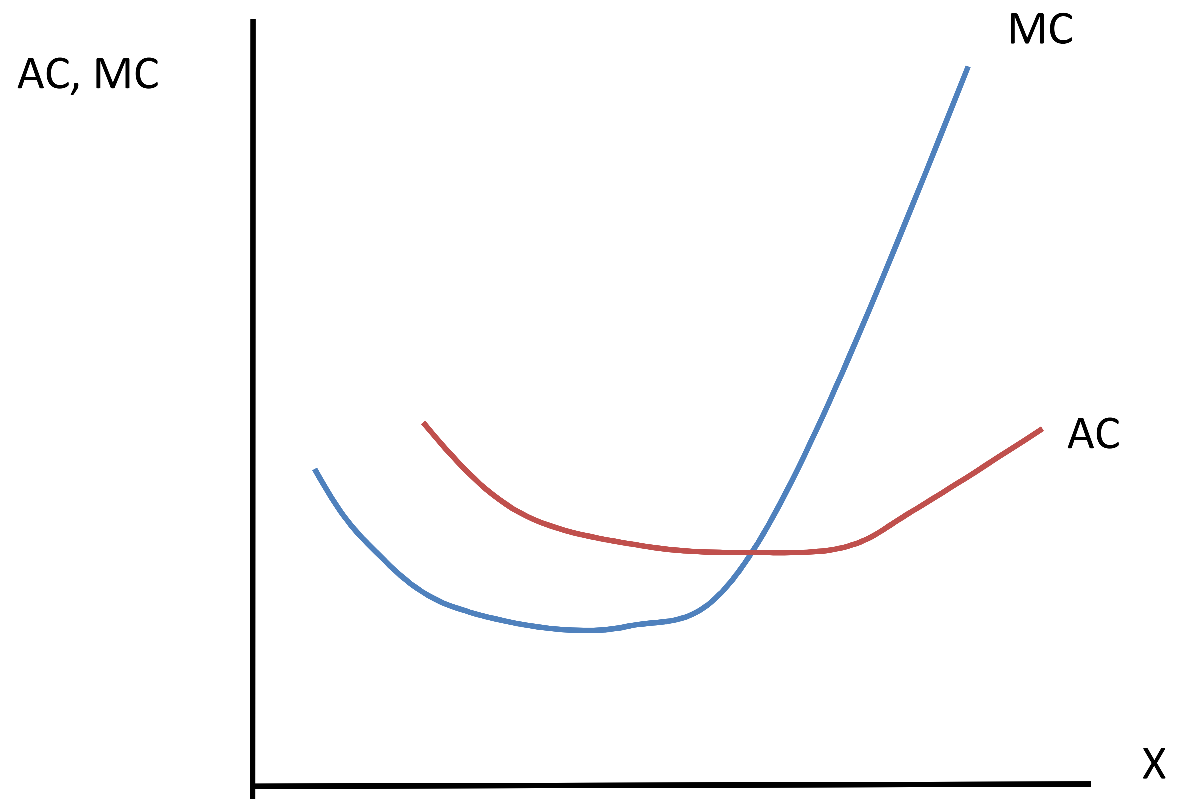
Successivamente subentrano diseconomie di scala ed il costo marginale inizia a crescere.

Esempio numerico

Breve periodo: K fisso, Costi fissi pari a 75, salario=60€ al giorno

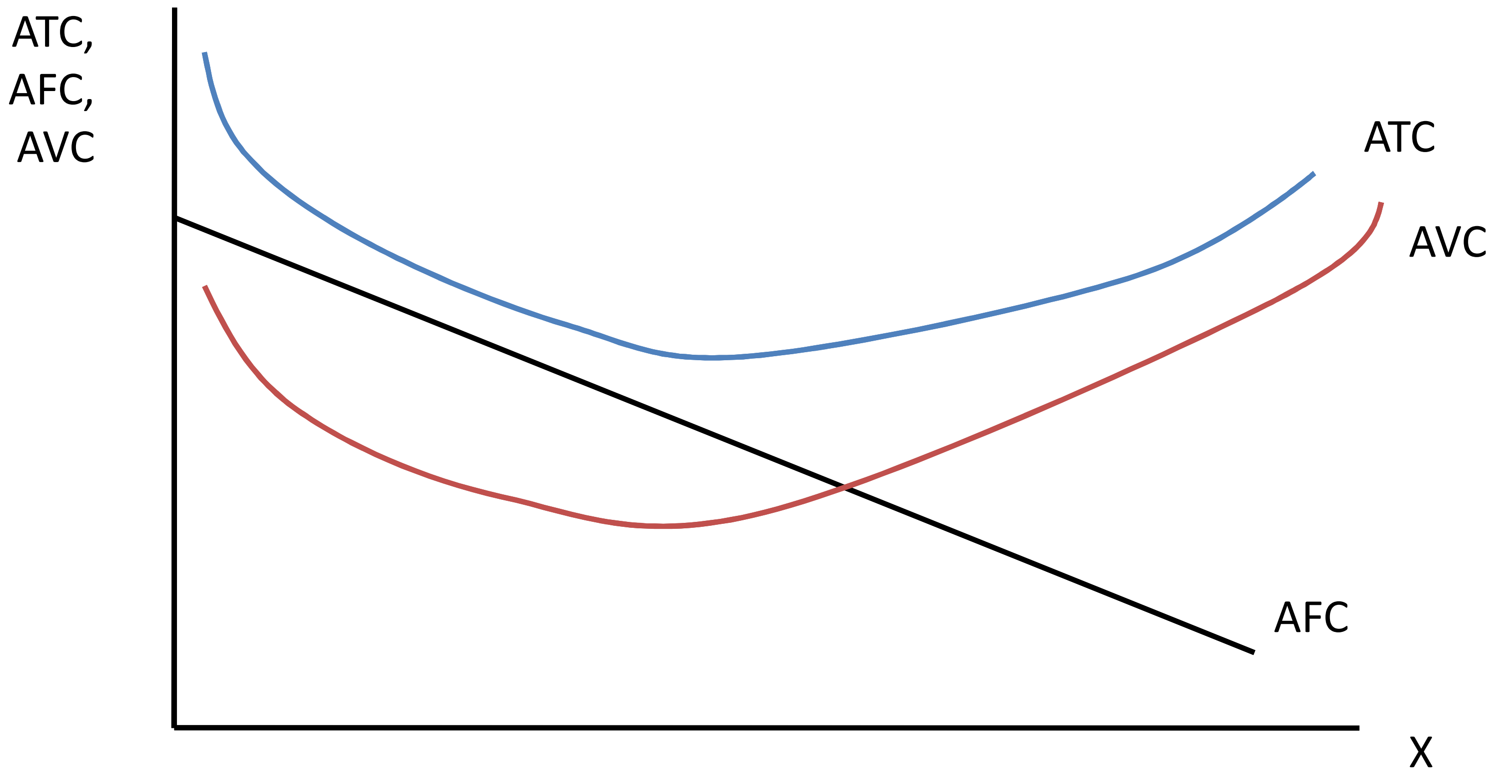
Quantità	N	Costi variabili	Costi totali	Costi medi	Costi marginali
0	0	0	75	-	-
30	1	60	135	**4,5**	(60-0)/(30-0)=**2**
90	2	120	195	**2,2**	(120-60)/(90-30)=**1**
130	3	180	255	**1,95**	(180-120)/(130-90)=**1.5**
161	4	240	315	**1,95**	(240-180)/(161-30)=**1.9**
184	5	300	375	**2,05**	(300-180)/(184-161)=**2.6**

Costi medi e marginali



Passiamo dai costi totali a quelli variabili

La presenza di costi fissi aiuta a spiegare le economie di scala

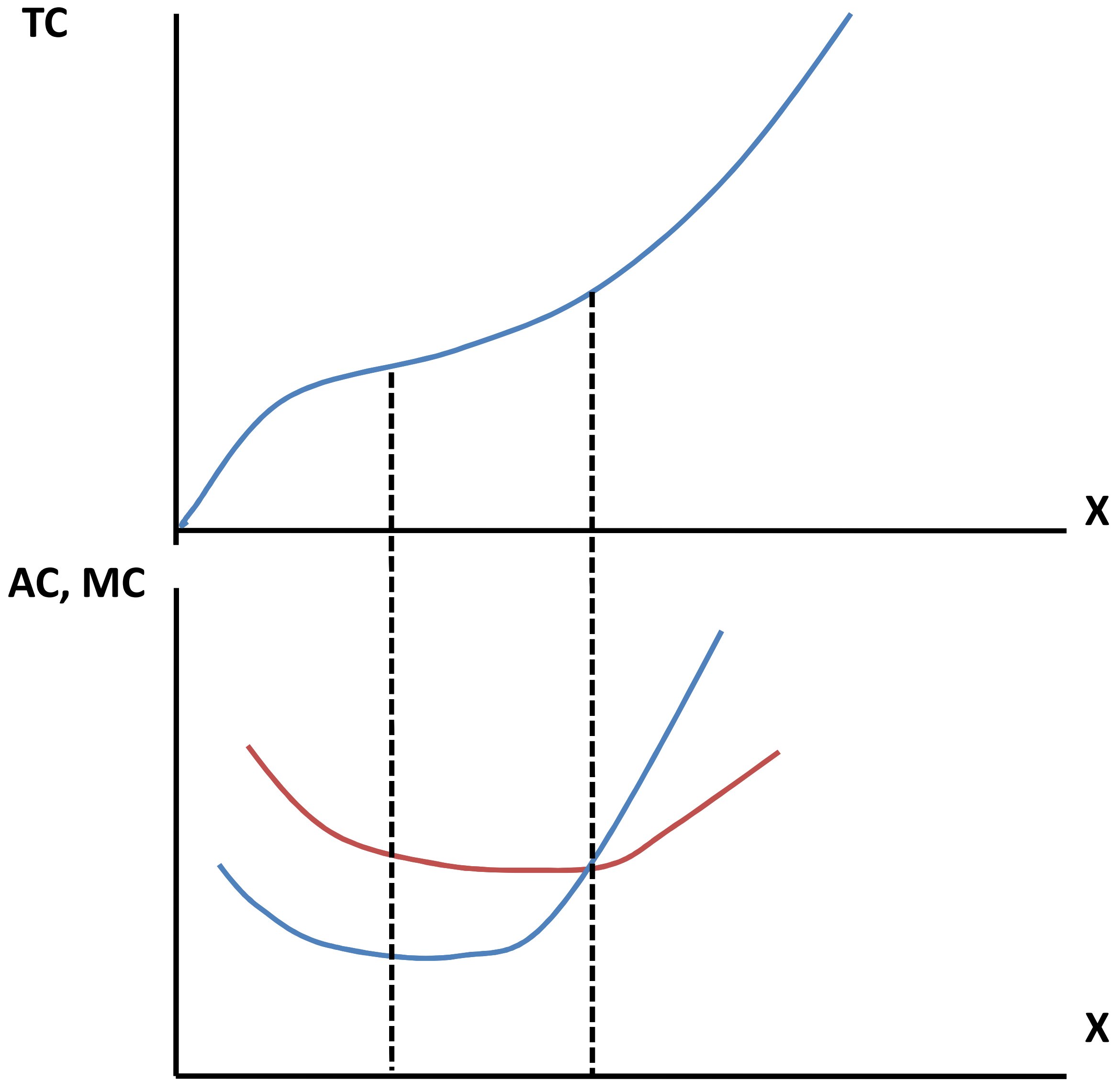


Relazione costi totali – costi medi e marginali

Da un punto di vista geometrico il costo marginale sarà dato semplicemente dalla pendenza della curva del costo totale, rispetto alla quantità prodotta:

$$\Delta \mathbf{TC}/\Delta \mathbf{X}$$

quindi quando la curva é più piatta (meno pendenza) il costo marginale é inferiore.


TC
X
AC, MC
X

Relazione curve di costo medio nel breve e lungo periodo

Ora possiamo chiederci: se ci sono diseconomie di scala arrivati ad un certo ammontare di produzione, ad esempio perché ho bisogno di un nuovo impianto e ho nuovi costi fissi $K_1>K_0$, allora potrei avere tante curve di costo medio per ogni livello dei costi fissi?

La risposta é affermativa, ma allora come si comporta l'impresa nel lungo periodo?

Potremmo ritenere che sceglierebbe sempre di produrre al costo minimo, avendo tempo di scegliere la tecnologia appropriata.

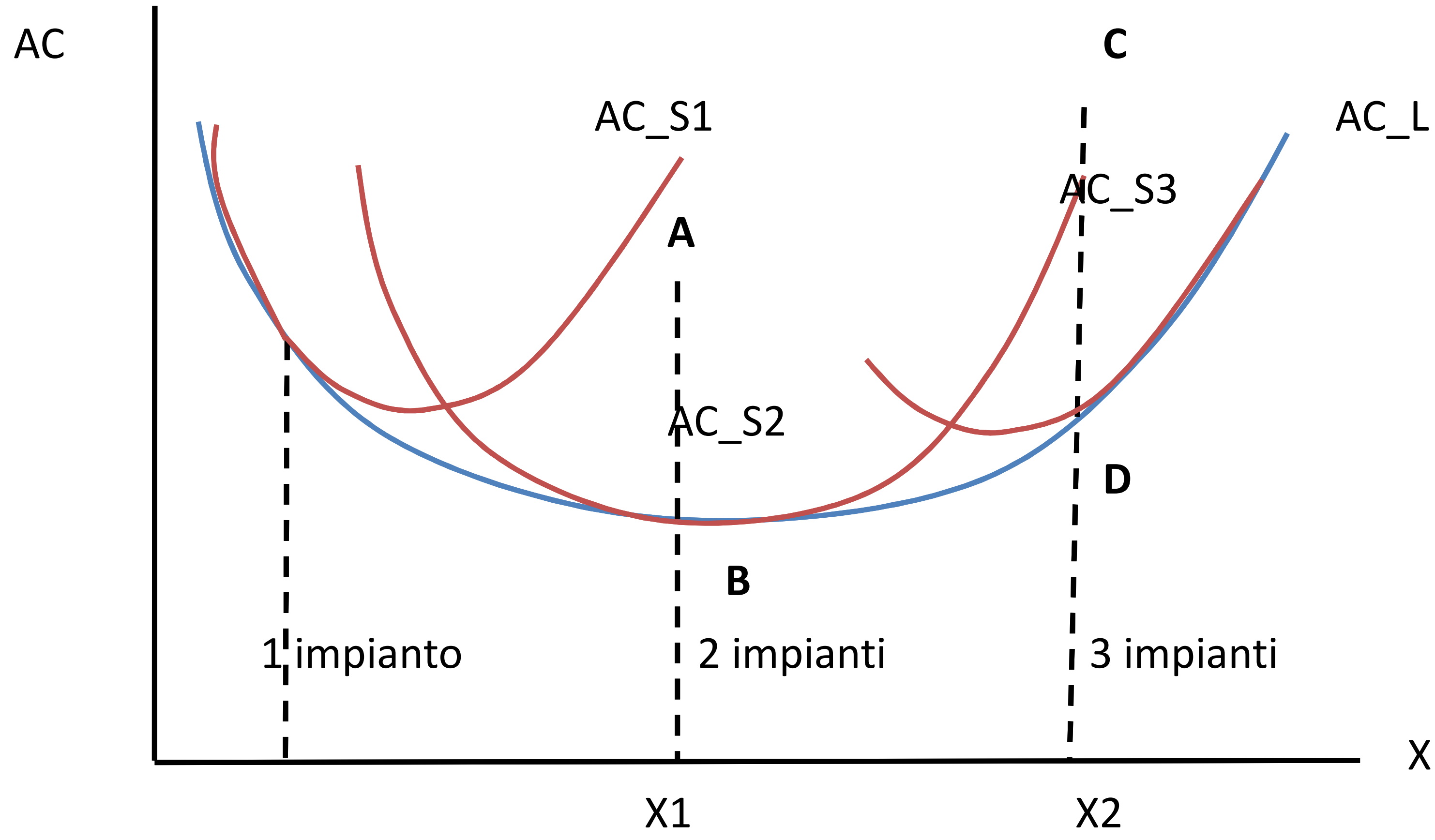
Quindi ad esempio in base al numero di impianti l'impresa sceglie la tecnologia che minimizza i propri costi.

A questo punto é semplice intuire che la relazione tra breve e lungo periodo viene espressa dalla tangenza tra le curve di costi di breve e la curva di lungo periodo, finché non diventa conveniente cambiare tecnica produttiva.

Dimostriamo graficamente questa affermazione, ipotizzando che l'impresa nel lungo periodo decide se dotarsi di 1, 2, 3 impianti.

Per produrre X1 o X2 ha due possibilità alternative (A/B, C/D).

Relazione costi medi di breve e lungo periodo



Cosa sceglie l'imprenditore per produrre X1?

Il costo medio di breve periodo é maggiore in A rispetto a B, quindi nel lungo periodo, quando adatta facilmente la funzione di produzione userà due impianti e non uno.

Stessa cosa avviene per X2, con D preferito a C.

Ripetendo questo per tutti i minimi delle funzioni di costo di breve periodo costruiamo la funzione di costo di lungo periodo.

Riferimenti

Istituzioni di Economia Politica – R. Signorino vol. I cap. 4