

UNA PROCEDURA AUTOMATIZZATA PER LA DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE MICROSTRUTTURALI DELLE SABBIE MEDIANTE ANALISI DI IMMAGINI DI SEZIONI SOTTILI

C. Celauro^{*}, G. Parla^{*}, M. Ziccarelli^{*} e C. Valore^{*}

^{*} Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aerospaziale, dei Materiali (DICAM)
Università di Palermo

Viale delle Scienze, 90128 Palermo, Italy

e-mails: clara.celauro@unipa.it; maurizio.ziccarelli@unipa.it

(Ricevuto 13 Settembre 2012, Accettato 11 Dicembre 2012)

Keywords: Microstructure, Grain Contact, Image Analysis, Segmentation Techniques, Packing Density, Locked Sands.

Parole chiave: Microstruttura, Grain Contact, Analisi di Immagini, Tecniche di Segmentazione, Packing Density, Locked Sands.

Abstract. *It is well known that macroscopic mechanical behaviour of sand - and in general, of granular soils - originates from their microstructural characteristics such as, for example, the coordination number, the grain contact and the packing density index. It is therefore important the determination of the above mentioned with a high degree of reliability and repeatability. The study of the arrangement of intergranular contacts and the derivation of the values of pertaining indexes are carried out usually on planar images of the assemblage of grains either by means of visual inspection assisted by cad or by automatic image analysis.*

An innovative method for the automatic determination of particle coordination number, grain contact and packing density of sands based on image analysis of micrographs taken on thin sections of the sand is proposed in the paper.

Tests performed on a locked sand show that the proposed method is more effective, fast and convenient than the usual visual inspection technique, whose output depends considerably upon the ability of the operator.

Sommario. *È ben noto che il comportamento meccanico microscopico delle sabbie - e in generale dei terreni granulari - trae origine dalle loro caratteristiche microstrutturali, quali, per esempio, il numero di coordinazione dei singoli grani, l'indice di contatto intergranulare (grain contact ratio) e l'indice di addensamento dei grani (packing density index). Appare, quindi, di notevole importanza la determinazione degli indici predetti con alto grado di affidabilità e di ripetibilità. Lo studio dell'assetto dei contatti intergranulari e il calcolo degli indici che lo caratterizzano, viene condotta comunemente su immagini piane dell'insieme di*

grani mediante esame visuale e restituzione grafica assistite da cad or per mezzo di analisi di immagini automatizzate.

Nella presente memoria si propone un metodo innovativo per la determinazione automatica degli indici microstrutturali prima indicati, basato sull'analisi delle immagini. I risultati di un'applicazione a una sabbia "serrata" (locked sand) dimostrano che il metodo proposto è più efficace, rapido e conveniente rispetto alla tecnica di ispezione visiva il cui esito dipende, in misura non trascurabile, dall'operatore.

1 INTRODUZIONE

Per la previsione e la modellazione del comportamento dei mezzi granulari, come le sabbie fortemente addensate^{1,2,3,4}, è di fondamentale importanza la comprensione dei meccanismi di trasmissione degli sforzi tra i grani, in funzione della microstruttura, della forma e dimensione dei grani, della qualità e tipologia dei contatti interparticellari, delle loro mutue relazioni spaziali, del numero di coordinazione e dello stato delle superfici dei grani^{5,6,7}.

Nella maggior parte dei casi, l'esame delle caratteristiche dei contatti intergranulari è condotta per via visiva, tramite operazioni manuali molto lunghe e relativi conteggi che implicano, come nel caso di ogni metodo di prova basato sull'interpretazione umana, un errore correlato all'adeguatezza dell'addestramento e al giudizio soggettivo dell'operatore che le conduce.

Per queste ragioni, negli anni passati diverse ricerche si sono concentrate sul perfezionamento di metodi e sistemi che permettano di definire la microstruttura e i rapporti tra le varie fasi di materiali multifase (calcestruzzo, conglomerati bituminosi, terreni, etc.)⁸ mediante conteggi automatici e valutazioni quantitative dei contatti intergranulari basati su misure strumentali.

In questo campo, risultano di estrema utilità le ricerche nel campo dell'analisi delle immagini e della Computer Vision, poiché consentono di trattare aspetti correlati all'estrazione di informazioni quantitative da immagini bidimensionali e all'analisi di ambienti tridimensionali il cui scopo è di fornire descrizioni significative degli oggetti fisici identificati dalle immagini^{9,10,11}. Ad esempio, l'acquisizione e l'analisi di immagini planari è già ampiamente utilizzata da ingegneri e tecnologi in svariati campi di applicazioni tra le quali quelli delle specifiche analisi petrografiche (quali quelle mineralogiche, di tessitura e di porosità)^{12,13}. Per questi specifici scopi è stata messa a punto la procedura PIA - *Petrographic Image Analysis* (analisi petrografica d'immagini), per l'analisi dei dati petrografici¹⁴. L'implementazione della PIA prevede, tipicamente, la successione di 4 operazioni sull'immagine da esaminare: 1) acquisizione; 2) digitalizzazione; 3) segmentazione e 4) analisi vera e propria, così che i dati di interesse (tipicamente correlati alla caratterizzazione della rete dei pori) possa essere estratta con estrema rapidità.

In questo articolo si presenta un nuovo approccio per l'identificazione e la classificazione automatica dei contatti tra i grani di sabbie "serrate" (*locked sands*), senza necessità di alcun intervento umano nella determinazione delle grandezze di interesse. L'approccio proposto, tra i possibili metodi di analisi di immagini, fa uso delle tecniche e degli algoritmi sviluppati nel campo della Computer Vision che meglio rispondono alla necessità di ottenere, se applicate a immagini bidimensionali acquisite da fotogrammi di sezioni sottili di campioni di sabbia, una segmentazione molto accurata dell'immagine e la migliore definizione possibile dei contatti intergranulari, per procedere al calcolo automatico degli indici di interesse microstrutturale.

2 CARATTERISTICHE PETROGRAFICHE DELLE SABBIE ADDENSATE E DELLE ARENARIE TENERE

Tra i possibili indici per la valutazione della qualità e quantità dei mutui contatti tra i grani di una sabbia noti dalla letteratura tecnica, quelli più diffusi sono il *Packing Density* (*PD*) e il *Grain Contact* (*GC*) poiché forniscono, a scala microscopica, informazioni sulla struttura, sullo stato di addensamento e sulla tessitura di un materiale granulare.

Il *Packing Density*, secondo la definizione di Kahn¹⁵, è il rapporto tra la somma dei tratti che attraversano i grani intercettati da un qualunque segmento di retta, o trasversa, di una sezione sottile e la lunghezza totale della trasversa stessa (cfr. Figura 1):

$$PD = \sum l_i / L_{tot} \times 100\% \quad (1)$$

nella quale l_i è la lunghezza sulla trasversa che attraversa il grano i esimo e L_{tot} è la lunghezza totale della trasversa.

Il *Grain Contact* di un grano⁵ è definito come rapporto tra la somma delle lunghezze dei tratti che un grano ha con i grani che lo circondano, e la lunghezza totale del perimetro del grano in esame. Il perimetro del grano è la linea chiusa risultante dall'intersezione della superficie (3D) del grano e il piano della sezione sottile. Con riferimento alle grandezze indicate in Figura 1, il *Grain Contact* è dunque:

$$GC = \sum Li / P (\%) \quad (2)$$

Questo indice è di notevole interesse per i mezzi granulari, poiché è stata provata⁵ l'esistenza di una correlazione tra il *GC* e il loro comportamento meccanico (resistenza, rigidità).

Un'altra informazione importante si ottiene dalla valutazione dell'*arrangement* e del grado di addensamento dei grani, espresso tramite il *Number of Coordination*, *NC*, semplicemente definito come il numero totale di contatti che ciascun grano ha con quelli contigui.

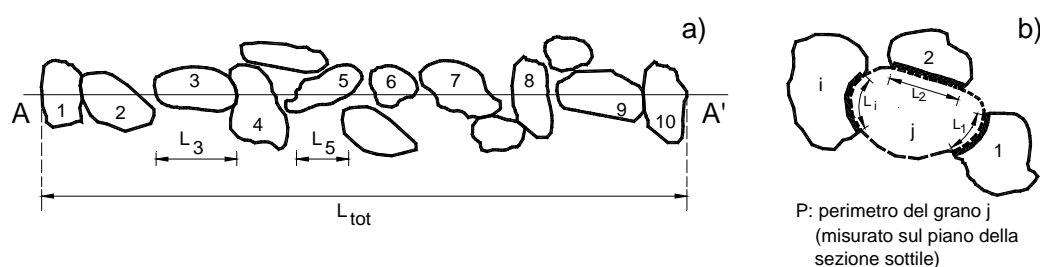


Figura 1. Definizione di *Packing Density* e *Grain Contact*.

Per quanto riguarda la qualità dei contatti intergranulari, è possibile valutarla distinguendo i diversi possibili tipi di contatti descritti in letteratura^{8, 16} e rappresentati in Figura 2.

La prevalenza di contatti suturati o di tipo concavo-convesso contribuisce a creare una struttura altamente interconnessa ovvero serrata (*locked*), in genere con alto grado di addensamento, bassa porosità ed estese aree di contatto tra i grani. Il grado di interconnessione e le aree di contatto diminuiscono all'aumentare della porosità, come si riscontra quando si verifica la prevalenza di contatti elongati o di contatti tangenti.

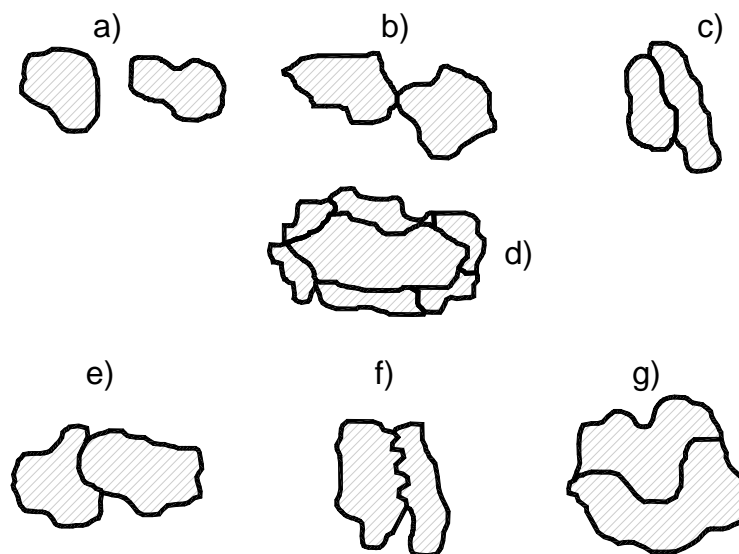


Figura 2. Tipologie di contatto descritti da Bell⁷ e considerate nel presente studio: a) grani isolati ; b) contatto tangente; c) contatto elongato; d) grano totalmente circondato; e) contatto concavo-convesso, f) contatto suturato; g) contatto sigmoidale.

Finora, la maggior parte dei metodi per la valutazione degli indici di *arrangement* e di addensamento dei grani sono basati su conteggi manuali e, pertanto, necessitano di operazioni lunghe e laboriose che risultano, inevitabilmente, affette da errori (umani). Il metodo di seguito descritto evita tali errori essendo basato su procedure di analisi automatica di analisi delle immagini.

3 RICHIAMI DI ANALISI DELLE IMMAGINI

3.1 La segmentazione

Secondo la Computer Vision¹⁷, la segmentazione è il processo di suddivisione dell'immagine in regioni distinte e omogenee rispetto ad una caratteristica, definita in relazione alle finalità della segmentazione stessa. Tale operazione costituisce il primo passo per distinguere le regioni in cui sono presenti gli oggetti di interesse (ROI, che nel caso specifico sono gli aggregati lapidei) dalle altre parti.

Per suddividere una immagine in scala di grigio in diverse regioni, si parte da due diverse ma non contrapposte constatazioni:

- nella zona di passaggio da una regione all'altra si registrano generalmente differenze tra le intensità dei pixel adiacenti. Per rilevare, allora, le *discontinuità* significative (*edge detection*), si dispone di appositi algoritmi che utilizzano filtri derivativi del primo o del secondo ordine.
- le intensità dei pixel appartenenti ad una stessa regione sono solitamente "abbastanza" simili. La *similarità* dei pixel di una regione può essere stabilita, avendo fissato opportuni criteri, in base alla sola intensità dei pixel (*histogram thresholding* globale o locale) e tenendo anche conto della loro posizione (*clustering, region splitting and merging, region growing*).

La partizione dell'immagine deve in ogni caso soddisfare i seguenti criteri:

- le regioni devono essere il più possibile omogenee rispetto alle caratteristiche prescelte;
- i confini delle regioni devono essere compatibili con le variazioni della misura di similarità adottata;
- le aree percettivamente uniformi non devono essere divise in più parti;
- le aree piccole e ad elevato contrasto non devono essere fuse con le regioni confinanti.

3.2 L'algoritmo proposto

Per lo specifico caso in studio, ovvero quello dell'analisi di immagini risultanti da fotogrammi ripresi al microscopio ottico su sezioni sottili di *locked sands*, le informazioni ottenute dallo studio dell'intensità cromatica dei singoli pixel rendono piuttosto difficile l'esatta identificazione dei singoli grani, soprattutto in quelle porzioni dell'immagine nelle quali non si ha uno sfondo sufficientemente scuro per poter distinguere percettivamente o numericamente, i grani l'uno dall'altro.

Pertanto, è stata innanzitutto implementata una tecnica di “*enhancement*” dell'immagine iniziale, che semplificasse l'individuazione dei contorni dei grani in siffatte porzioni (regioni), tramite modifica numerica dei contorni tra particelle adiacenti o di quelli tra i grani e lo sfondo. L'ipotesi alla base di tale operazione è che le informazioni mancanti, necessarie per distinguere nettamente un oggetto in un'immagine, siano andate perdute per un processo di degradazione dell'immagine, per dispersione luminosa dell'immagine stessa. A sua volta, tale dispersione può essere attribuita ad una non perfetta funzione di trasferimento del sistema ottico utilizzato per ottenere le immagini, come pure al sovrapporsi di un “rumore” (ad es. quello di quantizzazione del segnale digitale) dovuto al sistema stesso di acquisizione del segnale.

In generale, si può affermare che quando si verifica una dispersione luminosa di un segnale, l'intensità luminosa di un pixel finisce per influenzare quella dei pixel adiacenti. Infatti, la bassa risoluzione di un'immagine e i “rumori” che essa può contenere rendono difficile riconoscere alcune particolari porzioni localizzate tra particelle adiacenti.

In letteratura esistono diversi filtri in grado di eliminare o attenuare questo tipo di “rumore”^{10,11}: si tratta di filtri mediani che è possibile formalizzare secondo la seguente relazione:

$$C(i,j) = \sum_{i=M/2}^{\infty} \sum_{j=N/2}^{\infty} A(i,j,k2)B(x-i,y-j) \quad (3)$$

Nella relazione (3) $k2$ risponde alla notazione tipica per l'individuazione del piano cromatico dello spazio RGB (R=red, G=green, B=Blu) considerato per l'applicazione proposta (essendo $k1$ riferito al piano dei rossi, $k2$ a quello dei verdi e $k3$ al piano dei blu), i e j sono gli indici di riga e colonna dell'immagine A da filtrare e B rappresenta la maschera di convoluzione, di solito una matrice 3×3 (oppure 5×5), il cui pixel centrale coincide con quello del quale si intende calcolare sull'immagine A . Infine, M ed N sono il numero totale di righe e di colonne, rispettivamente, caratterizzanti l'immagine. La stessa relazione può esser pure scritta in forma compatta come segue:

$$C=A*T \quad (4)$$

dove si assume che il *template* T sia di dimensioni $[3 \times 3]$ e con coefficiente pari a $(1/9)$, ovvero:

$$T = \left(\frac{1}{9}\right) * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

La relazione (4) può quindi essere immaginata come una maschera, o *kernel*, (di dimensioni 3x3) che si muove lungo le righe e le colonne dell'immagine. All'interno di questo *template* vengono calcolati il livello di intensità dell'immagine e il corrispondente valore del filtro (che corrisponde al livello medio di intensità valutato sugli otto pixel adiacenti a quello centrale). Il valore ottenuto viene quindi sostituito a quello del pixel che, sull'immagine A, corrisponde al posto centrale del *template* T.

Di solito, per un segnale bidimensionale, come una immagine digitale, l'applicazione di un filtro mediano come quello in (4) consente di rimuovere il rumore (disturbo ad alta frequenza) ma, allo stesso tempo, implica che l'immagine finale risulti sfuocata, poiché attenua i dettagli degli oggetti da esso filtrati (contorni, asperità, etc). Di conseguenza, è sempre necessario trovare una soluzione di compromesso tra la rimozione del rumore e la conservazione dei dettagli di interesse: la soluzione ideale sarebbe quella di poter implementare un algoritmo in grado di adeguarsi al meglio alla condizione locale del segnale (immagine), per poter identificare il disturbo ad esso sovrapposto e modificare di conseguenza l'intensità dell'immagine iniziale A nel punto in studio, senza penalizzare i valori dei pixel adiacenti, qualora si provi che questi siano esenti dal rumore identificato.

Studi dettagliati sui processi psico-cognitivi¹⁸ hanno dimostrato come l'identificazione dei contorni in una immagine sia basata sulla percezione di una differenza cromatica o di luminosità delle regioni poste a confronto che, altrimenti, sarebbero considerate come omogenee. Pertanto, si è scelto di implementare una procedura in grado di applicare iterativamente il filtro descritto prima per attribuire il valore di un dato pixel a tutti gli ulteriori pixel riconosciuti come appartenenti ad una regione dell'immagine omogenea dal punto di vista colorimetrico (in particolare, distinguendo se appartenente ad una particella di sabbia o al background dell'immagine). In questo modo, l'immagine all'i-esima iterazione risulta generata da quella iniziale per convoluzione con un filtro mediano dato in (3), come segue:

$$A(i,j,t) = A_0(i,j) \times C(i,j,t) \quad (6)$$

dove (i,j) sono gli indici identificativi della posizione del pixel in elaborazione nella matrice iniziale A e l'operatore "×" rappresenta un'operazione di convoluzione. In ogni caso, poiché la (6) tende ad eliminare informazioni relative al dettaglio sui bordi di contatto tra un grano e l'altro, è necessario attenuare il suo effetto, cosa possibile applicando un ulteriore operatore che, al contrario del precedente, enfatizzi i contorni dei grani. Tenendo conto di tale necessità, dopo l'operazione di convoluzione descritta dalla (6), si è applicato un operatore di range^{10,11} in grado di eseguire l'estrazione dei contorni.

Questo tipo (non convolutivo) di filtro (di nuovo di dimensioni 3x3) permette di attribuire al pixel centrale il valore della differenza tra massimo e minimo delle intensità cromatiche calcolate dal *template* T sull'immagine A. Pertanto, per ciascuna posizione (i,j) del *template* T, il valore del pixel centrale può essere espresso come:

$$R(i,j)=(MAX(A_{i-1,j-1};A_{i-1,j};A_{i-1,j+1};A_{i,j-1};A_{i,j};A_{i,j+1};\dots;A_{i+1,j+1})-MIN(A_{i-1,j-1};A_{i-1,j};A_{i-1,j+1};A_{i,j-1};A_{i,j};A_{i,j+1};\dots;A_{i+1,j+1})); \quad (7)$$

Questo filtro consente di definire il valore dell'intensità cromatica con il quale popolare una matrice contenente informazioni sui contorni delle particelle. I valori di tale matrice verranno poi sottratti a quelli della matrice C, con il risultato di attenuare le intensità dei pixel che compongono il bordo di ciascuna particella (Eq. 8):

$$J(i,j,t) = J(i,j) + \text{abs}(C(i,j,t) - R(i,j,t)) \quad (8)$$

Dopo aver fatto ciò, restano identificate le regioni di incertezza, definite come quelle regioni intorno a determinati pixel per i quali il profilo dell'intensità cromatica, valutato in otto possibili direzioni radiali, mostra una repentina variazione o, in ogni caso, un gradiente superiore ad una soglia prefissata, basata sui valori di tre costanti [Ti, To, Ts], automaticamente calcolati dall'algoritmo.

In base a tali valori, a valle della segmentazione, si ottengono quattro diverse immagini binarie ovvero 4 diversi insiemi mutuamente disgiunti:

- {B}: insieme costituito dai pixel che, con riferimento all'immagine originaria, hanno una intensità Ip tale che sia $0 \leq Ip \leq Ti$; tali pixel corrispondono, quasi certamente, a punti dello sfondo e non a grani della sabbia in studio;
- {Bi}: insieme costituito dai pixel che hanno una intensità Ip tale che $Ti < Ip \leq To$; zona di incertezza;
- {Gi}: insieme costituito dai pixel che hanno una intensità Ip tale che $To < Ip \leq T$; ulteriore zona di incertezza;
- {G}: insieme costituito dai pixel che hanno una intensità Ip tale che $Ip > Ts$; tali pixel corrispondono, quasi certamente, a punti dei grani.

Pertanto, all'i-esimo passo di iterazione, è possibile scrivere:

$$B(i,j,t) = J(i,j,t, Ti) \quad (9)$$

$$Bi(i,j,t) = J(i,j,t, Ti, To) \quad (10)$$

$$Gi(i,j,t) = J(i,j,t, To, Ts) \quad (11)$$

$$G(i,j,t) = J(i,j,t, Ts) \quad (12)$$

da ultimo, si sono imposti i seguenti criteri di coerenza tra la matrice {R} e i sottoinsiemi di pixel precedente descritti:

- alcuni pixel dei bordi {J} individuano regioni chiuse e connesse. Per ciascuna di queste regioni, si stabilisce, in base alle intensità dei pixel e alla loro numerosità, se esse sono da considerare come grano o come sfondo. In relazione alla attribuzione fatta, si modificano gli insiemi ottenuti per "sogliatura";
- i pixel dei bordi {J} che ricadono in {B} prima definito non sono utili per la determinazione dei contorni dei grani (eventuali discontinuità nello sfondo);

- i pixel di $\{B_i\}$ adiacenti a $\{B\}$ possono transitare da $\{B_i\}$ ad $\{B\}$ se essi non appartengono all'insieme $\{J\}$; lo stesso ragionamento vale per gli insiemi $\{G_i\}$ e $\{G\}$.

Ulteriori informazioni sul contorno dei grani si ricavano analizzando le peculiarità dei “buchi” presenti in ciascun insieme $\{B\}$, $\{B_i\}$, $\{G_i\}$ e $\{G\}$. In base all'intensità dei pixel interni a tali buchi e in relazione alla distanza tra i punti di contorno dei suddetti buchi si modifica o meno l'attribuzione dei pixel agli insiemi $\{B\}$, $\{B_i\}$, $\{G_i\}$ e $\{G\}$.

Un apposito algoritmo tiene conto delle suddette considerazioni e risolve anche alcune incongruenze che si possono presentare. Tale algoritmo permette di svuotare completamente gli insiemi $\{B_i\}$, $\{G_i\}$ attribuendo ad $\{B\}$ o a $\{G\}$ i pixel appartenenti inizialmente ad $\{B_i\}$, $\{G_i\}$. Si precisa che in fase di elaborazione si può anche avere un travaso di pixel da $\{B\}$, $\{G\}$ o viceversa.

In definitiva, in $\{G\}$ esistono solo regioni chiuse e connesse che individuano i grani. I contorni di tali grani devono essere ulteriormente trattati per tener conto della forma dei grani stessi e della presenza o meno di pixel appartenenti a $\{C\}$ interni ai grani.

Sulla base delle precedenti considerazioni, è stata definita come segue la matrice booleana finale $BW(i,j)$:

$$BW(i,j,t)=F(S(i,j,t), Si(i,j,t), Gi(i,j,t),G(i,j,t)) \quad (13)$$

nella quale F è un'applicazione in grado di applicare i criteri di consistenza precedentemente descritti. L'algoritmo proposto è in grado, anche, di correggere possibili imperfezioni nella codifica booleana dei grani individuati nell'immagine applicando alcune operazioni morfologiche di chiusura che consentono l'analisi delle caratteristiche geometriche di un'immagine finalizzata a mettere in evidenza le sue connessioni topologiche con un elemento assunto come elemento di confronto¹⁸. Tali connessioni dipendono non solo dalla geometria della struttura da esaminare, ma anche dalla sua posizione all'interno dell'immagine da studiare. La procedura proposta consente l'estrazione di caratteristiche geometriche e topologiche da un'immagine binaria:

$$BW \subseteq E \quad (14)$$

nella quale E rappresenta l'insieme di tutte le possibili immagini di dimensioni note.

Impiegando tale immagine più piccola, E , anche definita come elemento strutturante (matrice binaria di adeguate dimensioni), è possibile applicare operazioni elementari della morfologia binaria quali la dilatazione e l'erosione (anche note come somma e sottrazione di Minkowski^{20,21}). Altre operazioni morfologiche elementari sono quelle di aperture e chiusura, ottenute per combinazioni di successive erosioni e dilatazioni.

In particolare, la dilatazione e l'erosione si formalizzano tramite le seguenti relazioni generali:

- dilatazione: $A \oplus B$ (operazione commutativa e associativa);
- erosione: $A \ominus B$, (operazione né commutativa, né associativa).

Secondo la simbologia precedente, A è la matrice dell'immagine iniziale (nel caso in esame la BW descritta nella (13)) e B l'elemento strutturante. Le due operazioni producono effetti opposti, così che la dilatazione dello sfondo di un oggetto coincide con l'erosione dell'oggetto stesso.

Tali operazioni vengono eseguite secondo i seguenti passi:

- a) l'elemento strutturante viene posizionato sull'immagine in modo da ricadere completamente entro di essa in ogni momento;

- b) il valore del pixel dell'immagine corrispondente al pixel centrale dell'elemento strutturante viene confrontato con il valore di quest'ultimo
- c) se i due valori coincidono, i valori associati all'intero elemento strutturante vengono sostituiti a quelli delle corrispondenti posizioni sull'immagine iniziale;
- d) se i due valori differiscono, i pixel dell'immagini non vengono alterati;
- e) l'elemento viene traslato di un pixel alla volta, fino a ricoprire l'intera immagine.

Le operazioni precedenti sono generalmente eseguite in cascata, per ottenere un'immagine finale caratterizzata da specifiche peculiarità. In funzione dell'ordine con il quale vengono eseguite, possono essere definite due distinte operazioni morfologiche:

- chiusura: viene eseguita una dilatazione seguita da una erosione. Tale operazione, la cui notazione è $A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$, risulta di estrema utilità per eliminare possibili "buchi" o piccole concavità in un oggetto, nel caso di regioni debolmente connesse;
- apertura: in questo caso si esegue per prima l'erosione, seguita dalla dilatazione ovvero, con notazione sintetica $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$. Quest'operazione permette di separare regioni debolmente connesse e di eliminare regioni di dimensioni molto limitate.

Va osservato che i valori dell'elemento strutturante sono posti pari a 1 quando si esegue una dilatazione e a zero quando si opera una erosione. I risultati tipici dell'applicazione di ciascuno degli operatori morfologici prima descritti sono rappresentati in Figura 3. Per le caratteristiche delle immagini da analizzare per le finalità del presente lavoro, è stato necessario riapplicare una chiusura morfologica all'immagine booleana BW data nella (13), tramite un elemento strutturante di dimensioni [3x3].

3.2 Individuazione delle regioni di interesse ed estrazione delle caratteristiche geometriche

Per le finalità della presente ricerca, si è ulteriormente proceduto alla determinazione di alcune grandezze geometriche caratterizzanti la forma degli oggetti binari precedentemente determinati a valle delle operazioni morfologiche^{22,23}. Codificare le informazioni del bordo degli oggetti può essere un modo compatto per rappresentarne la forma e la posizione all'interno dell'immagine. Il metodo più diffuso, comunemente noto come "chain code", consiste nella memorizzazione di una lista di punti (senza informazioni di colore ma solo di posizione) e fu originariamente proposto da Freeman^{24,25}.

L'idea fondamentale è quella di percorrere il contorno di un oggetto e di codificare progressivamente la direzione da seguire. Una volta identificate le coordinate di un punto della frontiera dell'oggetto (generalmente il più in alto e il più a sinistra), il punto successivo viene individuato solo in base alla direzione da seguire che collega i baricentri dei pixel)²⁶. Si ricorda che, per convenzione, le coordinate sono sempre riferite ad un sistema cartesiano ortogonale con origine nel primo pixel in alto a sinistra nell'immagine. Le direzioni ammesse sono solitamente limitate, in modo da incrementare l'efficienza di codifica. Nelle Figure 4 a e 4b vengono rappresentate alcune delle convenzioni adottate più frequentemente:

1. nel caso della connettività a 4 vie, si può procedere solo orizzontalmente oppure verticalmente;
2. nel caso della connettività a 8 vie è consentito procedere sia in obliquo, che in orizzontale ed in verticale;

3. nel caso della connettività a 6 vie, tipicamente usata per vettori tridimensionali, gli spostamenti sono definiti seguendo il bordo dei pixel (non fra i baricentri come avviene invece nei 2 casi precedenti).

Quest'ultima codifica risulta più naturale, ma richiede il ricorso ad algoritmi più complessi rispetto e meno performanti. Le direzioni da seguire vengono convenzionalmente identificate con numeri interi (4 o 8 vie). Applicando un algoritmo "descrittore del contorno" a 8 vie, all'oggetto rappresentato schematicamente in Figura 5, si ottiene la seguente codifica: [0701766344342].

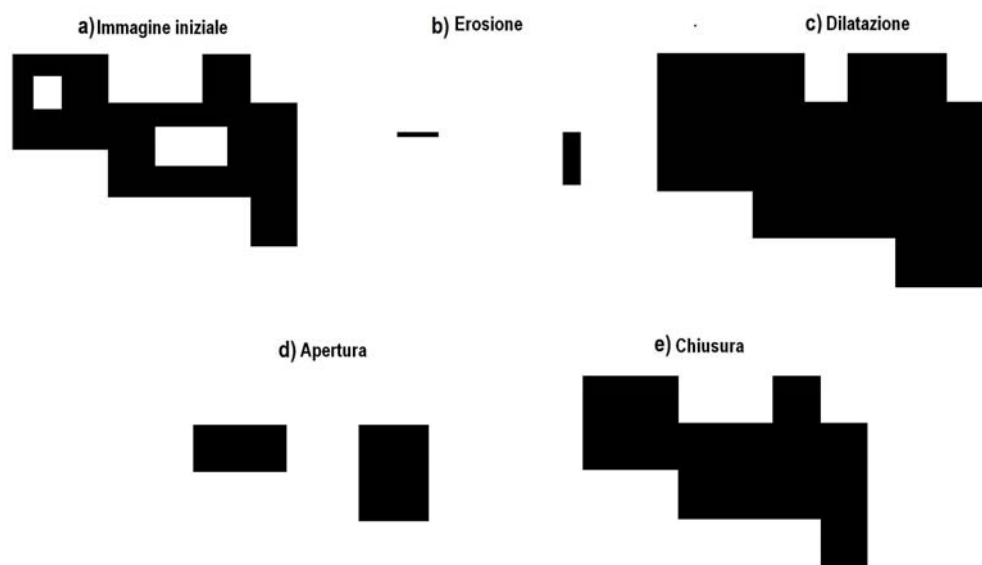


Figura 3 Operazioni morfologiche: a) immagine iniziale; b) chiusura di a; c) dilatazione di a, d) erosione di a, d) apertura di a.

Appena individuato il contorno dell'oggetto in studio, è possibile calcolare con facilità le coordinate di ciascun punto della frontiera dei cosiddetti "blob" (*binary large object*), rispetto ai grani di sabbia già individuati e raggruppati nella matrice booleana BW. Questo tipo di codifica permette di etichettare numericamente ciascun elemento binario contenuto nella matrice, in modo da poter distinguere ciascun singolo elemento. Pertanto, tenendo in considerazione il contorno della generica i -esima particella ed avendo definito come C_i il vettore di dimensioni $[n+2]$ (ove n è il numero dell'ascissa cartesiana sul contorno), si è implementata una specifica funzione in grado di confrontare, in termini di distanza euclidea, ciascun pixel del contorno contenuto in C_i con i pixel del contorno di tutte le altre particelle già individuate nell'immagine.

Questa funzione permette di individuare i punti del contorno di due particelle che risultano più vicini di una distanza prefissata di soglia dk che, nell'applicazione proposta in quest'articolo, è stata posta uguale a 9 pixel. In questo modo, è possibile determinare esattamente le mutue distanze tra una particella e quelle vicine e, allo stesso tempo, identificare quelle porzioni del contorno della particella esaminata che possono considerarsi a contatto con particelle adiacenti, ovvero quelle risultate distanti meno di dk .

La stessa funzione, grazie all'applicazione di un ulteriore operatore morfologico detto di "thinning", il quale consente di chiudere, riempire ed etichettare il poligono convesso prima

definito per poter definire le aree di contatto tra i grani. L'operazione di *thinning* (assottigliamento) consiste²⁷ nella rimozione iterativa di pixel da un elemento chiuso e connesso, fino a convergere ad una linea di minimo spessore.

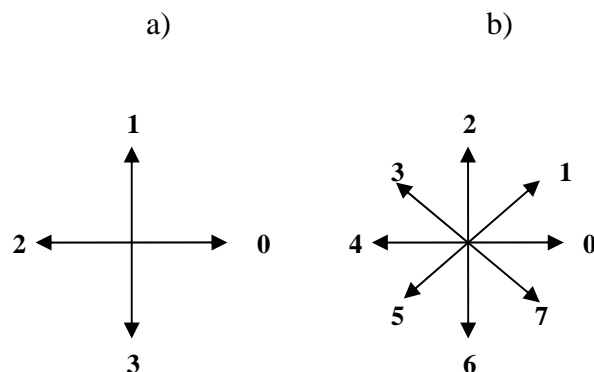


Figure 4. a) Connettività a 4 vie; b) Connettività ad 8 vie.

Dopo aver operato il *thinning*, un altro algoritmo identifica ed etichetta tutte le linee ottenute, ciascuna con le proprie caratteristiche geometriche (lunghezza, coordinate, curvatura, etc. (in modo che sia possibile valutare il tipo di contatto tra le particelle, come desiderato in quest'applicazione).

L'intero algoritmo qui proposto è dunque strutturato nei passi schematizzati nel diagramma di Figura 6:

4 MATERIALI E PROCEDIMENTI SPERIMENTALI

4.1 Caratterizzazione della sabbia in studio

Per le finalità dello studio, sono state preparate sezioni sottili (con spessore di 30 μm) di una *locked sand* e, col microscopio ottico, sono stati acquisiti i relativi fotogrammi con ingrandimento di 20x, utilizzati per validare l'algoritmo proposto per la determinazione delle caratteristiche microstrutturali.

I fotogrammi sono stati acquisiti con un microscopio ottico stereoscopico Olympus SZX12 (Modello SZX-ILLK200) attrezzato con videocamera da 3.3 Megapixel della Micropublisher, che implementa il software Image Pro-plus 6.3. Nella fase di acquisizione delle immagini da analizzare, le condizioni di illuminazione sono state quelle "da luce trasmessa".

Per poter validare i risultati ottenuti, il valore dell'indice *PD* (che è il più significativo per tale scopo) è stato determinato sia per mezzo di un'indagine visiva dei fotogrammi con l'ausilio di programmi di disegno assistito, sia automaticamente, con l'algoritmo di analisi di immagini proposto.

La sabbia oggetto dello studio appartiene a uno strato della formazione del Flysch Numidico (tardo Oligocene – alto Miocene) affiorante in corrispondenza della dorsale tra le due dighe di Scanzano e Rossella, nel territorio del Comune di Marineo in provincia di Palermo. Il peso specifico è pari a 26.1kN/m³. Il peso dell'unità di volume della sabbia

asciutta, γ_d , varia tra 19 e 21 kN/m³; l'indice di porosità, e , varia tra 0.27 e 0.38, la densità relativa, D_r , è del 130-140% circa. Il diametro corrispondente al 50% in peso di passante, d_{50} , è di 0.2 – 0.3 mm ed il coefficiente di uniformità, $Cu=D_{60}/D_{10}$ (essendo D_{60} e D_{10} i diametri caratteristici al passante in peso del 60% e del 10%, rispettivamente) varia tra 3 e 5. La forma dei grani è alquanto varia da isometrica ad allungata. La distribuzione granulometrica è riportata in Figura 7.

Questo tipo di sabbie presenta resistenza a taglio di picco molto alta (anche inusualmente elevata, con involucro di rottura fortemente non lineare e con valori dell'angolo di resistenza a taglio a bassi livelli tensionali anche maggiori di 50-55°), grande rigidità e comportamento fortemente dilatante. Il contributo della dilatanza alla resistenza a taglio di picco a bassi livelli tensionali è notevole²⁸.

Dal punto di vista mineralogico, la sabbia in studio è principalmente composta da quarzo bianco-giallastro. La diffrattometria ai raggi X indica la presenza della sola fase cristallina silicea SiO₂. Risulta, invece, trascurabile la presenza di altri minerali quali muscovite, pirosseno, microclino, glauconite e augite. Non sono state rilevate tracce di carbonato di calcio. La porosimetria a intrusione di mercurio (MIP) ha, inoltre, permesso di evidenziare che la dimensione prevalente dei pori (per più del 60%) è pari a circa 20–40 μm .

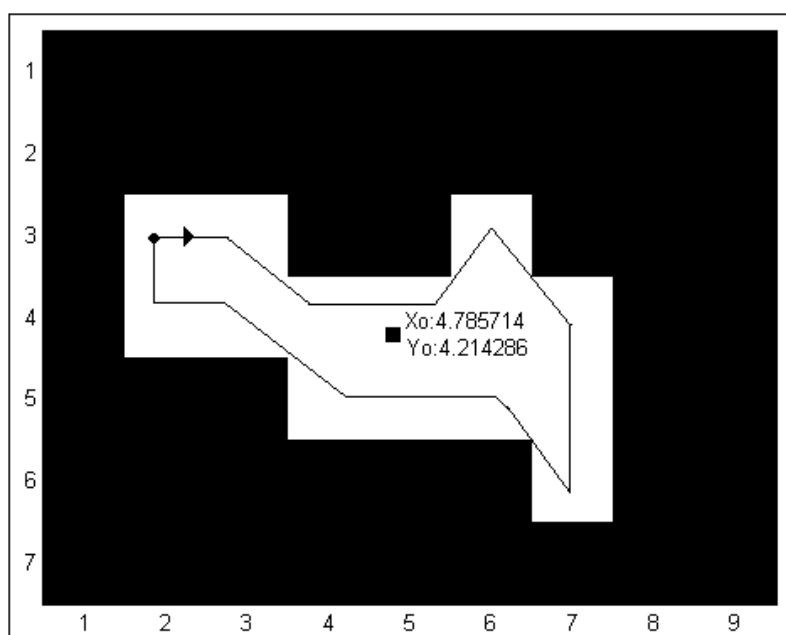


Figura 5. Applicazione dell'algoritmo di Chain Code ad un oggetto binario, centrato in (X_0, Y_0) .

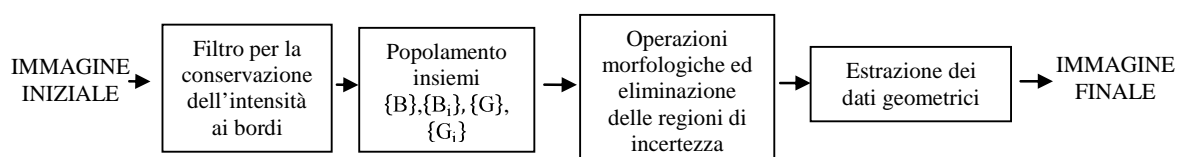


Figura 6. Flow chart dell'algoritmo proposto.

4.2 Definizione degli indici di interesse

Sono state sviluppate specifiche routine di elaborazione per l'automatizzazione del calcolo dei seguenti indici di *arrangement* e addensamento dei grani, come prima descritti, e in particolare:

- Numerosità dei diversi tipi di contatto rappresentati in Figura 2, tenendo pure conto dei grani totalmente isolati (*floating*) e di quelli “*totally surrounded*”. Per la determinazione dei tipi di contatto si è adottata l'ipotesi di lavoro semplificativa di assimilare i contatti “*long*” (estesi) con quelli di tipo “*sutured*” (a denti di sega) e pertanto, con riferimento alla Figura 2, ai fini del presente studio la classe (c) si è considerata coincidente con la (e).
- *Packing density*, *PD*, definito dalla (1);
- *Grain contact GC*, definito dalla (2) e relativa distribuzione nell'immagine studiata;
- Numero di coordinazione, *NC*, e relativa distribuzione nell'immagine studiata.

Al fine di validare i risultati ottenuti con l'algoritmo proposto, i valori degli indici predetti sono stati confrontati con quelli noti in letteratura per i materiali studiati ed è stato altresì eseguito il confronto tra i valori del *Packing Density*, *PD*, determinati automaticamente con quelli valutati per esame e conteggio visivi condotti sulla stessa immagine.

5 RISULTATI

La metodologia di analisi di immagini proposta, applicata alle immagini acquisite al microscopio ottico ottenute da una sezione sottile ha consentito di determinare automaticamente i valori degli indici prima richiamati, di seguito riepilogati.

Data l'immagine iniziale, fotografata al microscopio con ingrandimento 20x (ovviamente lo studio può essere effettuato su altri ingrandimenti), riportata in Figura 8a, il risultato della sua elaborazione, post-segmentazione, applicazione delle operazioni morfologiche e di “restauro” dell'immagine è fornito in Figura 8b, nella quale sono evidenti anche le 4 direzioni principali (trasverse) passanti per il centro geometrico dell'immagine e tipicamente utilizzate per il calcolo del *Packing Density*.

Analizzando le linee di contorno riferite ai grani aventi contatto con quelli adiacenti, in relazione alle tipologie rappresentate in Figura 2 e ricordando l'assimilazione delle categorie (c) ed (e), si ottengono i risultati riportati in Tabella 1.

Per quanto riguarda il valore del *PD*, è stato calcolato, come tipicamente suole farsi nella determinazione grafica di tale indice, con riferimento alle 4 direzioni individuate nella Figura 4b), ottenendo i risultati riportati in Tabella 2, ove le trasverse sono *etichettate ordinatamente da 1 a 4 in senso orario*, a partire da quella orizzontale.

Considerate le potenzialità offerte dal metodo quanto alla rapidità di calcolo delle grandezze di interesse, il *Packing Density* è stato valutato oltre che per le 4 direzioni sopra definite, anche per molte altre trasversali baricentriche, determinate con incremento costante di angolo, α , al fine di stabilire la numerosità delle direzioni di analisi sufficiente a garantire una migliore rappresentatività dell'indicatore. La determinazione, essendo svolta con riferimento a trasverse baricentriche all'immagine, risulta simmetrica; pertanto è sufficiente esplorare valori associati a direzioni caratterizzate da angoli α fino a 180°, come di seguito riportato in Tabella 3.

Come si può osservare dalla Tabella 2, il valor medio del *Packing Density* (e la deviazione standard) determinato per un numero di direzioni di calcolo molto elevato risulta pressoché costante, pari al 63% circa, e coerente coi valori noti in letteratura per questo tipo di sabbie (tipicamente compreso in un intervallo del 60-80%)⁵.

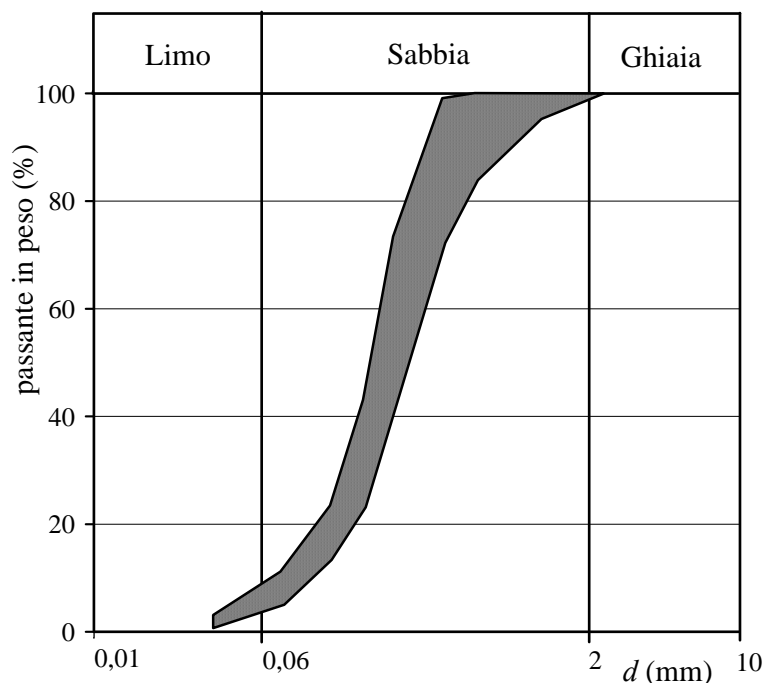


Figura 7. Composizione granulometrica della sabbia (*locked*) studiata.

È da osservare che il valore del *PD* dipende, ovviamente, dalla direzione (trasversa) presa in esame e che le differenze tra il valore medio e i singoli valori del *PD* sono da attendersi sia perché la sabbia non è costituita da particelle sferiche ed equidimensionali, sia perché, in generale nelle sabbie, e in particolare nella sabbia oggetto dello studio vi sono delle direzioni lungo le quali l'addensamento è maggiore (cfr. direzione 4 in Tabella 2); quest'ultimo aspetto è legato alla storia tensionale della sabbia oltre che alla sua costituzione (forma dei grani, grado di assortimento granulometrico).

Il *Grain Contact*, *GC*, è stato determinato con riferimento agli oltre 430 grani individuati dall'algoritmo proposto: in elaborazioni di poche decine di secondi il risultato è quello riportato in Figura 9, ove è pure evidenziato il valor medio per l'intera sezione sottile esaminata.

Analoga determinazione, sempre in pochi secondi, si è fatta per il numero di coordinazione *NC* di ciascun grano individuato nell'immagine, e ottenendo i valori riportati in Figura 10, nella quale è indicato anche il valore del numero di coordinazione *NC* medio dei grani presenti nell'intera immagine analizzata.

A questo proposito è importante notare che la potenza del metodo (possibilità di eseguire le analisi su un numero altissimo di direzioni in tempi molto brevi) consente di individuare, attraverso la determinazione del *PD*, eventuali direzioni con diverso grado di addensamento (anisotropia del materiale).

Il *GC* dipende dal grano considerato e varia da valori molto piccoli (qualche per cento: in questo caso i contatti del grano considerato sono ubicati in piani diversi da quello della

sezione sottile) a valori molto grandi (80-90%). Il valor medio è pari al 32%. In particolare, si fa notare che il valore medio determinato per l'indice GC è, anch'esso, coerente con quelli tipicamente indicati nella letteratura tecnica per le sabbie molto serrate (*locked sands*) quali quelle in studio o per le arenarie molto tenere, (generalmente variabile tra il 27 e il 58%)⁵.

Questo indice è il più rappresentativo ai fini delle correlazioni con le proprietà meccaniche dei mezzi granulari; infatti, per valori del GC superiori al 20-25%, le sabbie presentano alti valori di rigidità ed alta resistenza a taglio. Il GC dipende dal tipo di contatti intergranulari; in generale alti valori di GC sono determinati da un numero elevato di contatti di tipo concavo-convesso, suturati, sigmoidali che, per il caso in studio rappresentano oltre il 90% dei contatti individuati (cfr. Tabella 1). La presenza di queste tipologie di contatto conferisce al materiale alti valori di GC , comportamento fortemente dilatante e fragile specialmente a bassi valori del livello tensionale.

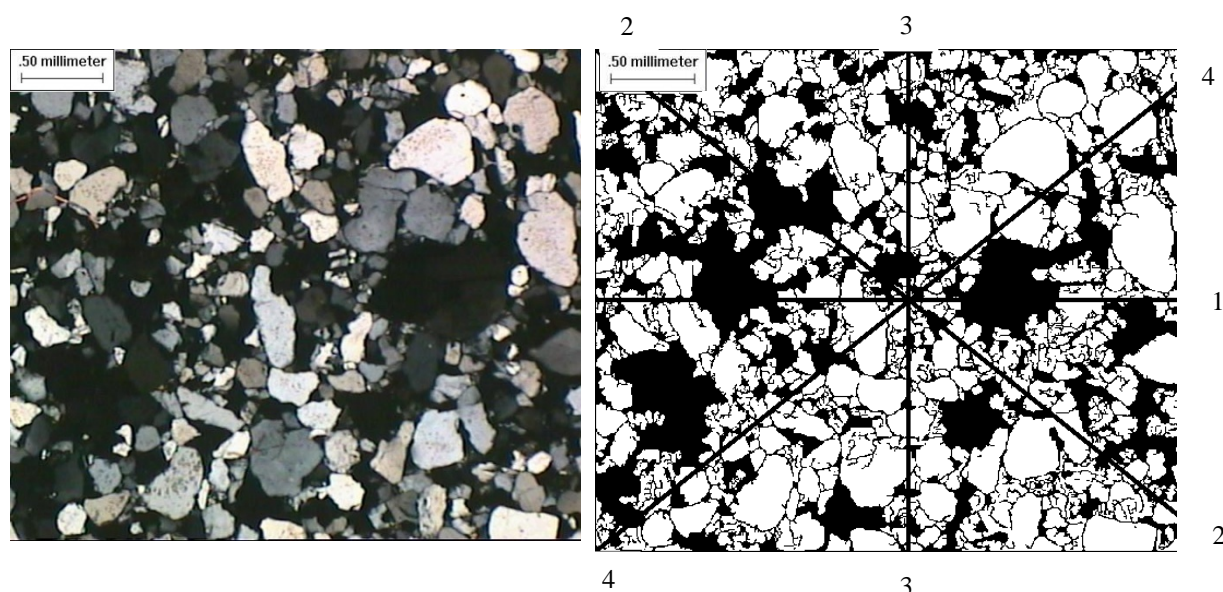


Figura 8 a) Immagine iniziale; b) risultato della segmentazione, e direzioni principali per la determinazione del *Packing Density*.

Tabella 1 – Numerosità per tipologia di contatto (cfr. Figura 2).

Tipologia di contatto	(a) Grani isolati	(b) Contatti tangenziali	(c) Contatti elongati ≡ (e) contatti suturati	(d) Contatti concavo-convessi	(f) Contatti sigmoidali	(g) Grani totalmente circondati	Contatti non classificati	TOTALE
Numerosità	17	32	115	538	67	17	16	802
%	2.12	3.99	14.34	67.08	8.35	2.12	2.00	100

Il valore di NC varia da valori di circa 1 a valori di circa 10 (cfr. Figura 10) con valore più ricorrente intorno a 4. È da considerare che questo valore, apparentemente basso se si considera che si tratta di *locked sands*, non è il numero di coordinazione reale essendo ricavato da una sezione sottile e, quindi, riferito ad un singolo piano. Il numero di coordinazione reale, trattandosi di grandezza spaziale, è certamente maggiore di quello

calcolato con riferimento a immagini planari, poiché molti contatti tra grani giacciono anche su piani differenti da quello della sezione esaminata.

Tabella 2 – *Packing Density* valutato per le 4 direzioni baricentriche principali.

	1	2	3	4	Media μ	Deviazione Standard σ
<i>Packing Density</i> PD (%)	57.91	60.41	56.32	83.14	64.44	12.576

Tabella 3– *Packing Density* valutato al variare delle direzioni baricentriche di analisi

n. direzioni	α°	Media	Deviazione Standard
		μ	σ
720	0.25	63.00	11.866
360	0.5	62.92	11.858
180	1	62.98	11.887
90	2	63.22	11.656
36	5	63.44	11.752
18	10	62.93	11.418
4	45	64.44	12.576

5.1 Confronto del packing density valutato col metodo grafico e col metodo automatico

Allo scopo di verificare i risultati ottenuti con la nuova procedura proposta, i valori del *Packing Density* della sabbia sono stati determinati anche mediante il metodo grafico, mediante osservazione al microscopio ottico e identificando visivamente i contorni dei grani e valutando, con l'ausilio di un software di cad, le grandezze e le determinazioni di interesse.

La procedura grafica o “manuale”, in particolare, è alquanto lunga e onerosa, poiché consiste nell'acquisire le immagini delle sezioni sottili in un programma di disegno, nell'identificare e disegnare manualmente le particelle lungo alcune direzioni prefissate e di determinare quindi il *Packing Density*. In Figura 11 è riportata la ricostruzione manuale dei grani lungo le sole direzioni 1, 2, 3 e 4 precedentemente identificate per il calcolo automatico con il metodo proposto.

Si può osservare per confronto con l'immagine elaborata post-segmentazione dall'algoritmo proposto, che la ricostruzione visiva sull'immagine iniziale perde molti dettagli e individua lungo le trasverse di calcolo una minor quantità di grani rispetto al metodo automatico, ciò a causa della scarsa capacità dell'occhio umano di percepire significative variazioni luminose nelle immagini che invece sono apprezzabili sulla base dei parametri impostati nell'algoritmo.

I valori del *Packing Density* determinati sulla base delle ricostruzioni riportate in Figura 11 sono riassunti in Tabella 4 nella quale sono pure riportati per confronto i valori ottenuti con la procedura automatica proposta e le relative differenze percentuali.

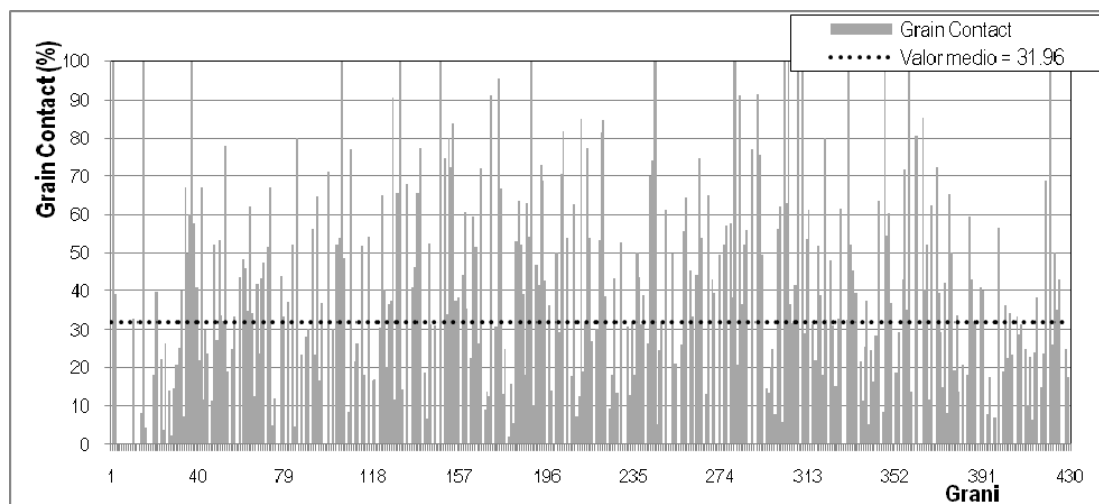
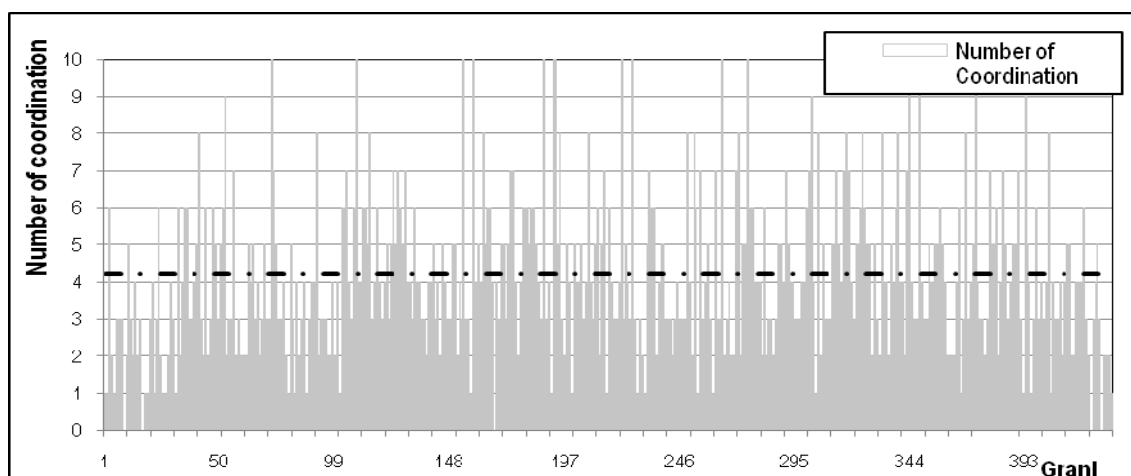
Figura 9. Istogramma del *Grain Contact*.

Figura 10. Istogramma del numero di coordinazione.

I valori del *Packing Density* ottenuti con i due metodi presentano, per tutte le trasverse di calcolo, differenze superiori al 15%, con una costante sottostima nel caso della determinazione col metodo visivo. Come anticipato, ciò è dovuto all'incapacità dell'occhio umano di identificare come tali alcuni grani, per mancata percezione (com'è tipico dei processi cognitivi) di significative differenze cromatiche o di luminosità delle regioni esaminate¹⁷ che sono, invece, correttamente identificate dall'algoritmo.

Il metodo automatico può essere considerato molto più affidabile del metodo visivo oltre che di grande semplicità e rapidità; esso consente un miglior dettaglio di analisi della sezione sottile da studiare e ha il vantaggio di non risentire della soggettività dell'operatore nella ricostruzione del contorno dei grani, com'è inevitabile quando si ricorra al metodo di ricostruzione grafica mediante analisi visiva.

Tabella 4 – Valori medi del Packing Density, secondo le due procedure di analisi.

Direzione	Packing density		Differenza (%)
	Metodo grafico	Metodo automatico	
1	60.08	83.14	27,73
2	47.45	56.32	15,75
3	51.30	60.41	15,08
4	46.82	57.91	19,15

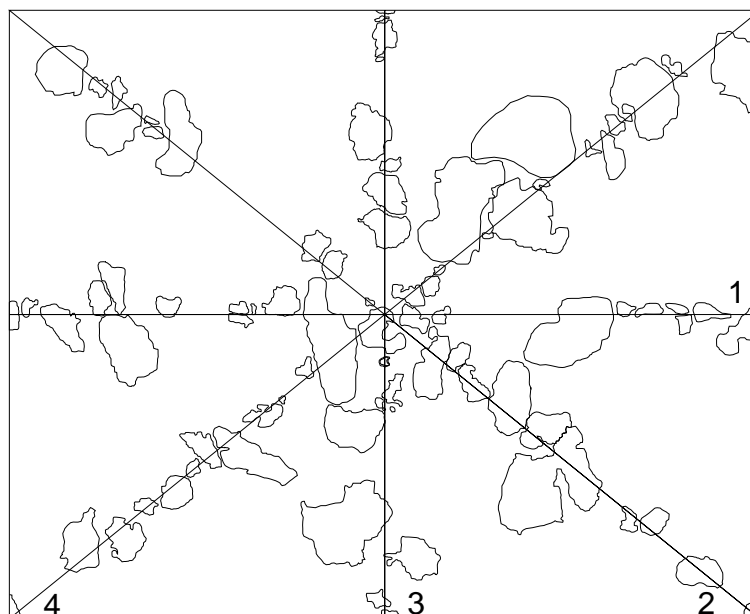


Figura 11 – Grani intersecati dalle direzioni 1, 2, 3 e 4 ricostruiti graficamente.

6 CONCLUSIONI

Nell'articolo è stato proposto un metodo automatico per lo studio di alcune grandezze microstrutturali di mezzi granulari in particolare delle sabbie. A questo scopo è stato sviluppato e messo a punto un programma di analisi delle immagini che, implementando specifiche operazioni morfologiche, riesce a cogliere adeguatamente i contorni dei grani da una sezione sottile e a estrarre le informazioni geometriche necessarie allo studio degli indici correlati ai mutui contatti intergranulari.

Con la procedura sviluppata è quindi possibile studiare, sia dal punto di vista qualitativo che quantitativo, grandezze quali la tipologia dei contatti intergranulari, il numero di coordinazione, NC , il *Grain Contact*, GC , e il *Packing Density*, PD . Queste grandezze caratterizzano i mezzi granulari come le sabbie e sono fortemente legate alle caratteristiche meccaniche del materiale (resistenza a taglio, rigidità, dilatanza). Ad esempio, sabbie come quella in studio, con alto *Packing Density*, alto *Grain Contact* e con alto numero di contatti di tipo concavo-convesso, suturati o sigmoidali, presentano resistenza a taglio molto alta, grande rigidità e comportamento fortemente dilatante e fragile nel campo delle tensioni efficaci medio-basse.

La procedura consente, in breve tempo e con oneri computazionali accettabili, di analizzare tutti i grani della fotografia, valutare indici riferiti a un elevatissimo numero di trasverse baricentriche all'immagine, e permette quindi di analizzare per intero una sezione sottile. Ciò consente la determinazione, con elevato grado di affidabilità, di tutte le informazioni necessarie per la caratterizzazione microstrutturale della sabbia, oltre che la possibilità di individuare eventuali anisotropie e disomogeneità dell'assetto strutturale (ad esempio *bedding*) del materiale di interesse.

I risultati ottenuti sulla sabbia "serrata" (o *locked sand*) analizzata confermano i risultati noti in letteratura per sabbie di tale tipo. In particolare i valori del *Packing Density* ottenuti (compresi tra il 52 e il 66%), e del *Grain Contact* il cui valore medio è compreso tra il 32% per l'intera immagine analizzata confermano quelli riportati in letteratura, relativi ai materiali granulari che vanno dalle sabbie molto addensate alle arenarie molto tenere.

In particolare, poi, i risultati di *Packing Density (PD)* ottenuti con la procedura proposta, posti a confronto con quelli ottenuti da analisi manuali quanto più accurate possibili, evidenziando i vantaggi del metodo in termini di capacità di identificazione dei grani e di corretta determinazione dell'indice *PD*, oltre che di indipendenza dalla soggettività di giudizio dell'operatore. Inoltre la speditezza del metodo consente di estendere l'analisi dell'indice in esame a un numero estremamente grande di direzioni di calcolo, cosa che, col metodo manuale, richiederebbe tempi molto lunghi, tali da rendere le analisi praticamente impossibili, se non condotte con riferimento a pochi grani e a poche traverse.

Per quanto riguarda il numero di coordinazione, in generale bisogna notare che i risultati ottenuti da analisi condotte su sezioni sottili non possono, evidentemente, rappresentare in maniera significativa la tridimensionalità dell'insieme dei grani. Di questo si deve tener conto ogniqualvolta si voglia determinare tale indice mediante analisi di immagini planari, con qualsiasi mezzo, visivo o automatico, senza estendere la valutazione all'*arrangement* spaziale del materiale in studio. Uno dei possibili sviluppi del metodo proposto riguarda, pertanto, l'estensione tridimensionale del metodo stesso, ai fini del calcolo del *PD*, del *GC* e del *NC*, da applicarsi a ricostruzioni tridimensionali dei materiali da esaminare, ottenute, per esempio, attraverso tomografia a raggi X dei campioni, allo stato di addensamento di interesse.

BIBLIOGRAFIA

- [1] M.B. Dusseault and N.R. Morgenstern. Shear strength of Athabasca oil sands. *Can. Geotech. J.*, **15**, 216-238 (1978).
- [2] M.B. Dusseault and N.R. Morgenstern. Locked sands. *Q. J. Engrg Geol.*, **12**, 117-131 (1979).
- [3] A.W. Cresswell and M.E. Barton. Direct shear test on an uncemented, and a very slightly cemented, locked sand. *Q. J. Eng. Geol. Hydrogeol.*, **36**, 119-132 (2003).
- [4] A. Cresswell and W. Powrie. Triaxial Test on an unbonded locked sandstones. *Géotechnique*, **54** (2), 107-115 (2004).
- [5] L. Dobereiner and M.H. De Freitas. Geotechnical properties of weak sandstones. *Géotechnique*, **36** (1), 79-94 (1986).
- [6] R. Ulusay, K. Türeli and M.H. Iderb Prediction of engineering properties of a selected litharenite sand from its petrographic characteristics using correlation and multivariate statistical techniques. *Eng. Geol.*, **38** (1-2):135-157 (1994).
- [7] F.G. Bell. *Engineering properties of soils and rocks*. 4th ed., Oxford, Blackwell Science Ltd, (1999).

- [8] L. Bruno, G. Parla and C. Celauro. Image analysis for detecting aggregate gradation in asphalt mixture from planar images. *Constr. Build. Mater.*, **28** (1), 21–30 (2012).
- [9] W.K. Pratt. *Digital Image Processing*. New York, John Wiley & Sons Inc (2001).
- [10] R.C. Gonzales and R.E. Woods. *Digital Image Processing*. 2nd ed. New York, Prentice Hall (2002).
- [11] R.C. Gonzales, R.E. Woods and S.L. Eddins. *Digital image processing using Matlab*. New York, Prentice Hall (2004).
- [12] X.H. Zhao, R. Gosine, S. Davis, P. Le Feuvre, I. Sinclair and E. Burden. Automated Image Analysis for Applications on Reservoir characterization. *Proc. 4th Int. Conf. Knowledge-Based Intell. Eng. Syst. Allied Technol.*, **2**, 620-623 (2000).
- [13] Y. Zhou, J. Starkey, L. Mansinha. Segmentation of petrographic images by integrating edge detection and region growing. *Comput. Geosc.*, **30** (8), 817-831 (2004).
- [14] R. Ehrlich, S.K. Kennedy, S.J. Crabtree and Cannon. Petrographic image analysis. Analysis of reservoir pore complexes. *J. Sediment Res.*, **54**, 1365-1378 (1984).
- [15] J.S. Kahn. The analysis and distribution of the properties of packing in sand-size sediments: On the measurement of packing in sand. *J. Geol.*, **64**, 385–395 (1956).
- [16] F.J. Pettijohn, P.E. Potter and R. Siever. *Sand and sandstone*. 2nd ed. New York: Springer-Verlag (1987).
- [17] D.H. Ballard and C.M. Brown. *Computer Vision*, New York, Prentice Hall (1982).
- [18] A. Wohrer and P. Kornprobs. Virtual Retina: A biological retina model and simulator, with contrast gain control. *J. Comput. Neurosc.*, **26**, 219–249 (2009).
- [19] M. Roushdy. Comparative Study of Edge Detection Algorithms Applying on the Grayscale Noisy Image Using Morphological Filter. *ICGST Int. J. Graph. Vis. Image Process*, **6** (4), 17-23 (2006).
- [20] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. London, Academic Press, (1982).
- [21] R. Schneider. *Convex bodies: the Brunn-Minkowski theory*, Cambridge, Cambridge University Press (1993).
- [22] M.R. Haralick, S.R. Sternberg and X. Zhuang. Image Analysis Using Mathematical Morphology. *IEEE Trans Pattern Anal. Mach. Intell.*, **9** (4), 532-550 (1987).
- [23] P. Dong. Implementation of mathematical morphological operations for spatial data processing. *Comput. Geosc.* **23** (1):103-107 (1997).
- [23] H. Freeman. On the encoding of arbitrary geometric configurations. *IRE Trans Electron Comput.*, **EC-10**, 260-268 (1961).
- [24] H. Freeman. Computer Processing of Line Drawing Images. *Computing Surv.*, **6** (1):57-97 (1974).
- [26] X. Trouillot. Étude de paramètres géométriques à partir du code de Freeman, *Ph.D. Thesis* (2010), available at: <http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/49/62/90/PDF/X-Trouillot-20081212.pdf>.
- [27] L. Lam, S.W. Lee and C.Y. Suen. Thinning Methodologies - A Comprehensive Survey," *IEEE Trans. Pattern. Anal. Mach. Intell.*, **14** (9), 879 – 885 (1992).
- [28] M.D. Bolton. The strength and dilatancy of sands. *Géotechnique*, **36** (1), 65-68 (1986).